ANNALES D'ÉCONOMIE ET DE STATISTIQUE. – N° 61 – 2001

Risque de chômage, assurance complète et choix des ménages dans les modèles dynamiques

Arnaud CHÉRON *

RÉSUMÉ. – Ce papier s'intéresse aux choix des ménages dans les modèles dynamiques lorsqu'ils sont confrontés à une double incertitude : un risque collectif et un risque individuel de chômage. Nous montrons que les règles de décisions de consommation et d'épargne d'un ménage ne dépendent pas de son état sur le marché du travail dès lors qu'il dispose d'autant de contrats d'assurance d'une période que d'états collectifs possibles. Les implications de cette propriété d'assurance complète sur le montant optimal d'assurance chômage, les niveaux de consommation et d'utilité des ménages sont alors analysées en fonction des préférences, et leurs choix optimaux caractérisés d'après la résolution du problème d'un ménage représentatif.

Unemployment Risk, Full-Insurance and the Households Decision Rules in Dynamic Models

ABSTRACT. – This paper examines, in dynamic models, the decision rules of households who face an individual risk contingent upon an aggregate uncertainty. More precisely, the individual risk relies on the positive probability to be unemployed. We show that as much unemployment insurance contracts as collective risks allow full-insurance against unemployment: the marginal utility of consumption and the level of wealth for an household do not depend on its labor market state. We analyze the impact of this property according to preferences and, as well, show how the full-insurance result allows to derive households decision rules from a representative agent problem.

---

* A. CHÉRON : Université de Paris I – EUREQua et Université du Maine – GAINS.
Je remercie F. LANGOT, F. PORTIER, J.M. TALLON et deux rapporteurs anonymes pour leurs remarques. Je demeure responsable des éventuelles erreurs et insuffisances.

1 Introduction

L'introduction du chômage dans un modèle dynamique d'équilibre général implique que les ménages ont *a priori* des comportements hétérogènes : les décisions de consommation et d'épargne d'un agent dépendent potentiellement de son histoire sur le marché du travail. Pourtant, de nombreux travaux ayant introduit le chômage dans ce type de modèles caractérisent le comportement des ménages simplement d'après la résolution du problème d'un ménage représentatif (voir, entre autres, HANSEN [1985], DANTHINE et DONALDSON [1990], MERZ [1995, 1997, 1999], ANDOLFATTO [1996], FÈVE et LANGOT [1996], LANGOT [1996] et DEN HAAN, RAMEY et WATSON [2000]). Une propriété d'assurance complète contre le risque de chômage est alors invoquée.

L'objectif de ce papier est justement de présenter explicitement cette propriété dans une économie où les ménages sont confrontés à une double incertitude : un risque collectif, lié à une incertitude agrégée, et un risque individuel, lié à l'état du ménage sur le marché du travail. À cet égard, nous reconsidérons tout d'abord les résultats de CASS, CHICHILNISKY et WU [1996] dans le cas particulier d'un risque individuel de chômage, puis les étendons ensuite au cas d'une économie avec accumulation de richesse[1]. Nous montrons ainsi que, sous l'hypothèse de loteries sur le marché du travail indépendantes dans le temps, l'existence d'autant de contrats d'assurance d'une période que d'états collectifs possibles (un ensemble complet de contrats d'assurance) permet aux ménages de s'assurer complètement contre le risque relatif au marché du travail : l'utilité marginale de la consommation et le montant d'épargne d'un ménage ne dépendent pas de son état sur le marché du travail. Les choix des ménages peuvent alors être déduits du problème d'un ménage représentatif.

La stratégie retenue pour présenter ces résultats est la suivante. Dans un premier temps, nous exposons une structure du marché de l'assurance chômage qui donne la possibilité aux ménages d'assurer complètement leurs choix de consommation contre le risque individuel de chômage. Les implications de cette propriété d'assurance complète sur le montant optimal d'assurance, les niveaux de consommation et d'utilité des ménages, en fonction de la spécification retenue des préférences, sont alors discutées. Dans un second temps, nous reprenons cette démarche et généralisons la propriété d'assurance complète au cas d'une économie avec accumulation, qui fait donc intervenir les décisions d'épargne des ménages. Il est alors montré sous quelles hypothèses la structure considérée du marché de l'assurance peut être exploitée pour caractériser les choix optimaux des ménages d'après la résolution du problème d'un ménage représentatif dans des modèles dynamiques d'équilibre général avec chômage. Notre raisonnement s'appuie plus particulièrement sur le cas des modèles d'appariement.

1. CASS *et al.* [1996] montrent dans une économie d'échanges purs que l'existence d'un nombre approprié de contrats d'assurance permet aux ménages de s'assurer complètement contre les risques individuels : le niveau de consommation d'un ménage ne dépend alors pas de son état individuel.

2 Assurance complète et risque de chômage dans une économie sans accumulation

Cette section présente une structure de marchés permettant aux ménages d'assurer complètement leurs décisions de consommation face au risque de chômage. Nous étudions les implications de cette propriété sur les niveaux de consommation et d'utilité des ménages.

2.1 La propriété d'assurance complète

Soit une économie constituée d'un continuum de ménages identiques sur un intervalle [0,1]. Il y a trois biens : le travail, le capital et un bien de consommation dont le prix est normalisé à l'unité. Chaque ménage fait face à deux types de risque : un risque collectif, liée à une incertitude agrégée, et un risque individuel, relatif à son état sur le marché du travail. Nous notons ε l'état collectif, avec $\varepsilon = 1,2,...,T$. Le risque individuel supporté par les ménages est supposé correspondre à un risque de chômage : il existe seulement deux états individuels, $s = n,u$, où n et u représentent respectivement les états d'employé et de chômeur[2].

