ANNALES D'ÉCONOMIE ET DE STATISTIQUE. – N° 57 – 2000

Les contrats à durée déterminée et les coûts de licenciement nuisent-ils à l'embauche stable ?

Éric MAURIN *

RÉSUMÉ. – Cette étude analyse le comportement d'entreprises ayant la possibilité de recourir à de l'embauche sur contrats à durée déterminée (CDD) et indéterminée (CDI). Dans le modèle considéré, les contrats à durée déterminée n'impliquent aucun coût de licenciement, mais ne sont pas renouvelables et ne permettent qu'une acquisition limitée d'ancienneté. Les employeurs arbitrent entre des embauches sur CDD peu productives et sans risque d'une part, et des embauches sur CDI permettant d'accroître le potentiel humain, mais faisant courir le risque de coûts de licenciement en cas de retournements conjoncturels.

Reflétant mieux les institutions françaises et européennes que les modèles de demande de travail étudiés dans la littérature, ce cadre d'analyse invite à relativiser le rôle des coûts de licenciement. L'introduction des CDD permet, en effet, aux entreprises de séparer la gestion du long terme et l'adaptation aux fluctuations de court terme, les coûts de licenciements affectant essentiellement les décisions de long terme.

The Impact of Layoff Costs on Labour Demand when Fixed-term Contracts are Available

ABSTRACT. – This paper, analyses the impact of layoff costs on labour demand when fixed-term contracts (FTC) are available. Previous literature on flexible contracts mostly focuses on their association with low-firing costs. In this model, we take into account another important feature of FTCs in continental Europe: workers on FTC cannot be retained unless their contracts are converted into permanent ones. In other words, permanent contracts are more costly to terminate than FTC, but represent the only means to increase the number of high-seniority workers and the stock of specific human capital. Within this framework, firms have to choose between two basic strategies (a) a high rate of hiring under FTC, implying a flow of small but repeated and certain termination costs and a high proportion of low-seniority (*i.e.* low productivity) workers, (b) a lower rate of hiring under FTC implying larger but uncertain and occasional termination costs and a high proportion of high-seniority (*i.e.* high-productivity) workers.

In this model, the costs of laying permanent workers off have an unambiguously positive impact on labour demand. When FTCs are available at low costs, the layoff costs do not affect the hiring rates any more, but keep on protecting high-seniority worker's employment.

* E. MAURIN : CREST, Département de la Recherche, Insee.

1 Introduction

Quel est le bon degré de *« flexibilité »* pour le marché du travail ? Où se situe le dosage qui permettrait de protéger les salariés en place, sans décourager les employeurs de recourir à de nouvelles recrues ? Ces questions suscitent des débats particulièrement vifs, pour ne pas dire tendus, en Europe et aux États-Unis, et désormais jusqu'en Asie.

Parmi les travaux théoriques ayant posé clairement les enjeux d'une plus ou moins grande flexibilité, on peut, en premier lieu, citer l'étude de BENTOLILA et BERTOLA [1990]. Ces deux auteurs montrent que dans une économie où les entreprises doivent s'adapter à des chocs durables de productivité, les coûts de licenciement ne pèsent guère sur les décisions d'embauche, freinent le rythme des licenciements et sont, au total, légèrement favorables à l'emploi. Dans un environnement relativement stable, les coûts de licenciement diminuent les revenus des employeurs (d'où l'opposition de ces derniers), mais ne sont pas une explication à la faiblesse de la demande de travail. BENTOLILA et SAINT-PAUL [1994] complètent ce travail en analysant une économie où les entreprises doivent non pas s'adapter à des chocs durables, mais à des modifications transitoires des déterminants de leurs revenus. Dans un environnement où les perturbations ne durent pas, ils démontrent que les coûts de licenciement sont un obstacle à l'embauche et diminuent sensiblement la cible d'emploi de long terme des entreprises. Dans le modèle de BENTOLILA et SAINT-PAUL [1994], l'incertitude croissante sur les débouchés et le niveau élevé des coûts d'ajustement redeviennent des explications possibles au marasme du marché du travail en Europe.

