

# Fédéralisme et conflit distributif

David SPECTOR \*

**RÉSUMÉ.** – Cet article étudie le conflit sur la redistribution dans une fédération. Si la redistribution fédérale se substitue aux redistributions nationales, la formation d'une fédération conduit à une augmentation de la redistribution dans le cas d'un vote fédéral, mais à une diminution dans le cas d'une négociation intergouvernementale. Par ailleurs, la juxtaposition d'une fiscalité nationale et d'une fiscalité fédérale permet de séparer conflit international et conflits internes, et peut conduire à l'expropriation de la nation minoritaire.

---

## Federalism and Distributional Conflict

**ABSTRACT.** – This paper studies the conflict over income redistribution in a federation. If federal redistribution replaces national redistribution, then forming a federation leads to an increase in redistribution if a federal vote is held, but to a decrease if intergovernmental bargaining determines taxes. Also, the existence of federal taxation next to national taxation allows to separate international conflict from internal conflicts, and thus facilitates the expropriation of the minority nation.

---

\* D. SPECTOR : Massachusetts Institute of Technology, Economics Department.

Je remercie deux rapporteurs anonymes, dont les remarques ont aidé à améliorer ce texte.

# 1 Introduction

---

Cet article porte sur la forme prise dans une fédération par le conflit sur la redistribution des richesses. Cette question joue un rôle primordial dans la détermination des préférences politiques relatives à la répartition des pouvoirs entre différents niveaux de gouvernement. Par exemple, les politiques d'extension des pouvoirs locaux mises en œuvre en Grande-Bretagne et aux États-Unis dans les années 1980 avaient pour but explicite une réduction de l'intervention publique totale<sup>1</sup>. Aux États-Unis, les opinions sur les rôles respectifs de l'État fédéral et des États recourent souvent les préférences sur la redistribution et l'ampleur globale de l'intervention publique. Dans la France des années 1990, le lien entre revenu individuel et attitude à l'égard de la construction européenne semble très fort<sup>2</sup>.

Le modèle simple présenté dans cet article vise à éclairer les conséquences distributives de plusieurs institutions fédérales et à comprendre les préférences relatives à la fois au degré de centralisation au sein d'une nation et aux institutions d'une fédération supranationale.

## ***Relation avec la littérature existante***

La plus grande partie de la littérature sur le fédéralisme est de nature normative. Elle cherche à déterminer la taille souhaitable des unités au sein desquelles sont produits et consommés les biens publics<sup>3</sup>. Deux logiques opposées sont à l'œuvre. D'une part, l'hétérogénéité des préférences individuelles concernant la nature (et la quantité) des biens publics plaide en faveur d'unités petites et nombreuses, afin d'offrir une variété suffisante de biens publics. Selon l'argument formulé initialement par TIEBOUT [1956], la concurrence entre collectivités locales et la mobilité des agents conduit à un optimum. D'autre part, les économies d'échelles dans la production des biens publics mènent à une conclusion inverse, car des unités de grande taille sont plus à même de les exploiter. Ce cadre d'analyse peut s'appliquer à la question de la redistribution. Un écart important entre les préférences redistributives de deux régions, dû par exemple à des degrés très différents d'inégalité interne, peut ainsi justifier une sécession même si celle-ci est inefficace pour d'autres raisons (BOLTON et ROLAND [1997]).

Au-delà de ces facteurs liés aux fondamentaux – la technologie de production des biens publics et la distribution des préférences –, la plupart des travaux sur le fédéralisme soulignent l'importance d'un mécanisme politique reposant sur

---

1. Cf. LEMIEUX [1996].

2. Lors du référendum de 1992 sur le traité de Maastricht, le revenu individuel aurait eu une valeur explicative du vote plus grande que la préférence politique déclarée (cf. « Les dix France », dans *Le Monde* du 25 septembre 1992).

3. Cette théorie traditionnelle du fédéralisme fiscal repose en grande partie sur des idées formulées initialement par MUSGRAVE [1959] et OATES [1972]. Pour une présentation détaillée de la littérature récente, théorique et empirique, sur le fédéralisme fiscal, on peut se référer à OATES [1999].

l'existence d'externalités. Dans la mesure où certaines décisions locales ont des effets externes, un processus de décision décentralisé conduit à un résultat sous-optimal, et seules des institutions centralisées peuvent réaliser la coordination nécessaire. Ces externalités peuvent être liées à la nature du bien public (cf. WEISBROT [1964] sur les effets externes de l'éducation, et pour une analyse plus générale STARRETT [1980]). Mais l'externalité le plus souvent invoquée est de nature fiscale : si le facteur taxé est mobile, la fixation non coordonnée des taux de taxation conduit, en équilibre, à un taux nul partout (GORDON [1983])<sup>4</sup>.

La prise en compte des externalités conduit à une analyse qui combine facteurs politiques (la source de l'inefficacité est l'absence de coordination entre différents pouvoirs locaux) et technologiques (la mobilité des facteurs). Cette caractérisation s'applique également aux travaux récents qui, stimulés par l'intégration européenne et la forte augmentation du nombre d'États dans les années 1990, ont tenté de comprendre les déterminants de la taille des nations (BOLTON et ROLAND [1997], ALESINA et SPOLAORE [1997], BOLTON, ROLAND et SPOLAORE [1996]).

La question, positive et non plus normative, du lien général entre fédéralisme, redistribution des revenus, et taille de l'État a suscité récemment un regain d'intérêt, probablement à cause des politiques de décentralisation menées dans de nombreux pays (voir plus haut). Elle était primordiale pour les libéraux britanniques du dix-neuvième siècle, qui voyaient dans la décentralisation une garantie contre le risque d'une tyrannie de la majorité. En effet, des unités politiques petites et relativement homogènes se prêtent moins à l'expropriation d'un groupe par un autre que de vastes ensembles dans lesquels coexistent des groupes aux intérêts divergents.

Ce mode de pensée (renouvelé par DIXIT et LONDREGAN [1998]) considère le conflit distributif sous un angle très particulier. Il ne met pas l'accent sur l'inégalité des revenus et la redistribution des riches vers les pauvres, mais sur la compétition entre groupes sociaux, éventuellement de revenus équivalents, pour l'appropriation de rentes. Ce cadre d'analyse ne peut pas complètement satisfaire, parce que les États modernes pratiquent avant tout une redistribution massive des revenus des riches vers les pauvres, qu'on peut résumer sommairement comme la provision de biens publics financés par une taxation linéaire des revenus<sup>5</sup>. L'analyse du lien entre fédéralisme et conflit distributif doit donc s'intéresser avant tout à l'inégalité des revenus et à l'ampleur de la redistribution.

Cette démarche, qui est au centre de cet article, a été adoptée par PERSSON et TABELLINI [1994, 1996]. PERSSON et TABELLINI [1994] comparent l'ampleur de la redistribution dans un État centralisé à celle qui serait observée si chaque région déterminait sa politique de redistribution isolément. Nous abordons cette question dans la section 4.1 de cet article, et trouvons un résultat opposé au leur, en raison d'hypothèses différentes – et selon nous plus satisfaisantes – sur la distribution des revenus. PERSSON et TABELLINI [1996] comparent plusieurs institutions fédérales dans un esprit voisin de celui de cet article. Les deux modèles, sans doute complémentaires, se distinguent par le type de redistribution examinée : PERSSON et TABELLINI [1996] s'intéressent à des mécanismes fédéraux d'assurance, alors que nous analysons la redistribution des revenus.

---

4. OATES et SCHWAB [1991] et JOHNSON [1988] montrent les limites de ce raisonnement.

5. Cf. pour la France, BOURGUIGNON et BUREAU [1999].

## Aperçu des principaux résultats

Nous considérons un monde formé de deux pays identiques en tout (notamment par leur degré d'inégalité interne) sauf par leur richesse moyenne. Ils peuvent, s'ils mettent en commun certaines de leurs compétences en formant des institutions fédérales, bénéficier d'un gain d'efficacité. Mais si une fédération est formée, il est difficile de délimiter précisément les compétences des institutions fédérales, et celles-ci peuvent en particulier mettre en œuvre une politique fédérale de redistribution.

Nous supposons d'abord que la redistribution nationale est rendue impossible par la formation d'une fédération (par exemple, si celle-ci rend mobile le facteur taxé). La redistribution fédérale se substitue alors complètement à elle. Nous étudions plusieurs institutions possibles pour décider de la redistribution fédérale, plus précisément deux formes de vote fédéral et deux formes de négociation intergouvernementale. Nous montrons qu'un vote à l'échelle de la fédération conduit à plus de redistribution qu'un vote dans chaque pays pris séparément, alors que la négociation intergouvernementale induit moins de redistribution.

Nous comparons ensuite les probabilités de formation d'une fédération induites par ces différentes institutions, en supposant qu'après le choix d'une forme institutionnelle, une fois connue l'ampleur du gain d'efficacité correspondant, chaque pays peut choisir de garder son indépendance. Nous trouvons que la formation d'une fédération est d'autant plus probable que l'institution fédérale favorise le pays riche, puisque celui-ci, qui a le plus à perdre à la mise en commun des ressources fiscales, est le plus tenté de refuser de participer à une fédération. Ainsi l'effet économique « *mécanique* » (le pays pauvre a intérêt à la formation d'une fédération pour bénéficier des ressources fiscales du pays riche) et les contraintes politiques (une fédération est plus probable si les institutions politiques induisent peu de redistribution) s'opposent-ils.

Nous pensons que ces différents résultats peuvent avoir une certaine pertinence pour décrire l'organisation du débat politique sur l'Europe. Les premiers permettraient d'éclairer les enjeux distributifs de la comparaison entre rôle accru du Parlement européen et renforcement de la Commission de Bruxelles. Les seconds nous paraissent pouvoir rendre compte du paradoxe apparent constitué par les attitudes des différents courants politiques concernant la décentralisation au sein d'une nation et l'intégration européenne<sup>6</sup>.

Nous considérons ensuite le cas plus réaliste dans lequel la redistribution fédérale s'ajoute aux redistributions nationales sans s'y substituer. On pourrait croire, conformément à une intuition simple, que l'ajout d'instruments fiscaux facilite la formation d'une fédération avec l'accord des deux pays<sup>7</sup>. Il étend, en effet, l'ensemble des politiques possibles, et permet donc de limiter les

---

6. Voir la section 7.

7. L'idée que le conflit distributif peut empêcher la formation d'une institution fédérale efficace est explorée, par exemple, dans BOLTON et ROLAND [1997]. Ils insistent sur l'importance, à côté des différences de revenu moyen, des différences entre les distributions de revenus. Cette idée est proche de celles exprimées dans d'autres modèles (voir le résumé de BOLTON, ROLAND et SPOLAORE [1996]), qui mettent l'accent sur l'hétérogénéité des préférences relatives à la nature des biens publics. Ces applications du modèle de Hotelling concluent généralement que la limitation des outils redistributifs disponibles peut induire la dissolution (ou la non-formation) inefficace de fédérations, qu'éviterait l'usage d'instruments fiscaux plus fins pour favoriser spécifiquement les agents dont les préférences sont les plus éloignées de la moyenne de leurs pays.

transferts entre pays si une partie de la redistribution s'effectue au niveau national et non plus fédéral. Cette intuition n'est juste que si les institutions fédérales en vigueur protègent assez chacun des deux pays (par exemple, la négociation intergouvernementale, ou l'existence d'un droit de sécession). Mais nous montrons aussi qu'un vote fédéral sur la redistribution fédérale, suivi par des votes nationaux sur les politiques nationales de redistribution, peut mener à une véritable expropriation de la nation minoritaire. Cette institution permet, en effet, de séparer le conflit entre États, résolu par le vote fédéral, du conflit interne aux États, résolu par les votes nationaux. Le pays majoritaire peut donc, grâce à une certaine combinaison de redistribution fédérale et nationale, réaliser un pur transfert en sa faveur, sans aucune conséquence redistributive interne.