Comme le soulignent Cass *et al.* [1996], l'état collectif correspond à la proportion de ménages dans chaque état individuel. Ici, l'état collectif détermine la proportion de ménages employés, alors que l'état individuel détermine qui, parmi l'ensemble des travailleurs, est effectivement employé. (s,ε) représente l'état joint du ménage et la probabilité d'être dans cet état est donnée par $\pi(s,\varepsilon)$, où $\sum_\varepsilon [\pi(n,\varepsilon) + \pi(u,\varepsilon)] = 1$. Finalement, la probabilité d'être dans l'état d'employé conditionnelle à l'état collectif est définie par :

$$\pi(n|\varepsilon) = \frac{\pi(n,\varepsilon)}{\pi(n,\varepsilon) + \pi(u,\varepsilon)} \tag{1}$$

Symétriquement,

$$\pi(u|\varepsilon) = \frac{\pi(u,\varepsilon)}{\pi(n,\varepsilon) + \pi(u,\varepsilon)} \tag{2}$$

Par définition, on a donc $\pi(u|\varepsilon) = 1 - \pi(n|\varepsilon)$. Suivant Rogerson [1988], une loterie sur le marché du travail, conditionnelle à la résolution de l'incertitude agrégée, est par ailleurs supposée mise en place. Étant donné le pourcentage de travailleurs employés résultant d'une réalisation particulière de l'état collectif, les ménages effectivement employés sont tirés au sort parmi l'ensemble des travailleurs. Cette loterie est exogène pour les ménages. Face à

2. Pour le moment, nous ne nous intéressons pas aux causes de ce risque individuel.

cette double incertitude, il est toutefois supposé l'existence de deux types de marchés.

Considérons, dans un premier temps, les opportunités dont disposent les ménages pour se couvrir contre le risque de chômage. Nous supposons qu'il existe un marché de l'assurance où T contrats sont proposés, autant que d'états collectifs possibles. Chaque contrat d'assurance spécifie que, (i) quel que soit son état sur le marché du travail, le ménage versera $p(\varepsilon)b(\varepsilon)$ à la compagnie d'assurance et, (ii) s'il est chômeur, cette compagnie lui versera $b(\varepsilon)$. $p(\varepsilon)$ correspond au prix du contrat d'assurance et $b(\varepsilon)$ au montant souscrit par le ménage, définis en unités du bien de consommation. Le profit d'une compagnie d'assurance qui offre un tel contrat est ainsi donné par :

$$\Pi(\varepsilon) = p(\varepsilon)b(\varepsilon) - \pi(u|\varepsilon)b(\varepsilon), \quad \forall\varepsilon$$

Sous l'hypothèse d'un marché d'assurance concurrentiel, *i.e.*, condition de libre entrée sur ce marché, toutes les opportunités de profit sont exploitées. On a $\Pi(\varepsilon) = 0 \quad \forall\varepsilon$ et il résulte :

$$p(\varepsilon) = \pi(u|\varepsilon), \quad \forall\varepsilon \tag{3}$$

Le ménage détermine donc le montant qu'il souscrit à chacun des T contrats : il choisit $b(\varepsilon)$, $\varepsilon = 1,2,\ldots T$, étant donné $p(\varepsilon)$.

D'un autre côté, nous supposons qu'il existe un ensemble complet de titres contingents à l'incertitude agrégée, *à la Arrow-Debreu*. Les ménages peuvent acheter ou vendre chacun des T titres qui rapportent $r(\varepsilon)$ unités du bien de consommation si l'état ε se réalise. On note $\sum_\varepsilon r(\varepsilon)q(\varepsilon)$ la valeur du portefeuille de ces titres détenus par le ménage.

Au total, il existe donc un ensemble complet de contrats d'assurance et d'actifs contingents. Par conséquent, $\exists(p(\varepsilon),b(\varepsilon))$ et $(r(\varepsilon),q(\varepsilon))\ \forall\varepsilon$. Si on appelle $c(s,\varepsilon), q(\varepsilon)$ et $w(\varepsilon)$ respectivement la consommation du ménage dans l'état individuel s, sa dotation en capital et son salaire dans l'état d'employé, fonctions de l'état collectif ε, les contraintes budgétaires des ménages dans les états joints (n,ε) et (u,ε) sont respectivement données par :

$$p(\varepsilon)b(\varepsilon) + c(n,\varepsilon) \leqslant w(\varepsilon)h + r(\varepsilon)q(\varepsilon) + d(\varepsilon), \quad \forall\varepsilon \tag{4}$$

$$p(\varepsilon)b(\varepsilon) + c(u,\varepsilon) \leqslant b(\varepsilon) + r(\varepsilon)q(\varepsilon) + d(\varepsilon), \quad \forall\varepsilon \tag{5}$$

où d correspond aux dividendes redistribués forfaitairement par les entreprises.

En outre, tous les travailleurs ont une fonction d'utilité identique $U(c,L)$ où L correspond au loisir, supposé exogène. Cette fonction d'utilité U est bornée, deux fois continûment différentiable, strictement concave, strictement croissante et satisfaisant les conditions d'*Inada*. Pour la suite du raisonnement, on définit U_i et U_{ii} les dérivées première et seconde de la fonction U par rapport à son i-ème argument ; en particulier, on a $U_i > 0$, $U_{ii} < 0\ \forall i$. On a de plus $L = 1 - h$, où $1 > h > 0$ correspond au nombre d'heures travaillées lorsque le ménage est employé, et $L = 1$ lorsque le ménage est chômeur.