Destinés à éclairer la décision publique, ces modèles n'intègrent pas la possibilité pour les entreprises de recourir à des embauches à durée déterminée. En France, comme dans la plupart des pays européens, une majorité des embauches se font pourtant désormais sur ce type de contrats (OCDE [1994]. Ils permettent d'adapter les effectifs dans le court terme, ils sont également le préalable à une partie des embauches fermes. Il est difficile d'imaginer que cet aspect de la législation ne soit pas crucial pour comprendre les comportements d'embauche et analyser le rôle des coûts de licenciement.

Les modèles de BENTOLILA et BERTOLA [1990] ou BENTOLILA et SAINT-PAUL [1994] supposent, par ailleurs, le facteur travail homogène. S'agissant d'étudier le rôle respectif des coûts d'embauche et de licenciement, il serait important de mieux faire la distinction entre main-d'œuvre inexpérimentée d'une part, et main-d'œuvre expérimentée d'autre part : les coûts d'embauche pèsent directement sur le niveau d'emploi de la première, les coûts de licenciement sur celui de la seconde.

Dans un travail récent, DORMONT et PAUCHET [1996] étudient une variante du modèle de BENTOLILA et SAINT-PAUL [1994] en faisant l'hypothèse d'une hétérogénéité productive intrinsèque entre salariés sur contrats courts (faible productivité) et salariés sur contrats longs (forte productivité). Les deux auteurs supposent que maintenir, ou faire varier, le nombre de salariés sur contrats à durée déterminée ne représente aucun coût (autre que salarial) pour l'entreprise. Elles modélisent ainsi une économie à deux facteurs, l'un plus productif que l'autre, mais dont l'ajustement est aussi plus coûteux. Leur travail prolonge les études de la demande de travail par qualification en présence de coûts d'ajustement hétérogènes (voir, par exemple, BRESSON, KRAMARZ et SEVESTRE [1992]).

Dans cet article, je vais essayer de mieux saisir la spécificité des problèmes posés par un marché du travail où les entreprises ont la possibilité de donner deux types d'horizon aux contrats de travail. Lorsqu'une entreprise peut avoir recours à des contrats courts, le problème est de comprendre pourquoi elle accepte malgré tout de se lier à la majorité de ses employés par des contrats à durée indéterminée, prenant le risque de devoir payer plus tard des indemnités de licenciement.

Pour répondre à cette question, je propose un modèle dans lequel (1) les salariés deviennent plus productifs en acquérant de l'ancienneté, (2) les contrats à durée déterminée ne sont pas renouvelables et ne permettent donc qu'une acquisition limitée d'ancienneté par les salariés. Dans ce modèle, l'avantage des CDD est de n'impliquer aucun coût de licenciement et d'être ainsi moins coûteux à gérer que les CDI. Leur désavantage est de ne pas permettre à l'employeur de tirer profit des compétences acquises par le salarié au cours de ses premiers mois de travail. À chaque période, les entreprises arbitrent entre embauches sur CDD et embauches sur CDI en fonction des perspectives de rentabilité, courantes et anticipées.

Le modèle est présenté dans la section 2. Les embauches impliquent toutes les mêmes coûts, supposés strictement convexes. Les cessations de contrats à durée déterminée n'impliquent aucun coût tandis que les licenciements occasionnent des coûts strictement convexes, non symétriques aux coûts d'embauche. Dans les sections suivantes, on résout le programme de l'entreprise en envisageant successivement le cas d'environnements certains et incertains.

S'agissant des résultats, ce type de modèle suggère que, dans une économie où l'on peut signer des contrats courts, les coûts de licenciement ne sont pas un véritable obstacle à l'embauche. L'intuition est très simple : dès lors qu'elles ont la possibilité de recourir à des CDD, les entreprises n'hésitent pas à profiter des reprises passagères de l'activité, même (et surtout) lorsqu'elles sont structurellement en difficulté. Les coûts de licenciement n'ont qu'un seul rôle important, celui d'augmenter la part des départs naturels dans l'ensemble des destructions d'emplois accompagnant la fermeture des activités en déclin.

Dans ce type de modèle, ce n'est pas en baissant les coûts de licenciement que l'on augmente l'embauche stable, mais en rendant attractifs les salariés expérimentés aux yeux des employeurs. Cette amélioration de la flexibilité *« interne »* peut être l'objectif d'un dispositif de formation continue. Dans le modèle étudié, un levier directement favorable à l'embauche et l'emploi reste par ailleurs la baisse des coûts d'embauche. La possibilité de recourir aux CDD apparaît, par ailleurs, comme un facteur favorable à l'emploi : elle désamorce l'effet potentiellement déprimant des coûts de licenciement sur l'embauche.