Ainsi, loin de son objectif supposé (séparer le conflit distributif entre pays du gain d'efficacité provoqué par la création d'institutions fédérales), l'extension de l'ensemble des choix collectifs possibles peut, en fait, exacerber le conflit international, et rendre la formation d'une fédération encore plus difficile que dans le cas où la politique fédérale se substitue aux politiques nationales. Cet exemple souligne combien il est important de favoriser l'émergence de coalitions transnationales, afin d'éviter une exacerbation du conflit international.

L'article s'organise comme suit : la section 2 présente le cadre général des différents modèles étudiés et la section 3 décrit très simplement le cas d'un pays isolé, qui servira de point de comparaison aux résultats suivants. La section 4 étudie le fonctionnement de plusieurs institutions fédérales, et la section 5 analyse la distribution des préférences sur les institutions fédérales. La section 6 aborde le cas dans lequel coexistent redistributions fédérales et nationales ; et la section 7 conclut.

## 2 Le modèle

---

Nous considérons deux pays, un pays riche et un pays pauvre, indexés respectivement par les lettres  $r$  et  $p$ .

Chacun des deux pays est peuplé par un continuum d'agents, de mesure totale égale à 1<sup>8</sup>.

La population de chaque pays est hétérogène du point de vue des revenus. Chaque agent est caractérisé par une productivité relative  $\pi$  qui est le rapport entre son revenu et le revenu moyen de son pays. Plus précisément, nous supposons qu'un habitant du pays  $j$  ( $j = p$  ou  $r$ ) dont la productivité relative est  $\pi$  a un revenu avant impôt égal à  $\delta_j \pi f(\tau_j)$ , où

- $(\delta_p, \delta_r) = (1, \delta)$  avec  $\delta > 1$ .
- $\tau_j$  est le taux de taxation total appliqué au revenu des habitants du pays  $j$ , qui peut être, le cas échéant, la somme d'un taux national et d'un taux fédéral.

---

8. Dans la section 6.2, cette hypothèse est légèrement modifiée.

•  $\pi$  est distribué suivant une loi de probabilité caractérisée par une fonction de densité  $g$  et une loi cumulative  $G$  (de sorte que  $g = G'$ ) telles que

$$\int \pi g(\pi) = 1 \text{ et}$$

$$(1) \quad G(1) > \frac{1}{2}.$$

(1) équivaut à  $\pi_m < 1$ , où  $\pi_m$  est la valeur médiane de  $\pi$ . Cette hypothèse signifie que le revenu médian est inférieur au revenu moyen, comme dans toutes les distributions de revenus observées.

$f$  est définie sur  $[0,1]$ , et satisfait :

$$f(\tau) > 0; f'(\tau) < 0; f''(\tau) < 0, \text{ et } f'(1) = -\infty$$

La fonction  $f$  représente sous une forme réduite le coût associé à la taxation (par exemple, en termes d'incitations)<sup>9</sup>.

Les deux pays peuvent décider de former une fédération, ce qui a pour conséquence à la fois un gain d'efficacité, que nous modélisons le plus simplement possible comme un gain uniforme d'utilité  $u$ , et la création d'institutions fédérales qui peuvent effectuer une redistribution à l'échelle de la fédération toute entière.

Cette dernière hypothèse doit être considérée comme la forme réduite d'un argument plus précis dépendant de la nature du gain d'efficacité. On peut penser au cas où la formation d'une fédération revient à rendre possible le commerce des biens entre les deux pays, menant à une spécialisation efficace, mais aussi à une exposition de chaque pays à un plus grand risque. La redistribution fédérale peut alors se substituer à un marché d'assurance inexistant pour couvrir le risque agrégé de chaque pays. Il peut alors être nécessaire, pour garantir au pays qui sera victime d'un choc négatif l'aide de l'autre pays, d'exclure toute redistribution nationale, de sorte que la « demande de redistribution » émise par les plus pauvres du pays n'ayant pas subi de choc négatif induise automatiquement un transfert vers le pays victime<sup>10</sup>. Un autre argument s'applique dans le cas où la formation d'une fédération rend mobile le facteur taxé : la substitution d'une redistribution fédérale aux redistributions nationales est alors un moyen de résoudre l'externalité fiscale. De manière générale, le gain d'efficacité réalisé grâce à la formation d'une fédération, quelle que soit sa nature, peut nécessiter une forme de coordination fédérale,

9. Cette forme réduite peut se justifier en supposant, par exemple, que tous les agents partagent les mêmes préférences, données par la fonction d'utilité  $U = y - l^\alpha$ , où  $y$  est le revenu et  $l$  la quantité de travail. On trouve alors qu'un agent dont le salaire horaire est  $w$  fournit une offre de travail égale à  $w^{\alpha/\alpha-1}((1-\tau)/\alpha)^{1/\alpha-1}$ , ce qui conduit à une fonction  $f(\tau) = (1-\tau)^{1/\alpha-1}$ , qui satisfait les hypothèses ci-dessus si  $\alpha > 2$ . La seule différence entre l'analyse développée dans le modèle à partir de la forme réduite et celle à laquelle conduirait la fonction d'utilité supposée dans cette note est la suivante : la forme réduite suppose une utilité individuelle égale au revenu, c'est-à-dire à  $(1-\tau)y + t$ , où  $y$  est le revenu avant impôt et  $t$  le transfert versé par l'État, alors que la fonction d'utilité  $U = y - l^\alpha$  implique une utilité indirecte égale à  $(1-\tau)(1-1/\alpha)y + t$  (la différence provient de la prise en compte de la désutilité du travail). Mais ce détail n'affecte en rien les résultats, et l'article pourrait être écrit en supposant les préférences ci-dessus, sans recourir à une forme réduite. Nous avons cependant fait ce choix afin d'alléger le modèle.

10. Cet argument s'apparente à l'idée rawlsienne de la redistribution comme assurance décidée « derrière le voile de l'ignorance ».

donc une institution fédérale disposant d'un budget, et il est difficile de définir précisément les pouvoirs d'une organisation d'une manière qui l'empêche de prendre des décisions ayant des implications distributives.

### 3 La redistribution dans un seul pays

---

Nous considérons dans cette section le cas d'un seul pays dans lequel le conflit politique porte sur le taux d'une taxe linéaire servant à financer un transfert forfaitaire à tous les agents<sup>11</sup>. Si le pays  $j$  applique un taux  $\tau_j$ , le revenu après impôt d'un habitant  $i$  du pays  $j$  est égal à

$$\delta_j f(\tau_j) [\tau_j + (1 - \tau_j)\pi_i].$$

Nous décrivons, maintenant, l'équilibre du jeu de vote dans chaque pays.

**PROPOSITION 1 :** Le taux  $\tau_\alpha$  préféré par l'électeur médian dans chaque pays est donné par

$$\left\{ \begin{array}{l} \tau_a = 0 \text{ si } \left| \frac{f'}{f}(0) \right| > \frac{1 - \pi_m}{\pi_m} \\ (\pi_m + \tau_a - \tau_a \pi_m) f'(\tau_a) + f(\tau_a)(1 - \pi_m) = 0 \text{ si } \left| \frac{f'}{f}(0) \right| \leq \frac{1 - \pi_m}{\pi_m}. \end{array} \right.$$

**Démonstration :** Ces égalités résultent directement de la dérivation du revenu après impôt de l'électeur médian. La solution satisfait évidemment (2)  $\tau_a = \text{Arg max}(f(\tau)[\tau + (1 - \tau)\pi_m])$ . **Cqfd.**

**Notation :** Pour tout  $\pi$  positif, nous définissons  $\widehat{\tau}(\pi) = \text{Arg max}(f(\tau)[\tau + (1 - \tau)\pi])$ .  $\widehat{\tau}(\pi)$  est le taux d'imposition préféré par un agent dont le revenu relatif est  $\pi$ .

**Remarque :** La condition de premier ordre induite par (2) s'interprète en disant que l'électeur décisif arbitre entre l'accroissement de sa richesse relative (fonction croissante de  $\tau$  si l'agent est plus pauvre que la moyenne de son pays) et l'effet négatif de la taxation sur la richesse totale. La fonction  $\widehat{\tau}(\pi)$  est donc évidemment décroissante.

---

11. La restriction à une taxe linéaire vise, bien sûr, à permettre l'existence d'un équilibre du jeu de vote.

## 4 Redistribution exclusivement fédérale : examen de quatre institutions

---

Nous supposons dans cette section que deux pays forment une fédération, dans laquelle la redistribution s'effectue uniquement au niveau fédéral, sans aucune taxation nationale<sup>12</sup>. Si le taux  $\tau_f$  est appliqué, le revenu après impôt d'un agent de revenu relatif  $\pi_i$  dans le pays  $j$  est donné par

$$f(\tau_f) \left( (1 - \tau_f) \delta_j \pi_i + \tau_f \frac{1 + \delta}{2} \right) + u$$

où  $u$  est le gain d'utilité (exogène et identique pour tous) induit par la formation d'une fédération.

**Notation :** Nous notons  $V_j(\tau)$  le changement d'utilité du médian du pays  $j$  lorsque le taux fédéral est  $\tau$ , par rapport à la situation de la section 3 (celle d'un pays isolé appliquant le taux  $\tau_a$ ), sans prendre en compte le gain d'utilité  $u$  induit par la formation de la fédération. On a donc

$$V_j(\tau) = \delta_j f(\tau) (1 - \tau) \pi_m + \frac{1 + \delta}{2} \tau f(\tau) - \delta_j f(\tau_a) [\tau_a + (1 - \tau_a) \pi_m].$$

Le lemme 1 ci-dessous, démontré en annexe, sera utilisé lors de l'analyse des différentes institutions.

LEMME 1 :

- (i)  $\text{Arg max}(V_p + V_r) = \tau_a$ ,  $\text{Arg max} V_r < \tau_a$  et  $\text{Arg max} V_p > \tau_a$
- (ii) Pour tout  $\tau$ ,  $V_r(\tau) < V_p(\tau)$ .
- (iii)  $\text{Max} V_r < 0$ .

Ces résultats préliminaires ne sont pas surprenants : l'égalité énoncée dans (i) reflète le fait que la moyenne des deux revenus médians correspond à la même fraction du revenu moyen de la fédération que le rapport « médian sur moyenne » dans chaque pays. Les deux inégalités suivantes résultent du fait que le médian du pays riche, plus riche que celui du pays pauvre, préfère un taux plus bas. (ii) traduit le fait que le médian du pays pauvre (comme tous ses compatriotes), bénéficie du fait que la fédération, à taux de taxe donné, est plus riche en moyenne que le pays pauvre, alors que le médian du pays riche

---

12. Cette hypothèse forte, relâchée dans la section 6, peut correspondre au cas où la formation d'une fédération rend très mobile le facteur taxé (voir plus haut). L'idée de plus en plus fréquemment émise d'une coordination de la fiscalité du capital en Europe s'inscrit donc en partie dans ce cadre d'analyse.

est affecté négativement par ce fait. Enfin, (iii) signifie que, mis à part le gain exogène d'efficacité, le médian du pays riche perd forcément quand une fédération est formée, à la fois pour une raison mécanique – le transfert global en faveur du pays pauvre –, et pour une raison politique – la décision collective ne sera plus, en général, celle qu'il préfère.

Nous comparons ci-dessous quatre institutions fédérales : le vote fédéral simple, le vote fédéral avec possibilité de sécession, la négociation intergouvernementale sans transferts, et la négociation intergouvernementale avec transferts<sup>13</sup>.