Finalement, l'objectif d'un ménage est de maximiser son espérance d'utilité. Pour cela, il décide de ses plans de consommation contingents à l'ensemble des $2 \times T$ états joints possibles, $c(s,\varepsilon)\ \forall s,\varepsilon$, et choisit le montant qu'il souscrit aux T contrats d'assurance associés chacun à une réalisation particulière d'un état collectif, $b(\varepsilon)\ \forall\varepsilon$. Son programme peut ainsi s'écrire :

$$\max_{\{c(n,\varepsilon),c(u,\varepsilon),b(\varepsilon)\}_{\varepsilon=1}^{T}} \sum_{\varepsilon=1}^{T} [\pi(n,\varepsilon)U(c(n,\varepsilon),1-h)+\pi(u,\varepsilon)U(c(u,\varepsilon),1)]$$

sous les contraintes (4) et (5).

Il y a en fait $2\times T$ contraintes budgétaires puisque les contraintes (4) et (5) sont contingentes à la résolution de l'incertitude agrégée. La solution du problème d'optimisation du ménage est alors donnée par le maximum du *Lagrangien* suivant :

$$\begin{aligned}\mathcal{L}=\sum_{\varepsilon=1}^{T}\{\pi(n,\varepsilon)\,[U(c(n,\varepsilon),1-h)+\lambda(n,\varepsilon)\,(w(\varepsilon)h\\ +r(\varepsilon)q(\varepsilon)+d(\varepsilon)-p(\varepsilon)b(\varepsilon)-c(n,\varepsilon))]\\ +\pi(u,\varepsilon)\,[U(c(u,\varepsilon),1)+\lambda(n,\varepsilon)\,(b(\varepsilon)\\ +r(\varepsilon)q(\varepsilon)+d(\varepsilon)-p(\varepsilon)b(\varepsilon)-c(u,\varepsilon))]\}\end{aligned}$$

où $\lambda(s,\varepsilon)$ correspond au multiplicateur de *Lagrange* associé à la contrainte budgétaire du ménage dans l'état joint (s,ε). Les conditions du premier ordre de ce problème sont données par :

$$U_1\,(c(n,\varepsilon),1-h)=\lambda(n,\varepsilon),\quad\forall\varepsilon \tag{6}$$

$$U_1\,(c(u,\varepsilon),1)=\lambda(u,\varepsilon),\quad\forall\varepsilon \tag{7}$$

$$\frac{\lambda(n,\varepsilon)p(\varepsilon)\pi(n,\varepsilon)}{\lambda(u,\varepsilon)(1-p(\varepsilon))\pi(u,\varepsilon)}=1,\quad\forall\varepsilon \tag{8}$$

$$\pi(n,\varepsilon)\,[w(\varepsilon)h+r(\varepsilon)q(\varepsilon)+d(\varepsilon)-p(\varepsilon))b(\varepsilon)-c(n,\varepsilon)]=0,\quad\forall\varepsilon \tag{9}$$

$$\pi(u,\varepsilon)\,[r(\varepsilon)q(\varepsilon)+d(\varepsilon)+(1-p(\varepsilon))b(\varepsilon)-c(u,\varepsilon)]=0,\quad\forall\varepsilon \tag{10}$$

En combinant les conditions (6), (7), (8) avec les relations (1), (2) et (3), il vient directement :

$$\lambda(n,\varepsilon)=\lambda(u,\varepsilon),\forall\varepsilon \tag{11}$$

$$U_1\,(c(n,\varepsilon),1-h)=U_1\,(c(u,\varepsilon),1)\,,\forall\varepsilon \tag{12}$$

Ce résultat caractérise une situation qualifiée d'*assurance complète* : l'utilité marginale de la consommation est identique pour un chômeur et un employé. Autrement dit, l'arbitrage entre consommation et loisir du ménage est indépendant de son état sur le marché du travail. À cet égard, ses décisions de consommation sont parfaitement assurées.

Le montant d'assurance souscrit et les niveaux de consommation et d'utilité dans chaque état individuel dépendent néanmoins de la spécification des préférences.

2.2 **Préférences, bien-être et montant optimal d'assurance chômage**

Dans le cas de fonctions d'utilité additivement séparables entre la consommation et le loisir,

$$U(c(s,\varepsilon),L) = f(c(s,\varepsilon)) + v(L), \quad \forall s,\varepsilon \tag{13}$$

avec $f' > 0$, $f'' < 0$, et $v' > 0$, $v'' < 0$ [3], on obtient un résultat équivalent à celui de CASS *et al* [1996], malgré la prise en compte du loisir. Dans ce cas, l'équation (12) engendre en effet :

$$c(n,\varepsilon) = c(u,\varepsilon), \quad \forall\varepsilon \tag{14}$$

En d'autres termes, la propriété d'assurance complète implique que les consommations d'un ménage dans les états d'employé et de chômeur sont identiques : l'incertitude *ex-ante* quant à leur état sur le marché du travail n'affecte donc pas leur consommation *ex-post*. Pour $\pi(n,\varepsilon),\pi(u,\varepsilon) > 0$, en utilisant les équations (9) et (10), on déduit le montant optimal d'assurance chômage suivant :

$$b(\varepsilon) = w(\varepsilon)h, \quad \forall\varepsilon \tag{15}$$

Quel que soit le risque collectif, le ménage souscrit donc un montant d'assurance qui lui garantit un revenu dans l'état de chômeur équivalent à celui qu'il obtient s'il est employé. L'assurance optimale correspond donc dans ce cas à couverture totale du risque de revenu. Par ailleurs, la structure du marché de l'assurance chômage considérée implique que, *ex-post*, l'utilité du ménage s'il est chômeur excède son utilité s'il est employé, à cause d'un gain en termes de loisir [4] :

$$U(c(u,\varepsilon),1) - U(c(n,\varepsilon),1-h) = v(1) - v(1-h) > 0, \quad \forall\varepsilon$$

Ce résultat qui peut être vu comme *« problématique »* n'est toutefois plus valable pour une classe particulière de fonctions d'utilité.