2 Le modèle

Je considère une entreprise dont l'activité peut s'analyser en temps discret. Elle recourt à des travailleurs dont la productivité s'accroît après une période d'adaptation dans l'entreprise. Je noterai q le rapport entre la productivité marginale d'un salarié ayant une ancienneté supérieure à une période et celle d'un salarié ayant une ancienneté inférieure à une période. Les salariés d'anciennetés différentes sont supposés parfaitement substituables entre eux. Sous ces hypothèses, le volume de travail efficace y_t utilisé au cours de la période t s'écrit,

$$y_t = ql_t + m_t \tag{1}$$

où l_t représente le nombre de salariés ayant au moins une période d'ancienneté et m_t le nombre de ceux dont l'ancienneté est strictement inférieure à une période.

Les salaires relatifs sont supposés proportionnels aux productivités relatives et le revenu d'activité de l'entreprise pour la période $t\,(P_t)$ est proportionnel au volume de travail efficace soit,

$$P_t = R_t y_t = R_t(ql_t + m_t) \tag{2}$$

où R_t représente le profit unitaire caractérisant la période t. Dans la première partie de l'étude, l'entreprise est supposée faire l'hypothèse d'une stabilité de sa profitabilité (*i.e.*, $R_t = R$ anticipé constant). Dans la seconde partie, l'entreprise fait face à des conjonctures variant dans le temps, les R_t étant distribués de façon identique et indépendante d'une période à l'autre.

2.1 Les flux d'entrées et de sorties de salariés

Les entrées et les sorties de travailleurs ont lieu au début de chaque période, une fois connue la conjoncture R_t. Pour ajuster son volume de facteur travail y_t, l'entreprise peut recourir à deux types d'embauches. Les premières correspondent à des contrats à durée indéterminée (CDI). Les secondes correspondent à des contrats à durée déterminée (CDD). Les CDD durent une période seulement et ne sont pas renouvelables. Je noterai e_t le nombre de CDI et d_t le nombre de CDD signés au début de la période t. La quantité $h_t = e_t + d_t$ représentera le total des embauches réalisées en début de période t.

Les contrats à durée déterminée ne durant qu'une période seulement, le nombre de personnes sur CDD quittant l'entreprise au début de la période t se confond avec le nombre d'embauches sur CDD réalisées au début de la période t–1, soit d_{t-1}.

Je suppose, par ailleurs, qu'une fraction 1–b des salariés sur CDI quitte volontairement l'entreprise au début de chaque période. Avec les notations précédentes, le nombre total de démissions au début de la période t s'écrit donc $(1-b)(e_{t-1} + l_{t-1})$. Le paramètre b est supposé constant dans le temps.

Enfin, au début de chaque période, l'entreprise a la possibilité de licencier une partie des salariés sous CDI. Le nombre de licenciements réalisés au début de la période t sera noté s_t.

Ayant spécifié les flux d'entrées et de sorties de travailleurs par types de contrats, je vais maintenant décrire les rapports existants entre ces flux et la dynamique du facteur travail, c'est-à-dire les variations de stocks de travailleurs selon l'ancienneté.

2.2 Les relations entre les flux de salariés et la dynamique du facteur travail

Au cours de la période t, le nombre de travailleurs m_t présents depuis moins d'une période dans l'entreprise se confond avec le nombre total h_t de salariés embauchés au début de t, soit,

$$m_t = h_t = e_t + d_t \tag{3}$$

Par ailleurs, les CDD n'étant pas renouvelables, le nombre l_t de travailleurs présents depuis plus d'une période ne s'accroît entre t–1 et t que dans la mesure où l'entreprise réalise des embauches sur CDI en t–1. Dans le même temps, l_t est diminué par les démissions et les licenciements survenant en début de période t. On peut écrire,

$$l_t = b(l_{t-1} + e_{t-1}) - s_t \tag{4}$$

En d'autres termes, il y a toujours un délai entre le moment où une entreprise décide d'accroître ses effectifs de salariés expérimentés et le moment où l'accroissement se produit effectivement. C'est de cette contrainte que découle la nature intrinsèquement inter-temporelle des arbitrages de l'entreprise.