## 4.1 Vote fédéral simple

Le taux d'imposition déterminé par un vote fédéral, est celui que préfère l'individu médian de la fédération. Soit  $\pi_{m,p}$  (resp.  $\pi_{m,r}$ ) le rapport du revenu fédéral médian sur le revenu moyen du pays pauvre (resp. riche). De manière évidente,  $\pi_{m,r} < \pi_m < \pi_{m,p}$  : le médian du pays riche (resp. pauvre) est plus riche (resp. plus pauvre) que le médian fédéral. Ces revenus relatifs caractérisent le revenu fédéral médian si  $G(\pi_{m,p}) + G(\pi_{m,r}) = 1$ . Pour tout  $\tau$ , le revenu fédéral moyen est  $\frac{1+\delta}{2} f(\tau)$ . Un revenu égal à  $\pi$  fois le revenu moyen du pays pauvre (resp. riche) est donc égal à  $\frac{2}{1+\delta} \pi$  fois (resp.  $\frac{2\delta}{1+\delta} \pi$  fois) le revenu moyen dans la fédération. Le rapport entre revenu médian et revenu moyen dans la fédération est donc égal à  $\frac{2\delta}{1+\delta} \pi_{m,r} = \frac{2}{1+\delta} \pi_{m,p}$ , et le taux d'imposition préféré par le médian fédéral est  $\hat{\tau} \left( \frac{2\delta}{1+\delta} \pi_{m,r} \right) = \hat{\tau} \left( \frac{2}{1+\delta} \pi_{m,p} \right)$ . Ce raisonnement est résumé ci-dessous :

PROPOSITION 2 : Un vote fédéral sur  $\tau_f$  mène à un taux  $\tau_f^1$  qui satisfait les équations suivantes en  $(\tau, \pi_{m,p}, \pi_{m,r})$  :

$$\begin{cases} \tau = \hat{\tau} \left( \frac{2\delta}{1+\delta} \pi_{m,r} \right) = \hat{\tau} \left( \frac{2}{1+\delta} \pi_{m,p} \right) \\ G(\pi_{m,p}) + G(\pi_{m,r}) = 1. \end{cases}$$

La proposition suivante (démontrée en annexe) précise ce résultat.

13. La comparaison entre vote fédéral et négociation intergouvernementale est au cœur du débat institutionnel européen, formulée sous la forme d'une opposition entre l'accroissement du rôle du Parlement européen et de la Commission de Bruxelles.

PROPOSITION 3 : Si la distribution de  $\pi$  est log-normale, alors

- a)  $\tau_f^1 > \tau_a$
- b)  $V_p(\tau_f^1) > 0$
- c)  $V_r(\tau_f^1) < 0$ .

Ce résultat repose sur la logique suivante : si les deux pays diffèrent par leur richesse moyenne mais pas par leur inégalité relative interne, leur réunion est caractérisée par une distribution des revenus plus inégale que chaque pays pris isolément. En quelque sorte, l'inégalité entre pays se transforme en inégalité interne dans la fédération, qui s'ajoute alors aux inégalités internes, entraînant une redistribution accrue<sup>14</sup>.

## 4.2 Vote avec possibilité de sécession

L'institution étudiée ici est la suivante : après un vote fédéral identique à celui décrit dans la section précédente, chaque pays vote pour confirmer le vote fédéral ou faire sécession. Si au moins un pays vote majoritairement pour la sécession, la fédération est dissoute et chaque pays détermine et applique sa politique de redistribution en autarcie. Sinon, le résultat du vote fédéral est appliqué. Les résultats de cette institution, décrits dans la proposition suivante, coïncident bien sûr avec les précédents si la contrainte de sécession n'est pas contraignante (cas (ii) ci-dessous). Dans le cas contraire (cas (iii)), alors l'agent médian prend en compte les préférences du médian du pays riche, en acceptant de se rapprocher de ses préférences, mais aussi peu qu'il est nécessaire pour le dissuader de faire sécession.

PROPOSITION 4 : Le vote suivi par une possibilité de sécession induit les résultats suivants :

- (i) Si  $\{\tau | V_r(\tau) + u \geq 0\}$  est vide, le pays riche vote pour la sécession quel que soit le résultat du vote fédéral, et chaque pays redistribue, en autarcie, au taux  $\tau_a$ .
- (ii) Si  $V_r(\tau_f^1) + u \geq 0$ , alors le vote fédéral induit le taux  $\tau_f^1$  et aucun pays ne choisit de faire sécession.
- (iii) Si  $\{\tau | V_r(\tau) + u \geq 0\}$  n'est pas vide mais ne contient pas  $\tau_f^1$ , le vote fédéral induit le taux  $\tau_f^s = \text{Max}\{\tau | V_r(\tau) + u \geq 0\} (< \tau_f^1)$  et aucun pays ne choisit de faire sécession.

---

14. Ce résultat n'est pas généralisable à toutes les distributions de revenu. PERSSON et TABELLINI [1994] formulent un résultat opposé, mais ils supposent que les distributions de revenus des deux pays ont le même degré absolu d'inégalité (la distribution des revenus du pays riche s'obtient en ajoutant une constante à celle du pays pauvre), alors que nous supposons un même degré d'inégalité relative. L'hypothèse d'un même degré d'inégalité relative nous paraît plus satisfaisant, parce qu'elle implique notamment que les mesures habituelles de l'inégalité (les rapports interdéciles ou le coefficient de Gini) sont identiques dans les deux pays.

### 4.3 Négociation intergouvernementale sans transferts

Nous considérons maintenant un mécanisme différent de prise de décision dans une fédération : la négociation intergouvernementale qui semble, par exemple dans le débat sur les institutions européennes, constituer la principale alternative au vote fédéral. Nous la modélisons simplement comme un marchandage entre les deux électeurs médians portant sur le niveau de la taxe fédérale, que nous résolvons grâce à la solution de Nash (voir OSBORNE et RUBINSTEIN [1990]), en considérant comme option extérieure la solution d'autarcie décrite dans la section précédente. Nous commençons par le cas dans lequel aucun transfert entre pays n'est possible.

La solution de Nash implique que si la paire d'utilités  $(0,0)$ , représentant l'autarcie, est intérieure à l'ensemble des paires d'utilités atteignables dans une fédération, c'est-à-dire si  $\text{Max}_{\tau} V_r(\tau) + u \geq 0$ , le taux  $\tau_f^b$  induit par la négociation maximise  $(V_r(\tau) + u)(V_p(\tau) + u)$ . La solution est décrite plus en détail ci-dessous.

PROPOSITION 5 :

• Si  $\text{Max} V_r + u < 0$  alors la négociation n'aboutit pas et la fédération n'est pas formée.

• Si  $\text{Max} V_r + u \geq 0$ , alors une fédération est formée et le taux fédéral  $\tau_f^b$  déterminé par la négociation intergouvernementale est tel que

(i)  $\tau_f^b < \tau_a$

(ii) Si la distribution des revenus dans chaque pays est log-normale, alors  $\tau_f^b > \tau_f^s$  et  $V_p(\tau_f^b) < V_p(\tau_f^s)$  et  $V_r(\tau_f^b) > V_r(\tau_f^s)$ .

La négociation intergouvernementale conduit donc à moins de redistribution que le vote fédéral. Cette différence est due au fait que le médian du pays riche dispose d'une position forte dans la négociation, puisqu'il est celui qui perdrait le moins à la dissolution de la fédération, alors que la possibilité de sécession ne le renforce que si sa situation est mauvaise au point de rendre crédible la menace de sécession.

**Remarque :** Conformément à une logique présente dans les modèles de marchandage en général, chaque médian national préférerait, si cela était possible, charger de la négociation un agent dont les préférences sont plus extrêmes que les siennes. Un tel représentant pourrait, en effet, menacer de quitter la négociation de manière plus crédible. Le résultat du marchandage deviendrait donc plus favorable au médian du pays riche (resp. pauvre) s'il pouvait – étant donné que l'autre pays est représenté par son agent médian – déléguer un agent plus riche (resp. plus pauvre) que lui. Nous formulons ci-dessous cette exacerbation du conflit entre pays (la démonstration est en annexe).

PROPOSITION 6 : Supposons que préalablement à la négociation, l'agent médian de chaque pays choisit un représentant pour la négociation fédérale. Alors les revenus relatifs (par rapport à la moyenne de leurs propres pays)

des représentants du pays pauvre et du pays riche, notés respectivement  $\pi_p$  et  $\pi_r$ , sont tels que  $\pi_p < \pi_m < \pi_r$ .

La négociation intergouvernementale exacerbe donc le conflit : si les négociateurs pouvaient être désignés dans chaque pays par l'électeur médian, leurs intérêts seraient encore plus divergents que ceux des deux électeurs médians.

#### 4.4 Négociation intergouvernementale avec transferts

Nous supposons maintenant que les deux pays peuvent négocier à la fois sur le taux de taxation fédéral et sur un transfert d'utilité entre les deux pays, réparti dans chaque pays de manière forfaitaire. Ce transfert peut prendre la forme d'une décision, neutre en termes d'incitations, qui avantage un des deux pays au détriment de l'autre sans affecter la somme des utilités (supposées semi-linéaires par rapport au revenu). La solution de Nash implique alors que le résultat de la négociation maximise le surplus total  $V_p + V_r$ , et que le transfert égalise les variations d'utilité. Nous résumons ceci dans la

PROPOSITION 7 :

- Une fédération est formée si  $u \geq 0$ .
- Le taux de taxation fédéral induit par la négociation avec transferts est égal à  $\tau_a$ .
- Le médian du pays pauvre transfère  $\tau_a f(\tau_a) \frac{\delta - 1}{2}$  à celui du pays riche.
- Si  $V_j^{bt}$  est le changement d'utilité du médian du pays  $j$  par rapport à l'autarcie, alors  $V_p^{bt} = V_r^{bt} = 0$ .
- $0 = V_r^{bt} > V_r(\tau_f^S)$ .
- Si  $u$  est assez grand, alors  $0 = V_p^{bt} < V_p(\tau_f^b)$ .

Cette proposition (démontrée en annexe) s'interprète simplement : les transferts entre pays permettent d'éliminer tous les effets distributifs de la formation d'une fédération, car le transfert du pays pauvre vers le pays riche compense exactement le transfert de  $\frac{\delta - 1}{2} \tau_a f(\tau_a)$  versé (implicitement) au pays pauvre par chaque agent du pays riche lors du passage d'une base de taxation nationale à une base fédérale. Le résultat est équivalent à l'absence de taxation fédérale et au maintien de deux politiques nationales de redistribution au taux  $\tau_a$ . La dernière partie du résultat signifie que si  $u$  est grand, l'unique différence entre la politique induite par cette institution et celle induite par la négociation sans transferts est un paiement du pays pauvre vers le pays riche, qui n'affecte ni la formation de la fédération, ni le taux de taxation<sup>15</sup>.

15. On peut montrer en effet (voir la démonstration de la proposition 7 dans l'annexe) que si  $u \rightarrow \infty$ , alors  $\tau_f^b \rightarrow \tau_a$ . L'intuition est la suivante : lorsque  $u$  est très grand, les deux pays ont à peu près autant à perdre l'un et l'autre si une fédération n'est pas formée (la redistribution entre régions, seule source d'asymétrie entre les deux pays, est en effet négligeable par rapport à  $u$ ). Le résultat de la négociation est donc à « distance égale » des taux de taxations préférés par les deux médians, ce qui aboutit au taux  $\tau_a$ .

# 5 Préférences sur les institutions fédérales

---

Afin d'étudier les préférences des agents concernant les quatre formes institutionnelles décrites plus haut, nous supposons que la valeur du gain d'utilité  $u$  n'est pas connue avec certitude lors du choix d'une institution fédérale, mais que les agents partagent une même croyance, représentée par la probabilité  $\mu$ , à propos de la valeur de  $u$ . Cette hypothèse correspond à un monde dans lequel les agents choisissent un cadre institutionnel général assez tôt, avant de connaître le contexte économique précis (la valeur de  $u$ ). Plus tard, lorsque cette incertitude est levée, les pays ont le choix entre former une fédération suivant l'institution déterminée antérieurement, et ne pas en former (de manière équivalente, ils ont l'option de quitter la fédération au moment où  $u$  est connu). Nous supposons donc la nature des institutions fédérales éventuelles plus inerte que la décision de formation d'une fédération – afin de rendre compte de l'idée que la mise en place d'un cadre institutionnel est un long processus –, alors que les décisions d'adhésion ou de séparation peuvent être relativement rapides. Pour résumer, nous considérons la chronologie suivante :

- Une institution fédérale  $I$  est choisie, et les agents partagent, dans les deux pays, la même croyance sur les valeurs futures du gain d'utilité  $u$ , représentée par la probabilité  $\mu$ .
- Une fois connue la valeur de  $u$ , un vote a lieu dans chaque pays pour décider de participer à la fédération ou de rester en autarcie.
- Si les deux pays ont voté en faveur de la fédération, celle-ci est formée avec l'institution  $I$ . Sinon, les deux pays restent en autarcie.