Considérons, en effet, le cas de fonctions d'utilité non-additivement séparables entre la consommation et le loisir, précédemment utilisées par ROGERSON et WRIGHT [1988] :

$$U(c(s,\varepsilon),L) = f(c(s,\varepsilon) + v(L)) + ac(s,\varepsilon), \quad \forall s,\varepsilon \tag{16}$$

avec $a \geqslant 0$, les fonctions f et v satisfaisant aux mêmes restrictions qu'imposées précédemment. De l'équation (12), il résulte alors :

$$c(n,\varepsilon) = c(u,\varepsilon) + [v(1) - v(1-h)], \quad \forall\varepsilon$$

3. x' et x'' représentent les dérivées première et seconde de la fonction x.
4. Un ménage n'a toutefois pas intérêt à refuser l'emploi, car dans ce cas le contrat d'assurance est caduque.

La consommation d'un employé excède celle d'un chômeur et le montant optimal d'assurance souscrit est donné par :

$$b(\varepsilon) = w(\varepsilon)h - [v(1) - v(1-h)], \quad \forall\varepsilon \tag{17}$$

Dans ce cas, l'utilité du ménage dans l'état d'employé est supérieure à son utilité s'il est au chômage dès lors que $a > 0$, puisque l'on a :

$$U(c(n,\varepsilon),1-h) - U(c(u,\varepsilon),1) = a\,[v(1) - v(1-h)], \quad \forall\varepsilon$$

En effet, dans cet environnement, l'utilité marginale de la consommation dépend du loisir, ce dernier étant évalué en unités du bien de consommation. Le ménage souscrit ainsi un montant d'assurance qui lui garantit un surplus de consommation dans l'état d'employé compensant exactement sa perte en loisir : son revenu au chômage est inférieur au salaire obtenu en cas de « *bon tirage* » à la loterie sur le marché du travail. En d'autres termes, le ratio de remplacement optimal est inférieur à un. Par conséquent, dès lors que le ménage valorise relativement plus la consommation que le loisir (pour $a > 0$), son niveau d'utilité dans l'état d'employé est supérieur à celui du chômeur.

3 Assurance complète et risque de chômage dans une économie avec accumulation

L'objectif de cette section est de généraliser la propriété d'assurance complète exposée précédemment au cas d'une économie où les ménages accumulent de la richesse. Nous montrons, ensuite, comment il est possible d'exploiter cette propriété pour caractériser les choix optimaux des ménages d'après la résolution du problème d'un ménage représentatif dans les modèles dynamiques d'équilibre général avec chômage. Notre raisonnement s'appuie plus particulièrement sur les modèles d'appariement.

3.1 Assurance complète et décision d'épargne

Dans le cas d'une économie où les ménages peuvent transférer intertemporellement de la richesse, la décision d'épargne d'un ménage dépend *a priori* de son état individuel sur le marché du travail. Dans cet environnement dynamique, une hétérogénéité de la richesse entre les ménages complique alors fortement le problème des choix intertemporels.

Soit $\varepsilon^t = (\varepsilon_1,\ldots,\varepsilon_t)$, le vecteur qui retrace l'histoire des réalisations des états collectifs jusqu'à une date t, avec $\mu(\varepsilon^{t+1}|\varepsilon^t)$ la probabilité que l'histoire ε^{t+1} se réalise sachant ε^t. On note également $s^t = (s_1,\ldots s_t)$ le vecteur qui retrace l'histoire du ménage sur le marché du travail ; rappelons qu'à chaque date, $s_t = \{n,u\}$. En fait, $\varepsilon^t \equiv (\varepsilon^{t-1},\varepsilon_t)$ et $s^t \equiv (s^{t-1},s_t)$, ce qui signifie qu'*ex-*

ante le ménage connaît l'ensemble des réalisations passées, $(\varepsilon^{t-1}, s^{t-1})$. Au début de la période t, lorsque le ménage prend ses décisions, seule la réalisation de $(s_t, \varepsilon_t), \forall s_t, \varepsilon_t$ est inconnue. Il est, de plus, supposé que les loteries sur le marché du travail sont indépendantes dans le temps : la probabilité pour un ménage d'être tiré au sort aujourd'hui et de faire partie de l'ensemble des employés est indépendante de son état sur le marché du travail à la période précédente. En d'autres termes, la probabilité d'être employé à la date t pour un ménage n'est conditionnelle qu'à l'histoire des réalisations des états collectifs, et pas à celle des états individuels. Au total, nous notons $\pi(s_t, \varepsilon^t)$ la probabilité d'être dans l'état (s_t, ε^t) étant donné ε^{t-1}, avec $\sum_{\varepsilon_t, s_t} \pi(s_t, \varepsilon^t) \equiv \sum_{\varepsilon_t} \left[\pi(n, \varepsilon^t) + \pi(u, \varepsilon^t)\right] = 1, \ \forall t$. La probabilité d'être dans l'état d'employé à la date t conditionnelle à l'histoire des réalisations des états collectifs jusqu'à cette date est alors définie par :

$$\pi(n|\varepsilon^t) = \frac{\pi(n, \varepsilon^t)}{\pi(n, \varepsilon^t) + \pi(u, \varepsilon^t)} \tag{18}$$