2.3 Coûts d'ajustement

Le profit courant de l'entreprise correspond au revenu d'activité P_t auquel se soustraient les divers coûts d'ajustement du facteur travail. S'agissant des coûts de licenciement (C_1) ils seront considérés comme strictement convexes, croissants, ayant une pente à l'origine strictement croissante.

$$C_1'(s) > 0, \quad C_1''(s) > 0, \quad \forall s \geqslant 0 \tag{5}$$

Dans la suite de ce travail, pour simplifier la discussion, je supposerai, en outre, que, dans les moments défavorables, les pertes courantes par salarié n'excèdent jamais les coûts unitaires de licenciement, soit $(qR^- + C_1'(0) \geqslant 0)$. Autrement dit, j'exclus le cas où la décision de licencier peut se prendre sur de seules considérations de court terme : dans le modèle étudié, la conjoncture courante n'est jamais si défavorable que l'on préfère licencier aujourd'hui des salariés dont on anticipe qu'ils seront source de profit dans l'avenir.

Aussi idéalisées qu'elles paraissent, les hypothèses correspondants aux inégalités (5) reflètent assez bien l'esprit de la législation française. Pour chaque licenciement, cette dernière impose, en effet, des indemnités proportionnelles aux salaires (le taux d'indemnisation étant d'autant plus grand que le salarié est ancien). Elle impose, en outre, de définir des plans de reclassement plus globaux dès lors que les licenciements proposés par l'entreprise sont massifs [1].

S'agissant des coûts d'embauche (C_2), ils seront également supposés croissants, strictement convexes tandis que le coût marginal des premières embauches sera négligé, soit :

$$(6) \qquad C_2'(h) > 0, \quad C_2''(h) > 0, \forall h > 0 \quad \text{et} \quad C_2'(0) = 0,$$

L'embauche s'apparente à une production de services, dont la bonne réalisation demande un minimum d'investissement initial et d'accumulation de capital spécifique (par exemple : création d'un poste ou d'une unité chargée de gérer les problèmes de recrutement). Implicitement, je considère des entreprises ayant déjà réalisé ces investissements initiaux (ou si l'on veut : ayant déjà payé les coûts fixes).

2.4 Objectif de l'entreprise

Soit maintenant une entreprise disposant en fin de période $t-1$ d'un stock x_{t-1} de salariés sous contrats à durée indéterminée (*i.e.*, $x_{t-1} = l_{t-1} + e_{t-1}$). Avec les notations introduites dans les sous-sections précédentes, le profit π_t réalisé au cours de la période t s'écrit,

$$(7) \qquad \pi_t = R_t(ql_t + m_t) - C_2(e_t + d_t) - C_1(s_t),$$

avec $s_t \geqslant 0$, $e_t \geqslant 0$, $l_t = bx_{t-1} - s_t \geqslant 0$, $m_t = e_t + d_t \geqslant 0$
et $l_t + e_t + d_t \leqslant X$,
où X représente la taille du marché du travail. Ce profit π_t se réécrit aisément en fonction des seules variables x_{t-1}, e_t, d_t *et* x_t, soit,

$$(8) \qquad \begin{aligned} \pi_t(x_{t-1}, x_t, e_t, d_t, R_t) = {} & R_t(qx_t + (1-q)e_t + d_t) \\ & - C_2(e_t + d_t) - C_1(bx_{t-1} - x_t + e_t) \end{aligned}$$

avec $x_t \geqslant e_t \geqslant 0$, $d_t \geqslant 0$, $bx_{t-1} - x_t + e_t \geqslant 0$ et $x_t + d_t \leqslant X$.
Il en découle que le programme d'optimisation de l'entreprise peut s'écrire,

$$(9.1) \qquad \sup E_t\left(\sum_{\tau=0}^{\infty} \delta^\tau \pi_{t+\tau}(x_{t+\tau-1}, x_{t+\tau}, e_{t+\tau}, d_{t+\tau}, R_{t+\tau})\right)$$

avec x_{t-1} fixé et, pour chaque $\tau \geqslant 0$,

(9.2)

$$x_{t+\tau} \geqslant e_{t+\tau} \geqslant 0,\ d_{t+\tau} \geqslant 0,\ bx_{t+\tau-1} - x_{t+\tau} + e_{t+\tau} \geqslant 0,\ x_{t+\tau} + d_{t+\tau} \leqslant X$$