La section 4 analysait la dernière étape de ce jeu, et cette section étudie les deux premières. Nous nous intéressons d'abord à la deuxième étape (la décision de chaque pays une fois  $u$  connu), puis à la première.

**Notations :** Nous introduisons les notations

$I_1$  = vote fédéral simple

$I_2$  = vote fédéral avec possibilité de sécession

$I_3$  = négociation sans transferts

$I_4$  = négociation avec transferts,

et définissons, pour  $i = 1, 2, 3, 4$  l'ensemble

$S_i = \{u \mid \text{une majorité de chaque pays préfère une fédération plutôt que l'autarcie lorsque l'institution est } I_i \text{ et le gain d'utilité est } u\}$ ,

et, pour  $u \in S_i$ , la fonction  $\tau_i(u)$  telle que  $\tau_i(u)$  soit le taux de taxation induit par l'institution  $I_i$ .

PROPOSITION 8 :  $S_1 \subsetneq S_2 = S_3 \subsetneq S_4$ .

**Démonstration :** L'inégalité  $V_r < V_p$  (énoncée dans le Lemme 1) implique qu'une fédération est formée si, et seulement si, le changement d'utilité de

l'électeur pivot du pays riche, égal à  $V_r(\tau) + u$ , est positif. Les propositions de la section 4 impliquent donc que

$$\begin{aligned} S_1 &= [-V_r(\tau_f^1), \infty[, \\ S_2 &= S_3 = [-\text{Max} V_r, \infty[, \text{ et} \\ S_4 &= [0, \infty[ \end{aligned}$$

D'après la proposition 3,  $\text{Arg max} V_r < \tau_a < \tau_f^1$  donc  $\text{Arg max} V_r \neq \tau_f^1$  et l'inclusion  $S_1 \subset S_2$  est stricte. La partie (iii) du lemme 1 implique que  $\text{Max} V_r < 0$ , donc l'inclusion  $S_3 \subset S_4$  est stricte elle aussi. **Cqfd.**

**Remarque :** Seule l'institution  $I_4$  entraîne la formation d'une fédération dans tous les cas où cette formation est efficace. Cette propriété est due à la possibilité de transferts forfaitaires entre nations pour compenser l'effet (défavorable au pays riche) de la mise en commun des recettes fiscales, qui permet de séparer le gain d'efficacité  $u$  de tout effet distributif entre nations.

Nous procédons, ci-dessous, à des comparaisons entre institutions fédérales. Nous nous attacherons à la fois aux préférences « agrégées » de chaque pays (c'est-à-dire à celles des électeurs médians) et à la structure du conflit politique interne sur les institutions fédérales. L'analyse de ce dernier aspect utilisera le lemme suivant.

LEMME 2 : Pour une valeur donnée de  $u$ , si les préférences de tous les électeurs d'un pays entre deux institutions ne sont pas identiques, alors il existe un seuil  $\pi^*$  tel que tous les électeurs dont le revenu relatif est inférieur (resp. supérieur) à  $\pi^*$  préfèrent l'institution induisant le taux de taxation le plus élevé (resp. le plus bas).

**Démonstration :** Si on note  $W(j, \pi, i, i')$  la différence entre les utilités induites par  $I_i$  et  $I_{i'}$  pour un habitant du pays  $j$  ayant le revenu relatif  $\pi$ , quelques lignes de calcul impliquent

$$\begin{aligned} W(j, \pi, i, i') - W(j, \pi', i, i') = \\ (\pi - \pi')[(1 - \tau_i(u))f(\tau_i(u)) - (1 - \tau_{i'}(u))f(\tau_{i'}(u))]. \end{aligned}$$

La décroissance de la fonction  $(1 - \tau)f(\tau)$  implique que  $W$  est croissante en  $\pi$  si  $\tau_i(u) < \tau_{i'}(u)$ , d'où le résultat. **Cqfd.**

## Comparaison entre vote fédéral avec possibilité de sécession ( $I_2$ ) et négociation sans transferts ( $I_3$ )

D'après la proposition 8, ces deux institutions donnent lieu à la formation d'une fédération dans les mêmes cas, c'est-à-dire pour les valeurs de  $u$  telles qu'il existe une politique fédérale induisant (compte tenu du gain d'utilité  $u$ ) un gain d'utilité pour les médians des deux pays. Cette propriété est évidente : la possibilité de sécession dans le cas de  $I_2$ , comme l'option extérieure dans

le modèle de marchandage de Rubinstein sous-jacent à  $I_3$ , garantissent à chaque médian au moins son utilité d'autarcie. La proposition suivante décrit les préférences entre ces deux institutions.

PROPOSITION 9 : Nous supposons la distribution des revenus log-normale dans chaque pays. Alors

- (i) Une majorité du pays riche préfère  $I_3$  à  $I_2$ .
- (ii) Une majorité du pays pauvre préfère  $I_2$  à  $I_3$ .
- (iii) Dans chaque pays, il existe un seuil de revenu relatif (éventuellement nul) tel que les agents dont le revenu relatif est inférieur (resp. supérieur) à ce seuil préfèrent  $I_2$  à  $I_3$  (resp.  $I_3$  à  $I_2$ ).
- (iv) Les préférences décrites en (i) et (ii) sont strictes si  $\mu([-MaxV_r, \infty]) > 0$ .

La négociation intergouvernementale favorise donc le pays riche par rapport à la démocratie fédérale<sup>16</sup>. Avec un mécanisme de vote fédéral, même la menace de faire sécession, qui limite son transfert net au pays pauvre, n'induit pas un résultat très favorable au médian du pays riche : dans le cas où elle contraint effectivement le résultat (si  $V_r(\tau_f^1) + u < 0$ ), le taux  $\tau_f^s$  résultant est tel que  $V_r(\tau_f^s) + u = 0$ , c'est-à-dire tel que le médian du pays riche ne gagne rien par rapport à l'autarcie. Au contraire, la négociation entre les deux médians renforce celui du pays riche, qui « *a moins à perdre* » à l'autarcie que celui du pays pauvre. La partie (iii) signifie que ce pouvoir de négociation favorable au médian du pays riche favorise en réalité les agents les plus riches des deux pays, car elle permet de diminuer le taux de taxation (à la différence du cas de  $I_4$  où un transfert forfaitaire au pays riche remplace une baisse du taux de taxation comme moyen d'augmenter l'utilité du médian du pays riche).

Nous pensons que cette comparaison peut contribuer à éclairer le débat politique sur les institutions fédérales dans le cas de l'Union européenne, où il nous semble (même si nous ne pouvons pas formuler d'affirmation rigoureuse à ce sujet) que les divergences entre partis de gauche et partis de droite sur les rôles respectifs, par exemple, du Parlement européen et de la Commission de Bruxelles tendent à s'organiser d'une manière compatible avec la Proposition 9.

### Comparaison entre vote fédéral simple ( $I_1$ ) et vote fédéral avec possibilité de sécession ( $I_2$ )

PROPOSITION 10 : Une majorité de chaque pays préfère  $I_2$  à  $I_1$ .

Démontré en annexe, ce résultat se comprend aisément : la possibilité de sécession constitue une sorte de garantie pour le médian du pays riche, mais celle-ci ne s'exerce pas au détriment du médian du pays pauvre, puisqu'elle ne change le taux d'imposition que dans le cas où son absence aurait provoqué la non-formation de la fédération.

16. PERSSON et TABELLINI [1996] trouvent des résultats analogues dans un contexte d'assurance.

## Préférences de l'électeur médian du pays riche

Représentons par  $\succ_r$  les préférences de l'électeur médian du pays riche.

PROPOSITION 11 : Supposons que les distributions de revenus sont log-normales dans les deux pays, et que  $\mu([-Max V_r, \infty]) > 0$ . Alors  $I_4 \succ_r I_3 \succ_r I_2 =_r I_1$ .

$I_3 \succ_r I_2$  traduit le fait que la négociation intergouvernementale renforce le pays riche par rapport au vote fédéral ;  $I_4 \succ_r I_3$  le fait que les transferts intergouvernementaux sont en faveur du pays riche (afin de compenser le transfert fiscal vers le pays pauvre).  $I_2 =_r I_1$  s'explique par le fait que la possibilité de sécession n'améliore pas véritablement la situation du médian du pays riche, puisque sa prise en compte lors du vote fédéral ne conduit qu'à le rendre indifférent entre la sécession et la non-sécession.

## Préférences de l'électeur médian du pays pauvre

Représentons par  $\succ_p$  les préférences de l'électeur médian du pays pauvre.

PROPOSITION 12 : Supposons que les distributions de revenus sont log-normales dans les deux pays et supposons que  $\mu([c, \infty])$  est assez proche de 1, pour  $c$  assez grand. Alors  $I_1 \succ_p I_3 \succ_p I_4$  et  $I_2 \succ_p I_4$ .

Ce résultat, contrepartie de la Proposition 11 pour le pays pauvre, est un peu plus complexe. En effet, les institutions induisant les politiques préférées par le médian du pays pauvre sont aussi celles qui rendent moins probable la formation de la fédération. La condition «  $\mu([c, \infty])$  assez proche de 1 » signifie que le gain d'efficacité est si grand que les contraintes politiques pèsent peu, de sorte que ce risque de non-formation d'une fédération est négligeable.

## Remarques générales

Les propositions 11 et 12 impliquent les affirmations suivantes :

- $S_i \subsetneq S_j$  implique  $I_j \succ_r I_i$ , c'est-à-dire que le médian du pays riche préfère jamais une institution à une autre qui rendrait plus probable la formation d'une fédération.

- Si  $\mu([c, \infty])$  est assez proche de 1 (pour  $c$  assez grand) alors pour tout  $(i, j) \neq (1, 2)$ ,  $S_i \subsetneq S_j$  implique  $I_i \succ_p I_j$ .

En d'autres termes, les préférences de l'électeur décisif du pays riche le mènent à préférer les institutions rendant plus probable la formation d'une fédération, alors que si le gain d'utilité  $u$  est grand avec une grande probabilité (de sorte que les contraintes politiques, induites par la possibilité de rejeter la formation d'une fédération en période 1, importent peu), l'électeur

décisif du pays pauvre préfère, entre deux institutions, celle qui rend moins probable la formation d'une fédération (à l'exception du choix entre  $I_1$  et  $I_2$ ).

Cette différence s'explique par le fait que la contrainte politique est relative aux préférences de l'électeur médian du pays riche. Du fait de la mise en commun des ressources fiscales des deux pays, la formation d'une fédération lui est moins favorable qu'à l'électeur médian du pays pauvre, ce qu'exprime l'inégalité  $V_r < V_p$  (lemme 1 (ii)). Augmenter la probabilité de formation d'une fédération revient donc à aider l'électeur médian du pays riche. Or, à l'exception de  $I_2$ , qui conduit à ne l'aider que d'un montant suffisant pour le rendre indifférent entre la formation d'une fédération et l'autarcie, les institutions de négociation intergouvernementale  $I_3$  et  $I_4$  lui sont favorables dans toutes les circonstances (c'est-à-dire quelle que soit la valeur de  $u$ ), à la fois pour les valeurs de  $u$  où elles rendent possible la formation d'une fédération qui serait impossible avec  $I_1$  et  $I_2$ , et pour les valeurs de  $u$  telles qu'une fédération serait formée quelle que soit l'institution.