Symétriquement,

$$\pi(u|\varepsilon^t) = \frac{\pi(u, \varepsilon^t)}{\pi(n, \varepsilon^t) + \pi(u, \varepsilon^t)} \tag{19}$$

D'où par définition, $\pi(u|\varepsilon^t) = 1 - \pi(n|\varepsilon^t)$. Pour se couvrir contre l'incertitude, une structure du marché de l'assurance chômage et des actifs contingents équivalente à celle présentée dans la section précédente suffit. En effet, titres et contrats d'assurance ne sont contingents qu'aux réalisations des états collectifs de la période et pas à l'ensemble des histoires possibles, sachant que ε^{t-1} est connu au début de la période t :

(*i*) chaque contrat d'assurance contre le risque individuel de chômage n'est valable que pour une période. À chaque date, le ménage souscrit de nouveaux contrats d'assurance ; chaque contrat ne couvre qu'une réalisation, pas une histoire. Il y a donc toujours T contrats d'assurance, autant que de réalisations possibles pour l'état collectif à chaque période. Sous l'hypothèse d'un marché de l'assurance concurrentiel, le prix d'un contrat à la période t est donné par :

$$p(\varepsilon^t) = \pi(u|\varepsilon^t) \tag{20}$$

Le ménage souscrit $b(\varepsilon^t)$ au contrat d'assurance qui lui garantit $b(\varepsilon^t)$ unités du bien de consommation si l'état collectif ε_t se réalise, pour un coût $p(\varepsilon^t)b(\varepsilon^t)$. Bien que le coût unitaire de l'assurance et le montant souscrit à chaque contrat soient contingents à l'histoire de l'ensemble des réalisations des états collectifs, le ménage détermine simplement à chaque période $b(\varepsilon^{t-1}, \varepsilon_t)$, pour $\varepsilon_t = 1,2,...,T$.

(*ii*) le marché des titres contingents est également supposé se ré-ouvrir au début de chaque période ; il y a autant d'actifs *à la Arrow-Debreu* que d'états collectifs possibles à chaque date. Ainsi, on peut noter $\sum_{\varepsilon_{t+1}} \rho(\varepsilon^{t+1}) q(s^t, \varepsilon^{t+1})$ le montant d'épargne constituée à la période t par un ménage qui a subi l'histoire des réalisations définie par (s^t, ε^t)[5]. Cette épargne correspond à

5. Rappelons que $q(s^t, \varepsilon^{t+1}) = q(s^t, (\varepsilon^t, \varepsilon_{t+1}))$.

la valeur en t d'un portefeuille de titres composé de $q(s^t,\varepsilon^{t+1})$ actifs contingents, chaque titre rapportant une unité du bien de consommation à la période $t+1$ si l'état collectif ε_{t+1} se réalise. $\rho(\varepsilon^{t+1})$ correspond au prix à la date t de la promesse de verser en $t+1$ une unité du bien de consommation si l'état ε_{t+1} se réalise. À chaque période, les ménages déterminent donc le nombre de titres qu'ils achètent pour chacun des T actifs contingents à ε_{t+1}.

Dans cet environnement où les marchés sont complets, $\exists(p(\varepsilon^t),b(\varepsilon^t))$, $(\rho(\varepsilon^t),q(s^t,\varepsilon^t)),\forall\varepsilon^t,s^t,t$. Pour simplifier la suite de la présentation, on note $c_t^s\equiv c((s^{t-1},s),(\varepsilon^{t-1},\varepsilon_t))$, $q_{t+1}^s\equiv q((s^{t-1},s_t),(\varepsilon^t,\varepsilon_{t+1}))$ et $x_t\equiv x(\varepsilon^{t-1},\varepsilon_t)$, pour $x=p,b,w,d$. Étant donné $(s^{t-1},\varepsilon^{t-1})$, les ménages effectuent au début de chaque période t leurs plans contingents de consommation et d'épargne, $c_t^s,\forall s_t,\varepsilon_t$ et $q_{t+1}^s,\forall s_t,\varepsilon_t,\varepsilon_{t+1}$[6], et déterminent le montant qu'ils souscrivent à l'ensemble des contrats d'assurance, $b_t,\forall\varepsilon_t$. Les choix optimaux des ménages peuvent être déduits d'un programme récursif écrit sous la forme d'une équation fonctionnelle dont la solution vérifie une équation de *Bellman*. En supposant qu'initialement la distribution de la richesse est uniforme, *i.e.*, chaque ménage dispose de q_t unités du bien de consommation, le problème d'un ménage peut s'écrire[7] :

$$\text{(P)}\quad W(q_t,\varepsilon^t)=$$
$$\max_{\{\mathcal{C}_t\}}\Bigg\{\pi(n|\varepsilon^t)\Bigg[U(c_t^n,1-h)+\beta\sum_{\varepsilon_{t+1}}\mu(\varepsilon^{t+1}|\varepsilon^t)W(q_{t+1}^n,\varepsilon^{t+1})\Bigg]$$
$$+\pi(u|\varepsilon^t)\Bigg[U(c_t^u,1)+\beta\sum_{\varepsilon_{t+1}}\mu(\varepsilon^{t+1}|\varepsilon^t)W(q_{t+1}^u,\varepsilon^{t+1})\Bigg]\Bigg\}$$

sous les contraintes relatives à chaque état sur le marché du travail :

$$(21)\quad p_tb_t+c_t^n+\sum_{\varepsilon_{t+1}}\rho(\varepsilon^{t+1})q_{t+1}^n\leqslant w_th+q_t+d_t,\ \forall\varepsilon_t,\ (s^{t-1},\varepsilon^{t-1})\text{ donné}$$

$$(22)\quad p_tb_t+c_t^u+\sum_{\varepsilon_{t+1}}\rho(\varepsilon^{t+1})q_{t+1}^u\leqslant b_t+q_t+d_t,\ \forall\varepsilon_t,\ (s^{t-1},\varepsilon^{t-1})\text{ donné}$$

où $\beta\in[0,1]$ et $\mathcal{C}_t=\left\{\left\{c_t^n,c_t^u,b_t\right\}_{\forall\varepsilon_t},\left\{q_{t+1}^n,q_{t+1}^u\right\}_{\forall\varepsilon_t,\varepsilon_{t+1}}\right\}$ correspond au vecteur des variables de contrôle du ménage. La solution de ce problème d'optimisation est donnée par le maximum du *Lagrangien* suivant :

$$\mathcal{L}=\pi(n|\varepsilon^t)\Bigg[U(c_t^n,1-h)+\beta\sum_{\varepsilon_{t+1}}\mu(\varepsilon^{t+1}|\varepsilon^t)W(q_{t+1}^n,\varepsilon^{t+1})$$
$$+\lambda_t^n\Bigg(w_th+q_t+d_t-p_tb_t-c_t^n-\sum_{\varepsilon_{t+1}}\rho(\varepsilon^{t+1})q_{t+1}^n\Bigg)\Bigg]$$

---

6. Pour chaque réalisation jointe particulière (s_t,ε_t) le ménage spécifie combien il achète de chacun des T titres *Arrow-Debreu* contingents à la réalisation de ε_{t+1}.

7. W représente la valeur maximale que peut atteindre le ménage étant donné sa richesse initiale à la date t et l'histoire des réalisations agrégées jusqu'à cette date.

$$+\pi(u|\varepsilon^t)\Bigg[U(c_t^u,1)+\beta\sum_{\varepsilon_{t+1}}\mu(\varepsilon^{t+1}|\varepsilon^t)W(q_{t+1}^u,\varepsilon^{t+1})$$
$$+\lambda_t^u\Big(b_t+q_t+d_t-p_tb_t-c_t^u-\sum_{\varepsilon_{t+1}}\rho(\varepsilon^{t+1})q_{t+1}^u\Big)\Bigg]$$

Pour $(s^{t-1},\varepsilon^{t-1})$ donné, les conditions du premier ordre de ce problème sont définies par[8] :

$$U_1(c_t^n,1-h)=\lambda_t^n,\quad \forall\varepsilon_t \tag{23}$$

$$U_1(c_t^u,1)=\lambda_t^u,\quad \forall\varepsilon_t \tag{24}$$

$$\frac{\lambda_t^n p_t\pi(n|\varepsilon^t)}{\lambda_t^u(1-p_t)\pi(u|\varepsilon^t)}=1,\quad \forall\varepsilon_t \tag{25}$$

$$\beta\frac{\mu(\varepsilon^{t+1}|\varepsilon^t)W_1(q_{t+1}^n,\varepsilon^{t+1})}{\lambda_t^n\rho(\varepsilon^{t+1})}=1,\quad \forall(\varepsilon_t,\varepsilon_{t+1}) \tag{26}$$

$$\beta\frac{\mu(\varepsilon^{t+1}|\varepsilon^t)W_1(q_{t+1}^u,\varepsilon^{t+1})}{\lambda_t^u\rho(\varepsilon^{t+1})}=1,\quad \forall(\varepsilon_t,\varepsilon_{t+1}) \tag{27}$$

$$\pi(n|\varepsilon^t)\Bigg[q_t+w_th+d_t-c_t^n-p_tb_t-\sum_{\varepsilon_{t+1}}\rho(\varepsilon^{t+1})q_{t+1}^n\Bigg]=0,\quad \forall\varepsilon_t \tag{28}$$

$$\pi(u|\varepsilon^t)\Bigg[q_t+b_t+d_t-c_t^u-p_tb_t-\sum_{\varepsilon_{t+1}}\rho(\varepsilon^{t+1})q_{t+1}^u\Bigg]=0,\quad \forall\varepsilon_t \tag{29}$$

Or, les relations (20) et (25) impliquent $\lambda_t^n=\lambda_t^u,\forall\varepsilon_t$. Par conséquent, on déduit des conditions d'optimalité (23), (24), (26) et (27), sous l'hypothèse de concavité et de différentiabilité en tout point de la fonction valeur W :

$$U_1(c_t^n,1-h)=U_1(c_t^u,1),\quad \forall\varepsilon_t \tag{30}$$

$$q_{t+1}^n=q_{t+1}^u\equiv q_{t+1},\quad \forall\varepsilon_{t+1} \tag{31}$$

Ainsi, l'agent choisit de s'assurer complètement contre le risque relatif au marché du travail, ce choix lui garantissant, non seulement un arbitrage entre consommation et loisir indépendant de son état sur le marché du travail, mais également une richesse identique dans les états d'employé et de chômeur. Il en résulte que l'épargne des chômeurs est égale à celle des employés. D'après les conditions d'optimalité (28) et (29) on a en effet, pour $\pi(n|\varepsilon^t),\pi(u|\varepsilon^t)>0$:

$$\sum_{\varepsilon_{t+1}}\rho(\varepsilon^{t+1})q_{t+1}=q_t+d_t+w_th-c_t^n-p_tb_t=q_t+d_t+b_t-c_t^u-p_tb_t.$$

8. W_1 correspond à la dérivée première de la fonction valeur par rapport à q_{t+1}^s.

Sous l'hypothèse d'une distribution initialement uniforme de la richesse, les choix d'assurance *ex-ante* des ménages impliquent que, *ex-post*, les travailleurs terminent sur un pied d'égalité quant à leur richesse accumulée. Au début de chaque période les ménages ont donc tous la même richesse, indépendamment de leur histoire sur le marché du travail[9].