Au contraire, l'effet d'une institution rendant plus probable la formation d'une fédération est ambigu pour l'électeur décisif du pays pauvre. Pour tout  $u$ , la formation d'une fédération acceptée par le médian du pays riche augmente en effet son utilité par rapport à l'autarcie (c'est une conséquence évidente de l'inégalité  $V_r < V_p$ ), donc si l'électeur médian sait que  $u \in S_i$  et  $u \in S_j$ , il préfère  $S_i$  à  $S_j$ . En revanche, la proposition 12 montre que si les contraintes politiques sont peu importantes (si  $u$  est assez grand avec une forte probabilité), alors l'effet d'une institution rendant plus probable la formation d'une fédération est principalement d'induire un résultat plus favorable à l'électeur décisif du pays riche, même si cela n'est pas nécessaire pour obtenir sa participation à la fédération<sup>17</sup>.

## 6 Taxation fédérale et nationale

---

La conclusion de la section précédente repose fortement sur la substitution d'une redistribution à l'échelle fédérale aux redistributions nationales. Nous relâchons, dans cette section, cette hypothèse extrême et supposons que la formation d'une fédération implique la juxtaposition des niveaux fédéral et national de redistribution. Cette hypothèse est d'une part plus conforme à la réalité, et d'autre part devrait permettre d'estimer la robustesse des résultats de la section précédente. Si l'ensemble des outils fiscaux disponibles est étendu, et si la formation d'une fédération est efficace, devient-elle plus facile ?

Nous résumons l'ensemble des politiques possibles par les trois taux  $\tau_f$ ,  $\tau_r$ ,  $\tau_p$ , désignant respectivement le taux fédéral, du pays riche et du pays pauvre. Chaque individu paye l'impôt fédéral et l'impôt national (au taux en vigueur

---

17. Nous expliquons plus bas (section 7) comment ces résultats peuvent aider à comprendre l'organisation du conflit sur la décentralisation au sein d'une nation et sur les institutions européennes.

dans son pays), puis les recettes fiscales de chaque entité (chaque pays et la fédération) sont redistribuées sous la forme d'un transfert forfaitaire uniforme versé à tous ses habitants. L'effet désincitatif de la taxation dépend bien sûr du taux total appliqué au revenu, soit  $\tau_f + \tau_k$  dans le pays  $k$ . Le revenu après impôt d'un habitant du pays  $k$  caractérisé par un revenu relatif (à la moyenne du pays  $k$ ) de  $\pi$  est donc donné par

$$(3) \quad \delta_k f(\tau_f + \tau_k)[(1 - \tau_f - \tau_k)\pi + \tau_k] + \frac{\tau_f}{2}[f(\tau_f + \tau_p) + \delta f(\tau_f + \tau_r)],$$

ou

$$\delta_k f(T_k) \left[ (1 - T_k)\pi + T_k - \frac{\tau_f}{2} \right] + \frac{\tau_f}{2} \delta_{k'} f(T_{k'}),$$

si l'on désigne par  $T_k (= \tau_f + \tau_k)$  le taux total en vigueur dans le pays  $k$ , avec la notation  $\{k, k'\} = \{p, r\}$ .

**Remarque :** Les seules contraintes que nous imposons sur les taux de taxation sont :

$$0 \leq T_k \leq 1 \text{ et } 0 \leq \tau_f \leq 1,$$

qui assurent que l'expression ci-dessus est positive. En particulier, nous n'excluons pas des taux nationaux négatifs, pourvu que le taux total soit positif dans chaque pays. Cette possibilité (qui est au centre du principal résultat de cette section, la proposition 13) signifie que la taxation nationale peut consister en mécanismes incitatifs (apparentés à un impôt négatif) visant à corriger une taxation fédérale jugée excessive. Si l'importance de cette possibilité est sans doute exagérée dans ce modèle au regard de la réalité, il convient toutefois de noter la diffusion croissante de ce type de mécanismes<sup>18</sup>. De plus, l'idée qui sous-tend la démonstration de la proposition 13, la possibilité pour la politique nationale de « défaire » partiellement la politique fédérale, est plus générale que la possibilité de taux négatifs<sup>19</sup>.

## 6.1 Négociation intergouvernementale

Si les deux électeurs médians négocient et si des transferts entre eux sont possibles, ils choisissent  $\tau_f$ ,  $T_r$ ,  $T_p$  afin de maximiser leur revenu total (dont la répartition sera éventuellement affectée par un transfert) égal à

$$f(T_p)[(1 - T_p)\pi_m + T_p] + \delta f(T_r)[(1 - T_r)\pi_m + T_r],$$

qui est maximal pour  $T_r = T_p = \tau_a$ , et vaut alors

$$(1 + \delta) f(\tau_a)[(1 - \tau_a)\pi_m + \tau_a] + \delta f(T_r)[(1 - T_r)\pi_m + T_r],$$

c'est-à-dire la somme des revenus des deux médians.

18. La prise en charge partielle des cotisations sociales patronales consenties aux entreprises par certaines régions françaises (voir *Les Echos*, 1<sup>er</sup> septembre 1998) constitue un tel cas, avec un taux régional négatif mais un taux total positif restant à la charge de l'employeur.

19. Voir la discussion suivant la démonstration de la proposition 13.

Le surplus à partager est donc simplement le gain « *direct* » induit par la formation de la fédération, soit  $2u$ , et la solution de Nash implique que ce surplus est partagé également, donc qu'aucun transfert de revenu n'a lieu. Ce résultat peut être atteint en choisissant  $(\tau_f, T_r, T_p) = (0, \tau_a, \tau_a)$ , c'est-à-dire en maintenant la redistribution qui avait lieu en autarcie. Notons que les transferts entre médians ne sont pas nécessaires (le même résultat pourrait, toutefois, être atteint avec une part de taxation fédérale compensée par un transfert du médian pauvre vers le médian riche...) et que ce résultat signifie qu'une négociation intergouvernementale permet la formation d'une fédération si  $u > 0$ , simplement en n'introduisant aucune redistribution fédérale.

Ce résultat est évident : le marchandage est toujours facilité par une extension de l'ensemble de choix. Nous montrons cependant, ci-dessous, qu'une telle extension peut, en revanche, rendre encore plus improbable un résultat efficace dans le cas où les décisions sont prises par le vote et non pas par négociation.

## 6.2 Vote séquentiel

Cette section analyse le jeu suivant : en période 1, un vote fédéral détermine le taux de taxation fédéral  $\tau_f$ . En période 2, chaque pays  $k$  ( $k = p, r$ ) vote pour déterminer son taux national  $\tau_k$ , et la décision, en période 2, peut se résumer par le choix du taux de taxation total, noté  $T_k = \tau_f + \tau_k$ <sup>20</sup>.

Nous modifions légèrement le modèle en supposant que les deux pays n'ont pas exactement la même population : un des deux pays (appelé pays majoritaire) a une population légèrement supérieure à celle de l'autre. Cette hypothèse est nécessaire pour définir le résultat d'un vote fédéral si chaque pays est unanime : est retenu le taux préféré par le pays majoritaire. Mais, nous supposons la différence de population suffisamment peu importante pour pouvoir écrire le revenu moyen de la fédération comme la moyenne des revenus des deux pays.

Nous commençons par établir un résultat sur le vote national en deuxième période.

LEMME 3 : Étant donné le taux de taxation fédéral et celui du pays étranger, le taux total optimal pour l'électeur médian d'un des deux pays est indépendant du taux du pays étranger. Il ne dépend que du taux fédéral, *via* une fonction  $T(\tau_f)$ , définie par

$$g(T(\tau), \tau) = 0,$$

avec 
$$g(T, \tau) = f'(T) \left[ (1 - T)\pi_m + T - \frac{\tau}{2} \right] + f(T)(1 - \pi_m).$$

**Démonstration :** Le membre de droite est la dérivée du côté droit de (3) par rapport à  $T$ . **Cqfd.**

20. Nous n'abordons pas les cas, complexes analytiquement, du vote simultané sur un taux fédéral et un taux national, ou du vote séquentiel dans l'ordre inverse (d'abord au niveau national, puis fédéral). Ils donneraient lieu, sans doute, à des conclusions moins extrêmes que celles du cas étudié dans cette section.

On peut remarquer que le taux de taxation total est identique dans les deux pays. Le résultat suivant décrit le résultat du vote en période 1 sous certaines hypothèses. Il établit que le vote séquentiel peut exacerber le conflit entre nations : il est possible que, indépendamment de leurs revenus, tous les électeurs du pays pauvre aient pour taux fédéral préféré 100 %, alors que tous ceux du pays riche ont pour taux fédéral préféré 0 %. Ce résultat repose sur l'idée que les deux étapes du vote permettent de séparer le conflit entre nations (enjeu du vote fédéral) du conflit interne à chaque nation (enjeu du vote national).

PROPOSITION 13 :

Supposons que le support de la distribution de  $\pi$  est fini (la richesse est bornée) et que  $f(1) > 0$ . Si

$$(4) \quad \text{Max} \left\{ \left| \frac{f''}{F^3} \right| (\tau) \mid |f'(\tau)| \leq (1 - \pi_m) f(1) \right\} > A$$

avec 
$$A = \frac{2}{\delta - 1} \left[ \frac{\delta}{f(0)} + \frac{\text{Max} \pi}{(1 - \pi_m) f(1)} \right],$$

alors en période 1, le taux de taxation fédéral préféré par tous les électeurs du pays riche est de 0 % et celui préféré par tous les électeurs du pays pauvre est de 100 %. Le taux retenu est celui préféré par les électeurs du pays le plus peuplé, et les deux pays choisissent le même taux national en période 2.

**Remarques :**

- L'hypothèse (4) requiert que la courbure de la fonction  $f$  soit assez grande. Cette condition s'interprète simplement : elle signifie que les effets désincitatifs de la taxation sont négligeables jusqu'à un certain seuil, puis subitement très importants. Tous les taux d'imposition totaux envisageables sont alors voisins de ce seuil. Le taux total décidé en période 2 dépend donc très peu du taux fédéral déterminé en période 1. Ainsi, une variation du taux fédéral en période 1 revient presque à un changement du partage d'un taux total fixe entre une part fédérale et une part nationale, c'est-à-dire à un transfert forfaitaire d'un pays vers l'autre. Il est alors clair que les électeurs du pays pauvre (resp. riche) souhaitent une part fédérale aussi grande (resp. petite) que possible, donc égale à 100 % (resp. 0 %).
- En particulier, quelles que soient les valeurs de  $\text{Max} \pi$  ou  $\delta$ , il est toujours possible de construire une fonction  $f$  telle que (4) soit satisfaite. La forme  $f(T) = 1 + (1 - T)^\alpha$  convient en effet si  $\alpha$  est assez proche de 1. Il est donc possible que tous les électeurs du pays pauvre souhaitent un taux fédéral de 100 % bien que le plus riche d'entre eux ait un revenu supérieur à la moyenne fédérale.
- Si le pays pauvre est majoritaire et si la condition (4) est satisfaite, le taux fédéral est de 100 %. Le taux national est négatif car  $f'(1) = \infty$ .
- Dans ce dernier cas, l'électeur médian du pays riche peut être plus pauvre que dans le cas où la taxation est seulement fédérale, déterminée par un vote fédéral (le cas de l'institution  $I_1$  de la section 5). En effet, si la cour-

bure de  $f$  passe très soudainement d'une faible valeur à une valeur élevée, les taux de taxation totaux induits par différentes institutions (taux fédéral induit par  $I_1$  et somme des deux taux dans le cas du vote séquentiel) sont très proches l'un de l'autre, ainsi que les valeurs correspondantes de  $f$ . La richesse totale est donc presque la même dans les deux cas et l'on peut se focaliser sur les transferts entre les électeurs décisifs des deux pays. Supposons que le médian du pays riche est plus riche que la moyenne fédérale (soit  $\pi_m \delta > \frac{\delta + 1}{2}$ ). Dans le cas du vote séquentiel (en supposant le pays pauvre légèrement plus peuplé), le revenu après impôt du médian du pays riche est inférieur à celui de l'habitant du pays riche ayant le revenu moyen (avant impôt)  $\delta f$ . Or, la taxation fédérale au taux de 100 % équivaut à un transfert au pays pauvre de  $\frac{\delta - 1}{2} f$  de la part de chaque habitant du pays riche. Le revenu après impôt de l'habitant du pays riche ayant le revenu moyen est donc le revenu fédéral moyen  $\frac{\delta + 1}{2} f$ , et celui de l'électeur décisif est inférieur à cette valeur. Au contraire, dans le cas d'une taxation seulement fédérale, son revenu après impôt est strictement supérieur au revenu fédéral moyen (puisque, même après impôt, la hiérarchie des revenus est maintenue, et  $\pi_m \delta > \frac{\delta + 1}{2}$ ). Le vote séquentiel peut donc induire un résultat encore moins favorable à l'électeur médian du pays riche que l'institution  $I_1$ , qui est pourtant, d'après la proposition 11, la moins favorable pour lui parmi celles que nous étudions dans la section 5.