3.2 Application aux modèles dynamiques d'équilibre général avec chômage

Les implications de la propriété d'assurance complète ont largement été exploitées dans les modèles dynamiques d'équilibre général où les ménages sont supposés confrontés à un risque de chômage. Plus précisément, le fait que l'accumulation de richesse et l'arbitrage entre consommation et loisir des ménages soient indépendants de leur histoire sur le marché du travail permet de caractériser les choix optimaux des ménages d'après la résolution du problème d'un ménage représentatif.

À titre d'exemple, intéressons-nous plus particulièrement au cas des modèles incorporant l'hypothèse d'un processus d'appariement entre des chômeurs et des emplois vacants[10]. À chaque date, il y a des créations et des destructions d'emplois, le chômage résultant d'un équilibre de flux. Sur le marché du travail coexistent $1-N_t$ chômeurs et V_t emplois vacants qui s'engagent dans un processus de recherche. Les embauches sont alors issues de la rencontre entre des emplois vacants et des chômeurs. On définit une fonction d'appariement, $M(V_t, 1-N_t)$, qui rend compte, au niveau macroéconomique, de l'ensemble des frictions sur le marché du travail et détermine le nombre d'embauches. Il est en outre, supposé que les séparations surviennent à un taux exogène, s[11]. Finalement, à l'équilibre il y a du chômage qui persiste, car le processus de recherche engendre des délais durant lesquels un nouveau flux de chômeurs est créé au taux s. N_t correspondant au nombre de postes appariés avec un travailleur au début de la période, la dynamique de l'emploi est ainsi donnée par :

$$N_{t+1} = (1-s)N_t + M(V_t, 1-N_t) \tag{32}$$

Afin de pouvoir caractériser les choix de consommation des ménages d'après la résolution du problème d'un ménage représentatif, il est néanmoins nécessaire de supposer l'existence d'une distinction entre les flux de travailleurs et les flux de postes de travail. Ces derniers sont déterminés par les

9. Les résultats concernant les niveaux de consommation et d'utilité ainsi que les montants d'assurance souscrits en fonction des préférences des ménages sont, dans cet environnement dynamique, identiques à ceux présentés dans la section précédente.

10. Notons, à ce propos que les études proposées par ANDOLFATTO [1996], MERZ [1995, 1997, 1999], FÈVE et LANGOT [1996] généralisent les travaux de PISSARIDES [1990] aux cas d'économies avec accumulation de richesse en exploitant les implications de la propriété d'assurance complète.

11. MERZ [1999] et DEN HAAN *et al.* [2000] invoquent également la propriété d'assurance complète pour caractériser les choix des ménages à partir du problème d'un ménage représentatif dans des modèles où le taux de destructions des emplois est endogène.

processus de créations et de destructions des emplois, alors que les flux de main-d'œuvre dépendent d'un « *jeu de chaises musicales* »[12]. Les travailleurs sont supposés ne pas être attachés à leurs postes de travail et, au début de chaque période, tous les travailleurs font partie d'un même bassin : ils participent à la même loterie sur le marché du travail. Le nombre de postes de travail détermine la proportion de ménages employés, N_t. Les travailleurs effectivement employés sont alors tirés au sort parmi l'ensemble des ménages, indépendamment de leur état sur le marché du travail à la période précédente. *Ex-post*, la probabilité individuelle d'être employé pour un ménage est donc donnée par $\pi(n|\varepsilon^t) = N_t$, où la loi d'évolution de N_t est définie par l'équation (32). Notons que cette hypothèse de « *chaises musicales* » est nécessaire afin que les loteries sur le marché du travail soient indépendantes temporellement, et donc que la propriété d'assurance complète soit vérifiée pour la structure du marché de l'assurance chômage développée précédemment. En effet, si tel n'est pas le cas, la probabilité pour un chômeur de devenir employé est différente de celle pour un employé de rester en fonction[13].

Dans cet environnement, les choix optimaux des ménages peuvent être déduits du problème d'un ménage représentatif. En tenant compte des implications de l'assurance complète, pour des préférences définies par l'équation (13), $q^s_{t+1} = q_t, c^s_t = c_t, \forall s$ et $b_t = w_t h$, et en supposant $v(.) = \log(.)$, le programme (P) sous les contraintes (21) et (22) peut se reformuler de la façon suivante :

$$(\text{P2}) \quad W(q_t, \varepsilon^t) =$$

$$\max_{\mathcal{C}_t} \left\{ f(c_t) + N_t \log(1-h) + \beta \sum_{\varepsilon_{t+1}} \mu(\varepsilon^{t+1}|\varepsilon^t) W(q_{t+1}, \varepsilon^{t+1}) \right\}$$

sous la contrainte :

$$c_t + \sum_{\varepsilon_{t+1}} \rho(\varepsilon^{t+1}) q_{t+1} \leqslant N_t w_t h + q_t + d_t, \quad \forall \varepsilon_t$$

où $\mathcal{C}_t = \{c_t, q_{t+1}\}$. Les espérances d'utilité et de revenu pour un ménage représentatif sont donc des fonctions du taux d'emploi agrégé, N_t, dont la loi d'évolution est définie par l'équation (32).