- L'hypothèse essentielle à la démonstration du résultat est la possibilité pour la politique nationale de compenser (au moins partiellement) les effets de la politique fédérale, de sorte que celle-ci n'est plus envisagée que sous l'angle du transfert net implicite entre nations auquel elle équivaut. Nous pensons que ce type d'hypothèses, beaucoup plus général que celles faites dans ce modèle, peut rendre compte d'un aspect du conflit politique dans l'Union européenne : les programmes communautaires d'aide à des secteurs ou à des régions spécifiques ne donnent, en effet, que rarement lieu à des dissensions internes aux États, alors que sont souvent mentionnés dans le débat public les transferts nets entre États qu'ils provoquent.

Nous précisons la portée de la proposition 13, en reprenant notamment certaines remarques ci-dessus.

PROPOSITION 14 :

(i) Si les conditions de la proposition 13 sont satisfaites, si le pays pauvre est (légèrement) plus peuplé que le pays riche, et si  $\pi_m \delta > \frac{\delta + 1}{2}$  (le médian du pays riche est plus riche que la moyenne fédérale) alors, en reprenant les notations de la section 5, on a :

$\{u \mid \text{le médian de chaque pays préfère une fédération plutôt que l'autarcie}\} \subsetneq S_1$ .

(ii) Si les deux périodes sont suivies d'une période où chaque pays choisit, par un vote, entre la sécession et l'acceptation des résultats des deux périodes précédentes, alors

$\{u \mid \text{le médian de chaque pays préfère une fédération plutôt que l'autarcie}\} = [0, \infty[.$

**Démonstration :** La partie (i) reprend simplement les remarques précédentes. Si l'effet distributif est pire pour le médian du pays riche que dans le cas de la taxation exclusivement fédérale et de l'institution  $I_1$ , alors

$\{u \mid \text{le médian de chaque pays préfère une fédération plutôt que l'autarcie}\} \subset S_1.$   
 $\neq$

Pour démontrer la partie (ii), il suffit de remarquer que le vote pour un taux fédéral nul en période 1, qui entraîne en période 2 un vote pour des taux nationaux égaux à  $\tau_{a_1}$  et l'absence de sécession en période 3, si  $u \leq 0$  induit pour tous les individus une utilité supérieure à celle qui résulterait d'une sécession en période 3 (c'est-à-dire, la même redistribution mais pas de gain d'utilité  $u$ ). Il est donc impossible qu'une majorité vote en période 1, pour un taux fédéral induisant la sécession en période 3, ce qui démontre le résultat (mais le vote mentionné ci-dessus pour un taux fédéral nul n'a aucune raison d'être l'équilibre du vote fédéral, il est simplement mentionné pour décrire les préférences des agents en période 1). **Cqfd.**

## 7 Remarques finales

---

### ***Nation et redistribution***

Les résultats obtenus dans les sections 4 et 5, qui comparent plusieurs institutions fédérales, peuvent éclairer les débats actuels sur les institutions européennes. Nous montrons, notamment, que, par rapport à la situation d'un pays en autarcie, une démocratie à l'échelle fédérale pratique une redistribution de plus grande ampleur, alors qu'une procédure de négociation intergouvernementale conduit à une redistribution moindre. De plus, si chaque État peut décider de faire sécession, les institutions les plus favorables à la formation d'une fédération sont celles qui induisent le moins de redistribution. Nous pensons que ces deux résultats peuvent contribuer à rendre compte d'un paradoxe. Traditionnellement, les courants politiques libéraux sont favorables à la décentralisation au sein des États-nations, donc au renforcement d'unités politiques « *petites* »<sup>21</sup>. Mais la distribution des préférences

---

21. LEMIEUX [1996] a montré que les politiques de décentralisation récemment mises en œuvre dans plusieurs pays occidentaux ont, en général, provoqué une diminution des dépenses publiques totales, conformément à leur but avoué. La France, où un gouvernement socialiste a présidé à la décentralisation, constitue une exception – et même en France, la décentralisation est traditionnellement un thème libéral.

relatives à l'intégration européenne semble obéir à une logique inverse : les plus riches sont en moyenne plus favorables à l'Union européenne – donc à une unité politique de grande taille – que les plus pauvres<sup>22</sup>.

Nos résultats autorisent peut-être une résolution de ce paradoxe, si l'on considère une différence essentielle entre le fédéralisme entre nations et la centralisation au sein d'une nation : au sein d'une nation, une région ne peut pas menacer de faire sécession de manière crédible. En l'absence d'une telle menace, l'institution naturellement utilisée dans un État-nation centralisé est la démocratie à l'échelle nationale. Or, nous avons montré (proposition 3) que le taux de taxation résultant était supérieur à celui qui prévaudrait dans chaque région en autarcie. La centralisation accroît donc la redistribution à la fois à cause des transferts « *mécaniques* » entre régions, qui auraient lieu même à taux inchangé, et en raison de l'augmentation du taux de taxation. Au contraire, comme le montrent les propositions 11 et 12, les institutions rendant probable la formation d'une fédération – une fois prises en compte les contraintes politiques – sont plus favorables à l'électeur décisif du pays riche qu'à celui du pays pauvre, et, dans chacun des deux pays, plus favorables aux plus riches.

Cette comparaison entre la redistribution possible au sein d'un espace « *national* », c'est-à-dire à l'intérieur duquel la menace de sécession n'est pas crédible, et au sein d'un espace plus vaste, dans lequel des contraintes politiques limitent la redistribution, s'apparente à l'interprétation proposée par FRIEDMAN [1977] du développement des États-nations depuis la révolution industrielle. Du fait de celle-ci, le travail industriel serait devenu la principale source de richesse. Les unités politiques permettant de maximiser les ressources fiscales totales coïncideraient alors avec les nations, c'est-à-dire les ensembles au sein desquels la mobilité de la force de travail est peu coûteuse. Cet argument et le nôtre reposent sur deux définitions différentes de la nation : FRIEDMAN [1977] la caractérise comme un espace au sein duquel la mobilité individuelle est facile, et cet article comme un espace au sein duquel la sécession est difficile. Ce dernier aspect, et ses implications fiscales, peut être lié à la vision répandue mais souvent vague de l'État-nation comme espace naturel de la redistribution.

## ***Institutions fédérales et conflit international***

Une autre conclusion générale se dégage de ce modèle : la prise en compte des intérêts de chaque membre d'une fédération peut conduire à des institutions qui exacerbent le conflit entre nations. La démocratie fédérale protège mal la nation la plus riche : à l'effet mécanique défavorable dû à la mise en commun des ressources fiscales avec le pays pauvre s'ajoute un effet politique qui augmente l'ampleur de la redistribution. La négociation intergouvernementale, au contraire, renforce politiquement le pays riche et permet de limiter la redistribution. Mais cette institution, si elle protège le pays riche et peut donc faciliter son adhésion à une fédération, exacerbe le conflit entre nations. Chaque pays a en effet intérêt à déléguer, pour la négociation, un représentant dont les préférences sont plus extrêmes que celles de l'électeur médian. La protection du pays riche, obtenue par une institution de négociation intergouvernementale, exacerbe donc le conflit international.

---

22. Le revenu individuel est fortement et positivement corrélé avec le vote « *oui* » lors du référendum sur le traité de Maastricht en 1992 (cf. « Les dix France », *Le Monde*, 25 septembre 1992).

La section 6 conduit à des conclusions voisines. La juxtaposition d'une taxation nationale et d'une taxation fédérale semble pouvoir protéger le pays riche, parce qu'une redistribution s'opérant principalement au niveau national limiterait les transferts internationaux. Mais la modélisation des processus politiques montre que l'inverse risque de se produire, parce que la multiplicité des instruments fiscaux permet de dissocier le conflit interne à chaque pays du conflit international, et conduire à l'expropriation de la nation minoritaire. Ici encore, un mécanisme visant à limiter la redistribution entre nations aboutit à une exacerbation du conflit international.

Ce mécanisme illustre la tension très générale entre deux logiques<sup>23</sup>. L'utilisation d'instruments fiscaux suffisamment riches est parfois nécessaire pour réaliser une amélioration parétienne<sup>24</sup>. Mais la multiplicité des variables sujettes aux processus politiques donne lieu à des effets pervers politiques, car l'expropriation d'un groupe minoritaire donné peut être réalisée par la combinaison judicieuse de plusieurs instruments fiscaux<sup>25</sup>.

Ces conclusions suggèrent qu'il est difficile de concevoir des institutions qui protègent chaque État membre contre la tyrannie de la majorité, tout en favorisant l'émergence de coalitions transnationales. Dans le contexte de la construction européenne, ces deux objectifs semblent également souhaitables, et la réflexion institutionnelle doit, sans doute, chercher les moyens de les concilier. ■

---

23. Cette tension se retrouve dans le caractère contrasté des deux parties de la proposition 14.

24. Par exemple, la redistribution des revenus peut ne pas suffire pour rendre Pareto-améliorante l'ouverture d'un pays au commerce international (SPECTOR [1999]), ce qui rend nécessaire la taxation différenciée des biens, les droits de douane ou les subventions à l'exportation (DIXIT et NORMAN [1986], NAITO [1998]).

25. Cette possibilité est au cœur de la théorie des groupes de pression, à propos desquels OLSON [1971] présente des exemples de législations formulées en termes généraux sans désigner nommément les groupes bénéficiaires, mais revenant en réalité à opérer des transferts à des groupes très limités. Dans cet esprit également, FRIEDMAN [1962] s'oppose à l'idée de taux progressifs de taxation, au motif qu'ils donnent à une majorité le pouvoir de décider des mesures fiscales qui ne l'affectent pas, et prône la restriction à une taxation linéaire, non pas par simple hostilité à la redistribution, mais pour éviter ce type d'expropriation.

## • Références bibliographiques

- ALESINA A., SPOLAORE E. [1997]. – « On the Number and Size of Nations », *Quarterly Journal of Economics*, vol. 112(4), pp. 1027-1056.
- BOLTON P., ROLAND G. [1997]. – « The Breakup of Nations: A Political Economy Analysis », *Quarterly Journal of Economics*, vol. 112(4), pp. 1057-1090.
- BOLTON P., ROLAND G., SPOLAORE E. [1996]. – « Economic Theories of the Breakup and Integration of Nations », *European Economic Review*, vol. 40, pp. 697-706.
- BOURGUIGNON F., BUREAU D. [1999]. « L'architecture des prélèvements obligatoires en France », *Rapport du Conseil d'Analyse Économique*.
- DIXIT A., LONDREGAN J. [1998]. – « Fiscal Federalism and Redistributive Politics », *Journal of Public Economics*, pp. 153-180.
- DIXIT A., NORMAN V. [1986]. – « Gains from Trade without Lump-Sum Compensation », *Journal of International Economics*, vol. 21, pp. 111-122.
- FRIEDMAN D. [1977]. – « The Theory of the Size and Shape of Nations », *Journal of Political Economy* vol. 85(1), pp. 59-77.
- FRIEDMAN M. [1962]. – *Capitalism and Freedom*, Chicago: University of Chicago Press.
- GORDON R. [1983]. – « An Optimal Taxation Approach to Fiscal Federalism », *Quarterly Journal of Economics*, vol. 98, pp. 567-586.
- JOHNSON W. [1988]. – « Income Redistribution in a Federal System », *American Economic Review*, vol. 78(3), pp. 570-573.
- LEMIEUX V. [1996]. – « L'analyse politique de la décentralisation », *Canadian Journal of Political Science*, vol. 29, pp. 661-680.
- NAITO H. [1998]. – « Tariffs and Production Subsidies for Income Redistribution », *Mimeo*, University of Michigan.
- OATES W. [1972]. – *Fiscal Federalism*, New York: Harcourt, Brace and Jovanovich.
- OATES W. [1999]. – « An Essay on Fiscal Federalism », *Journal of Economic Literature*, vol. 37, pp. 1120-1149.
- OATES W., SCHWAB R. [1991]. – « The Allocative and Distributive Implications of Local Fiscal Competition » in *Competition Among States and Local Governments*, D. Kenyon and J. Kincaid, eds., Washington, D.C.: Urban Institute, pp. 127-145.
- OLSON M. [1971]. – *The Logic of Collective Action: Public Goods and the Theory of Groups*, Cambridge: Harvard University Press.
- OSBORNE M., RUBINSTEIN A. [1990]. – *Bargaining and Markets*, San Diego: Academic Press.
- PERSSON T., TABELLINI G. [1996]. – « Federal Fiscal Constitutions: Risk Sharing and Redistribution », *Journal of Political Economy*, vol. 104(5), pp. 979-1009.
- PERSSON T., TABELLINI G. [1994]. – « Does Centralization Increase the Size of Government? », *European Economic Review*, vol. 38, pp. 765-773.
- SPECTOR D. [1999]. – « Is it Possible to Redistribute the Gains from Trade Using Income Taxation? », *MIT Working Paper # 99-13*, à paraître dans le *Journal of International Economics*.
- TIEBOUT C. [1956]. – « A Pure Theory of Local Expenditure », *Journal of Political Economy*, vol. 64, pp. 307-326.

# ANNEXE

## Démonstration du Lemme 1

$$(i) : V_p + V_R(\tau) = (1 + \delta)f(\tau)[\tau + (1 - \tau)\pi_m] - (1 + \delta)f(\tau_a) [\tau_a + (1 - \tau_a)\pi_m].$$

Par définition,  $\tau_a$  maximise  $f(\tau)[\tau + (1 - \tau)\pi_m]$ , donc l'expression ci-dessus est maximale pour  $\tau = \tau_a$ , où elle vaut zéro.

$$(ii) : (V_p - V_r)(\tau) = (\delta - 1)(f(\tau_a)[\tau_a + (1 - \tau_a)\pi_m] - f(\tau)[\tau + (1 - \tau)\pi_m]) + (\delta - 1)f(\tau)\tau.$$

Le premier terme du membre de droite est strictement positif si  $\tau \neq \tau_a$  et le second est strictement positif si  $\tau \neq 0$ . Leur somme est donc strictement positive pour tout  $\tau$ .

(iii) : pour tout  $\tau$ ,  $2V_r(\tau) = (V_r + V_p)(\tau) + (V_r - V_p)(\tau)$ . Le premier terme est négatif d'après (i) et le second strictement négatif d'après (ii), donc  $V_r(\tau) < 0$ .  $V_r$  est défini sur l'intervalle fermé  $[0,1]$ , donc  $\text{Max } V_r < 0$ .

## Démonstration de la Proposition 3

a) Nous montrons, d'abord, que le rapport « *revenu médian sur revenu moyen* » est plus petit dans une fédération que dans chaque pays pris isolément. Ceci équivaut à montrer que plus de la moitié de la population de la fédération a un revenu inférieur à  $\pi_m$  fois le revenu fédéral moyen. Comme un agent dont le revenu relatif dans la fédération est  $\pi$  a un revenu relatif de  $\frac{1 + \delta}{2}\pi$  (resp.  $\frac{1 + \delta}{2\delta}\pi$ ) dans son pays s'il est un habitant du pays pauvre (resp. riche), ceci revient à montrer que

$$G\left(\frac{1 + \delta}{2}\pi_m\right) + G\left(\frac{1 + \delta}{2\delta}\pi_m\right) > 1.$$

En notant  $h(\delta)$  pour le terme de gauche de cette inégalité, nous avons :

$$h(1) = 1 ; h(\infty) = G(\infty) + G\left(\frac{1}{2}\right) = 1 + G\left(\frac{1}{2}\right) > 1 ;$$

et

$$2h'(\delta) + g\left(\frac{1 + \delta}{2}\pi_m\right) - \frac{1}{\delta^2}g\left(\frac{1 + \delta}{2\delta}\pi_m\right).$$

La log-normalité entraîne l'existence de  $A, B > 0$  tels que pour tout  $x$ ,  $g(x\pi_m) = B \exp[-A(\text{Log}(x))^2]$ . Ceci implique (après quelques lignes de calcul) que  $h'(\delta)$  a le même signe que  $2 + A \text{Log}\left(\frac{4\delta}{(1 + \delta)^2}\right)$ , qui est positif puis négatif sur  $[1, \infty)$ . Donc, pour tout  $\delta$ ,  $h(\delta) > \text{Min}(h(1), h(\infty)) = 1$ .

b) Comme les préférences sont convexes, et que le médian du pays pauvre est plus pauvre que le médian fédéral, le taux préféré par le médian du pays pauvre est supérieur à  $\tau_f^1$ , et  $V_p'(\tau) > 0$  si  $\tau < \text{Arg max } V_p$ .

$$(5) \quad \text{Donc } V_p(\tau_f^1) > V_p(\tau_a) = \frac{\delta - 1}{2} \tau_a f(\tau_a) > 0.$$

(la première inégalité de (5) résulte de a) et la dernière reflète le fait que si le taux de taxation restait inchangé à  $\tau_a$ , le changement d'utilité du médian du pays pauvre résulterait uniquement de l'accroissement du transfert forfaitaire).

c) est le point (iii) du lemme 1.

#### **Démonstration de la Proposition 4**

D'après le lemme 1 (ii),  $V_r(\tau) < V_p(\tau)$ . Donc une condition nécessaire et suffisante pour qu'un taux  $\tau$  satisfasse la contrainte de non-sécession est  $V_r(\tau) + u \geq 0$ , ce qui prouve (i).

Si  $V_r(\tau_f^1) + u \geq 0$  alors un vote de première période en faveur de  $\tau_f^1$  n'est pas remis en cause à la période suivante. D'après la définition de  $\tau_f^1$ ,  $\tau_f^1$  est donc préféré par une majorité de la population de la fédération à tout autre taux de taxation fédéral. Pour démontrer la partie (ii) de la proposition, il suffit donc de montrer qu'une majorité de la fédération préfère une redistribution fédérale au taux  $\tau_f^1$  à une dissolution de la fédération (ceci impliquera qu'une majorité, en première période, préfère  $\tau_f^1$  à un taux induisant une dissolution en deuxième période). La différence entre l'utilité induite par une taxation fédérale au taux  $\tau_f^1$  et l'autarcie (donc la taxation nationale au taux  $\tau_a$ ) est égale, pour un agent de richesse relative  $\pi$  dans le pays  $j$ , à  $\delta_j \pi \left( f(\tau_f^1)(1 - \tau_f^1) - f(\tau_a)(1 - \tau_a) \right) + \frac{1 + \delta}{2} \tau_f^1 f(\tau_f^1) - \delta_j \tau_a f(\tau_a)$ , qui est une fonction monotone de  $\pi$ , positive en  $\pi_m$  pour  $j = p$  et  $j = r$ , donc positive pour plus de la moitié de la population fédérale, ce qui achève de prouver (ii).

(iii) se démontre de la même manière. Tout d'abord, si  $V_r(\tau_f^1) + u \geq 0$ , alors  $V_r(\tau) + u \geq 0$  pour tout  $\tau \geq \tau_f^1$ . En effet, comme le médian du pays riche est plus riche que le médian fédéral son taux de taxation préféré est inférieur à  $\tau_f^1$  (le taux préféré par le médian fédéral, par définition), donc la fonction  $V_r$  est décroissante sur  $[\tau_f^1, 1]$ . Par ailleurs, si l'on définit  $\tau_f^s$  par  $\tau_f^s = \text{Max}\{\tau | V_r(\tau) + u \geq 0\} (< \tau_f^1)$ , il est clair qu'une majorité de la population fédérale préfère une redistribution fédérale au taux  $\tau_f^s$  à une redistribution à un taux inférieur à  $\tau_f^s$  : comme  $\tau_f^s \leq \tau_f^1$ , le médian fédéral préfère un taux aussi proche que possible de son taux préféré qui est  $\tau_f^1$ . Il reste à montrer, comme pour la démonstration de (ii), qu'une majorité préfère plutôt que l'autarcie, une taxation fédérale au taux  $\tau_f^s$ . Par définition,  $V_r(\tau_f^s) + u = 0$  et  $V_p(\tau_f^s) + u \geq 0$ , donc une moitié de la population du pays riche, et plus de la moitié de la population du pays pauvre (soit une majorité de la population fédérale) préfère une taxation fédérale au taux  $\tau_f^s$ .

### Démonstration de la Proposition 5

Si  $\text{Max} V_r + u < 0$  alors quel que soit le résultat de la négociation, le médian du pays riche accroît son utilité en choisissant son option extérieure, l'autarcie, et la fédération ne peut pas être formée. Dans le cas contraire, comme  $V_p + V_r$  est maximisé à  $\tau_a$  et  $V_p > V_r$ , la dérivée de  $(V_r(\tau) + u)(V_p(\tau) + u)$  à  $\tau \geq \tau_a$  est égale à

$$u(V_p' + V_r') + V_p'V_r + V_pV_r' < V_p'V_r + V_pV_r' < V_r'(V_p - V_r) < 0,$$

donc  $\tau_f^b = \arg \max(V_r(\tau) + u)(V_p(\tau) + u) < \tau_a$ . De plus, si la distribution des revenus est log-normale dans chaque pays (ce qui permet d'appliquer la proposition 3), alors  $\tau_f^s > \tau_f^b$ . En effet, d'après les propositions 3 et 4, ou bien  $\tau_f^s = \tau_f^1 > \tau_a > \tau_f^b$  ou bien  $V_r(\tau_f^s) + u = 0$  d'où  $V_r(\tau) + u)(V_p(\tau) + u) = 0$ , ce qui implique que  $(V_r(\tau) + u)(V_p(\tau) + u)$  est maximisé à une valeur strictement inférieure à  $\tau_f^s$ . Comme le taux fédéral préféré par le médian du pays pauvre est inférieur à  $\tau_f^1$ , préféré par le médian fédéral, les inégalités  $\tau_f^1 \geq \tau_f^s \geq \tau_f^b$  impliquent  $V_p(\tau_f^s) > V_p(\tau_f^b) \cdot V_p(\tau_f^s) > V_p(\tau_f^b)$  implique  $V_r(\tau_f^s) < V_r(\tau_f^b)$  parce que le résultat de la négociation est un optimum de Pareto (contraint bien sûr par la restriction à un taux fédéral unique).