Suivant une procédure similaire, pour des préférences définies par l'équation (16), l'assurance complète impliquant dans ce cas $c^n_t = c^u_t - \log(1-h)$ et $b_t = w_t h + \log(1-h)$, le problème d'un ménage représentatif est alors donné par :

$$\begin{aligned}(\text{P2}')W(q_t, \varepsilon^t) = \max_{\mathcal{C}_t} \Big\{ & N_t f(c^n_t + \log(1-h)) \\ & + (1-N_t) f(c^u_t) + \beta \sum_{\varepsilon_{t+1}} \mu(\varepsilon^{t+1}|\varepsilon^t) W(q_{t+1}, \varepsilon^{t+1}) \Big\}\end{aligned}$$

12. Cette expression est tirée d'Andolfatto [1996].

13. Il faudrait alors développer une structure plus complexe du marché de l'assurance pour garantir que les ménages puissent s'assurer complètement contre le risque de chômage.

sous la contrainte :

$$N_t c_t^n + (1 - N_t) c_t^u + \sum_{\varepsilon_{t+1}} \rho(\varepsilon^{t+1}) q_{t+1} \leqslant N_t w_t h + q_t + d_t, \ \forall \varepsilon_t$$

où $\mathcal{C}_t = \{c_t^n, c_t^u, q_{t+1}\}$.

4 Conclusion

Bien que le risque de chômage engendre une hétérogénéité potentielle du comportement des ménages, il est donc possible de caractériser les choix de consommation et d'épargne des ménages d'après la résolution du problème d'un ménage représentatif. Pour cela, il est supposé que, (*i*) à chaque période, la situation des ménages sur le marché du travail résulte des tirages de loteries indépendantes dans le temps, et, (*ii*) les ménages ont à leur disposition un ensemble complet de contrats d'assurance chômage, autant que d'états collectifs. La contribution de ce papier réside ainsi dans l'exposition explicite d'un système d'assurance donnant aux ménages la possibilité de s'assurer complètement lorsqu'ils sont confrontés à un risque individuel de chômage conditionnel à une incertitude agrégée, et dans l'analyse de ses implications sur le montant optimal d'assurance chômage, les niveaux de consommation et d'utilité des ménages. Bien entendu, de fortes hypothèses sont effectuées. Celles-ci se justifient néanmoins par la nécessité de résolution des modèles avec accumulation et chômage à des fins d'évaluation quantitative. Notons, de plus, que de récentes études ont tenté de mesurer l'ampleur du biais introduit par l'hypothèse d'assurance complète. KRUSSEL et SMITH [1998] analysent ainsi les propriétés cycliques d'un modèle dynamique « *canonique* » où il existe un risque de revenu sur le marché du travail contre lequel les ménages ne peuvent pas s'assurer parfaitement. Leur conclusion est que l'hypothèse d'assurance complète n'introduit pas de biais significatif concernant la dynamique des variables agrégées. ■

• Références bibliographiques

ANDOLFATTO D. (1996). – « Business Cycle and Labor Market Search », *American Economic Review*, 86 (1), pp. 112-132.

CASS D., CHICHILNISKY G., WU H. (1996). – « Individual Risk and Mutual Insurance », *Econometrica*, 64 (2), pp. 333-341.

DANTHINE J.P., DONALDSON J. (1990). – « Efficiency Wages and the Business Cycles Puzzle », *European Economic Review*, 34 (7), pp. 1275-1301.

DEN HAAN W.J., RAMEY G., WATSON J. (2000). – « Destruction and Propagation of Shocks », *American Economic Review*, 90 (2).

FÈVE P., LANGOT F. (1996). – « Unemployment and Business Cycle in a Small Open Economy » *Journal of Economic Dynamics and Control*, 20, pp. 1609-1639.

HANSEN G. (1985). – « Indivisible Labor and the Business Cycles », *Journal of Monetary Economics*, 16 (3), pp. 309-327.

KRUSSEL P., SMITH A. (1998). – « Income and Wealth Heterogeneity in the Macroeconomy », *Journal of Political Economy*, 106 (5), pp. 867-898.

LANGOT F. (1996). – A-t-on besoin d'un modèle d'hystérèse pour rendre compte de la persistance du chômage, *Annales d'Économie et Statistique*, Octobre-Décembre, 44, pp. 29-58.

MERZ M. (1995). – « Search in the Labor Market and Real Business Cycle », *Journal of Monetary Economics*, 36, pp. 269-300.

MERZ M. (1997). – « A Market Structure for an Environment with Heterogeneous Job-Matches, Indivisible Labor and Persistent Unemployment », *Journal of Economic Dynamics and Control*, 21, pp. 853-872.

MERZ M. (1999). – « Heterogeneous Job-Matches and the Cyclical Behavior of Labor Turnover », *Journal of Monetary Economics*, 43, pp. 91-124.

PISSARIDES C. (1990). – *Equilibrium Unemployment Theory*, Basil Blackwell.

ROGERSON R. (1988). – « Indivisible Labor, Lotteries and Equilibrium », *Journal of Monetary Economics*, 21 (1), pp. 3-16.

ROGERSON R., WRIGHT R. (1988). – « Involuntary Unemployment in Economies with Efficient Risk Sharing », *Journal of Monetary Economics*, 22 (3), pp. 501-516.