### Démonstration de la Proposition 6

Rappelons que les taux préférés par les médians du pays pauvre et du pays riche sont respectivement  $\hat{\tau} \left( \frac{2}{1+\delta} \pi_m \right)$  et  $\hat{\tau} \left( \frac{2\delta}{1+\delta} \pi_m \right)$ . La solution de Nash implique que le taux  $\tau(\pi_p, \pi_r)$  résultant de la négociation entre les deux représentants nationaux est donné par

$$\text{Arg max}_{\tau} (\delta W_r(\tau, \pi_r) + u)(W_p(\tau, \pi_p) + u),$$

$$\text{où } W_p(\tau, \pi_p) = f(\tau)(1 - \tau)\pi_p + \frac{1 + \delta}{2} \tau f(\tau) - f(\tau_a)[\tau_a + (1 - \tau_a)\pi_p]$$

$$\text{et } W_r(\tau, \pi_r) = f(\tau)(1 - \tau)\pi_p + \frac{1 + \delta}{2\delta} \tau f(\tau) - f(\tau_a)[\tau_a + (1 - \tau_a)\pi_p]$$

Il est clair que  $\tau(\pi_p, \pi_r)$  est une fonction strictement décroissante de  $\pi_p$  et  $\pi_r$ . Montrons, d'abord, que si  $\pi_m \leq \pi_r$  alors le choix optimal du médian du pays pauvre est tel que  $\pi_p < \pi_m$ . En effet, si  $\pi_m \leq \pi_r$  alors  $\tau(\pi_m, \pi_r) \leq \tau(\pi_m, \pi_m) = \tau_f^b \leq \tau_f^s < \hat{\tau} \left( \frac{1 + \delta}{2\delta} \pi_m \right)$ , donc le médian du pays pauvre souhaite augmenter strictement le taux par rapport à celui qui prévaudrait s'il se représentait lui-même, d'où le choix d'un représentant tel que  $\pi_p < \pi_m$ . De même, on peut montrer que si  $\pi_p \leq \pi_m$ , alors le choix optimal du médian du pays riche est tel que  $\pi_r > \pi_m$ . Il reste à montrer l'impossibilité d'un équi-

libre tel que  $\pi_r < \pi_m < \pi_p$ . Supposons par l'absurde que  $\pi_r < \pi_m < \pi_p$ . Comme  $\widehat{\tau} \left( \frac{1+\delta}{2\delta} \pi_m \right) > \widehat{\tau} \left( \frac{1+\delta}{2} \pi_m \right)$ , l'une au moins des inégalités  $\tau(\pi_p, \pi_r) > \widehat{\tau} \left( \frac{1/\delta}{2} \pi_m \right)$  et  $\tau(\pi_p, \pi_r) < \widehat{\tau} \left( \frac{1/\delta}{2\delta} \pi_m \right)$  est vraie. Si la première est vraie, alors le médian du pays riche peut améliorer son sort en choisissant un représentant plus riche, ce qui décroît le taux de taxe ; si la seconde est vraie, le médian du pays pauvre améliore son sort en choisissant un représentant plus pauvre, ce qui est possible puisque  $0 < \pi_m < \pi_p$ .

### Démonstration de la Proposition 7

Si  $t$  est le transfert du médian du pays pauvre vers celui du pays riche, la solution  $(\tau, t)$  maximise  $(V_r(\tau) + u + t)(V_p(\tau) + u - t)$ . Ceci implique que  $\tau$  maximise  $V_r + V_p$  et que  $V_r(\tau) + u + t = V_p(\tau) + u - t$  soit  $\tau = \tau_a$  et  $t = \tau_a f(\tau_a) \frac{\delta - 1}{2}$ , qui impliquent  $V_p^{bt} = V_r^{bt} = 0$ . Le lemme 1 et l'inégalité  $V_p(\tau) > V_r(\tau)$  pour tout  $\tau$  impliquent que  $V_r(\tau) < 0$  pour tout  $\tau \neq \tau_a$ , donc en particulier pour  $\tau = \tau_f^s$ . Enfin, lorsque  $u$  converge vers l'infini,  $\text{Arg max}(V_r(\tau) + u)(V_p(\tau) + u)$  converge vers  $\text{Arg max}(V_r + V_p) = \tau_a$  de sorte que  $V_p^{bt} - V_p(\tau_f^b) = 0 - V_p(\tau_f^b)$  converge vers  $-V_p(\tau_a) < 0$  (cette dernière inégalité est (5) prouvée plus haut).

### Démonstration de la Proposition 9

Avec les notations introduites plus haut, la variation d'utilité espérée (par rapport à l'autarcie) induite par l'institution  $I_i$  pour le médian du pays  $j$  s'écrit  $\int_{S_i} [V_j(\tau_i(u)) + u] d\mu(u)$ . La différence entre les utilités espérées induites par  $I_2$  et  $I_3$  est donc  $\int_{\text{Max } V_r + u \leq 0} [V_r(\tau_f^s(u)) - V_r(\tau_f^b(u))] d\mu(u)$  pour le médian du pays riche et pour le médian du pays pauvre. Or, la partie (ii) de la proposition 5 établit que (sous l'hypothèse de log-normalité) pour tout  $u$ , l'expression sous la première intégrale est strictement négative et l'expression sous la seconde intégrale est strictement positive. Ceci prouve (i) et (ii). De plus, si  $\mu([- \text{Max } V_r, \infty]) > 0$ ,  $d\mu(u)$  n'est pas uniformément nul dans ces intégrales, donc les intégrales sont non nulles et les préférences sont strictes, d'où (iv). Enfin, le lemme 2 et l'inégalité  $\tau_f^s > \tau_f^b$  (établie elle aussi dans la proposition 5) impliquent (iii).

### Démonstration de la Proposition 10

La différence entre les utilités espérées induites par  $I_2$  et  $I_1$  pour le médian du pays  $j$ , qui s'écrit  $\int_{S_2} [V_j(\tau_2(u)) + u] d\mu(u) - \int_{S_1} [V_j(\tau_1(u)) + u] d\mu(u)$

est égale, d'après la proposition 4 à

$$\int_{-\text{Max}V_r}^{-V_r(\tau_f^1)} [V_j(\tau_f^s(u)) + u]d\mu(u) = \int_{-\text{Max}V_r}^{-V_r(\tau_f^1)} [V_j(\tau_f^s(u)) - V_r(\tau_f^s(u))]d\mu(u).$$

Cette expression est évidemment nulle si  $j = r$ , et d'après le lemme 1 (ii) strictement positive si  $j = p$ . Elle est donc positive ou nulle pour  $j = r$  ou  $p$ .

### **Démonstration de la Proposition 11**

Les propositions 9 et 10 prouvent que  $I_3 \succ_r I_2 \approx_r I_1$  (le caractère strict de la première inclusion, équivalent à la partie (iv) de la proposition 9, est dû à l'hypothèse  $\mu([-\text{Max}V_r, \infty]) > 0$ ). Il reste à prouver  $I_4 \succ_r I_3$ . La différence entre les utilités espérées induites par  $I_4$  et  $I_3$  pour le médian du pays riche,  $\int_{S_4} [V_r^{bt} + u]d\mu(u) - \int_{S_3} [V_r^b + u]d\mu(u)$ , est égale d'après les propositions 4 et 6 à

$$\int_0^\infty ud\mu(u) - \int_{-\text{Max}V_r}^\infty [V_r(\tau_f^b) + u]d\mu(u) = \int_{-\text{Max}V_r}^\infty [-V_r(\tau_f^b)]d\mu(u) + \int_0^{-\text{Max}V_r} ud\mu(u).$$

Les expressions sous ces deux intégrales sont strictement positives (d'après le lemme 1, pour la première intégrale), donc  $I_4 \succ_r I_3$ .

### **Démonstration de la Proposition 12**

Si  $u > -V_r(\tau_f^1)$  alors  $u \in S_i$  pour  $i = 1, 2, 3, 4$ , donc une fédération est formée quelle que soit l'institution en vigueur. La proposition 4 implique que si  $u > -V_r(\tau_f^1)$  alors  $\tau_f^s = \tau_f^1$  et la proposition 5 (ii) implique donc que  $V_p(\tau_f^b) < V_p(\tau_f^s) = V_p(\tau_f^1)$ . Donc  $I_1 \succ_p I_3$  si  $\mu([-V_r(\tau_f^1), \infty])$  est assez proche de 1. Nous avons montré dans la proposition 7 que si  $u > b$  pour un certain  $b$ , alors  $0 = V_p^{bt} < V_p(\tau_f^s)$ . Donc si  $\mu([b, \infty])$  est assez proche de 1,  $I_3 \succ_p I_4$ . Ceci prouve le résultat avec  $c = \text{Max}(-V_r(\tau_f^1), b)$ . Enfin, d'après la proposition 9,  $I_2 \succ_p I_3$  d'où  $I_2 \succ_p I_4$  par transitivité si  $\mu([c, \infty])$  est assez proche de 1.

### **Démonstration de la Proposition 13**

Le revenu après impôt  $V_k(\tau_f, T_k, T_{k'}, \pi)$  s'écrit

$$V_k(\tau_f, T_k, T_{k'}, \tau) = V_k(\tau_f, T_k, T_{k'}, \tau_m) + (\pi - \pi_m)(1 - T_k)\delta_k f(T_k),$$

d'où avec des notations évidentes,

$$\begin{aligned}
(6) \quad & \frac{d}{d\tau_f} V_k(\tau_f, T(\tau_f), T(\tau_f), \pi) \\
&= \frac{d}{d\tau_f} V_k(\tau_f, T(\tau_f), T(\tau_f), \pi_m) - (\pi - \pi_m) (f - (1 - T)f') \frac{dT}{d\tau_f} \\
&= \frac{\partial V_k(\pi_m)}{\partial \tau_f} + \frac{\partial V_k(\pi_m)}{\partial T_k'} \frac{dT}{d\tau_f} - (\pi - \pi_m) (f - (1 - T_k)f') \frac{dT_k}{d\tau_f} \\
&= \frac{\delta_{k'} - \delta_k}{2} f + \frac{\tau_f \delta_{k'}}{2} f' \frac{dT}{d\tau_f} - (\pi - \pi_m) (f - (1 - T_k)f') \frac{dT}{d\tau_f}.
\end{aligned}$$

$g(T(\tau_f), \tau_f) = 0$  implique

$$\frac{dT}{d\tau_f} = - \frac{\frac{dg}{d\tau_f}}{\frac{dg}{dT}} = \frac{1}{4(1 - \pi_m) - 2(1 - \pi_m) \frac{f'' f}{f'^2}}.$$

La valeur de  $f$  et de ses dérivées est prise à  $T(\tau_f)$ . Le lemme 3 implique que

$$|f'| = \frac{f(1 - \pi_m)}{(1 - T(\tau_f))\tau_m + T(\tau_f) - \frac{\tau_f}{2}} > (1 - \pi_m)f(1). \quad \text{Donc} \quad \left| \frac{f''}{f'^3} \right| > A$$

implique  $\left| \frac{f'' f}{f'^3} \right| > A(1 - \pi_m)f(1)^2$ , de sorte que, si  $A$  est assez grand,

$$\left| \frac{dT}{d\tau_f} \right| < \frac{1}{A(1 - \pi_m)f(1)^2} \text{ et } \left| f' \frac{dT}{d\tau_f} \right| < \frac{1}{Af(1)}.$$

Ces inégalités, et l'inégalité  $(f - (1 - T_k)f')(\tau) < f(\tau) + f(\tau) - f(1) < 2f(0)$  (résultant de la concavité de  $f$ ), impliquent que la somme des deux derniers termes du côté

droit de (6) est inférieure à  $\frac{1}{Af(1)} \left[ \frac{f(0)\text{Max}\pi}{f(1)(1 - \pi_m)} + \delta \right]$ , alors que la valeur

absolue du premier est supérieure à  $\frac{\delta - 1}{2} f(1)$ , donc si

$$\left| \frac{f''}{f'^3} \right| > \frac{2}{(\delta - 1)f(1)^2} \left[ \delta + \frac{\text{Max}\pi f(0)}{(1 - \pi_m)f(1)} \right],$$

le terme de droite de (6) a le même signe que : un taux de taxation fédéral plus élevé accroît l'utilité de tous les habitants du pays pauvre et décroît celle de tous les habitants du pays riche.