---

1. La convexité théorique des coûts de licenciements n'est pas incompatible avec le fait, qu'à chaque date, en coupe transversale, les coûts de licenciements apparaissent comme une fonction concave du nombre de licenciements (voir, sur ce point, les résultats de ABOWD et KRAMARZ [1996]). Il suffit, par exemple, qu'à chaque date, les entreprises licenciant le plus soient également celles qui licencient les salariés les plus récemment embauchés.

où δ représente le taux d'actualisation et où l'espérance est prise sur les $R_{t+\tau}$ anticipés. Il est clair que π_t ne dépend des décisions passées que par l'intermédiaire du nombre x_{t-1} de CDI encore présents dans l'entreprise en fin de période $t-1$. De même, en fin de période t, les possibilités de profits futurs $\pi_{t+\tau}$ ne dépendront que de x_t, qui est la seule variable d'état du problème. Quel que soit le nombre x_t de CDI choisi par l'entreprise en début de période t, les décisions d'embauche optimales e_t, d_t associées à x_t sont donc simplement celles qui maximisent le profit courant $\pi_t(x_{t-1},x_t,e,d,R_t)$. Connaissant la fonction π_t, il n'est pas difficile d'exprimer ces niveaux d'embauche optimaux en fonction de x_{t-1}, x_t et R_t, puis d'en déduire une forme réduite du profit courant en fonction de ces mêmes variables (forme réduite notée $F(x_{t-1},x_t,R_t)$). Ce passage de la fonction π_t à la forme réduite $F(x_{t-1},x_t,R_t)$ est détaillée en annexe A. Le problème de la firme se réécrit finalement selon,

(10) $$\sup\ E_t\left(\sum_{\tau=0}^{\infty}\delta^{\tau}F(x_{t+\tau-1},x_{t+\tau},R_{t+\tau})\right)$$

avec x_{t-1} fixé, $0\leqslant x_{t+\tau}\leqslant X$ pour tout $\tau\geqslant 0$, la fonction F se définissant selon [2],

(a) $$F(x_{k-1},x_k,R_k)=R_k(x_k+(q-1)bx_{k-1})-C_2(x_k-bx_{k-1}),$$
si $bx_{k-1}+h_{R_k}\leqslant x_k$,

(b) $$F(x_{k-1},x_k,R_k)=R_k(qbx_{k-1}+h_{R_x})-C(h_{R_k}),$$
si $bx_{k-1}\leqslant x_k\leqslant bx_{k-1}+h_{R_k}$,

(c) $$F(x_{k-1},x_k,R_k)=R_kqx_k-C_1(bx_{k-1}-x_k)+Rh_{R_k}-C_2(h_{R_k}),$$
si $x_k\leqslant bx_{k-1}$,

où h_{R_k} représente le volume d'embauches optimal du point de vue d'un pur arbitrage de court terme, soit,

$$C_2'(h_{R_k})=R_k \text{ si } R_k\geqslant 0 \text{ et } h_{R_k}=0 \text{ si } R_k<0,$$

En période t, placée dans le cas (a), l'entreprise embauche uniquement sur CDI, soit $e_t=x_t-bx_{t-1}$ et $d_t=0$. Dans le cas (c) elle licencie $s_t=bx_{t-1}-x_t$. Elle accompagne ces licenciements de $d_t=C_2'^{-1}(R_t)$ embauches sur CDD chaque fois que R_t est positif.

Le cas (b) n'est non dégénéré que dans le cas où R_t est positif. L'entreprise embauche alors $e_t=x_t-bx_{t-1}$ salariés sur CDI et $d_t=C_2'^{-1}(R_t)-(x_t-bx_{t-1})$ salariés sur CDD.

2. Pour le calcul de F, nous avons exclu qu'une entreprise puisse avoir les moyens d'employer seule l'ensemble des salariés présents sur le marché du travail et de gérer les coûts de renouvellement de cette masse de main-d'œuvre. Techniquement, nous supposons, pour le calcul de F, $C_2'(X(1-b))>R^+$ où R^+ représente la conjoncture la plus favorable susceptible d'être rencontrée.

3 Entreprises en environnement certain

La résolution du programme de l'entreprise dépend de l'environnement, certain ou incertain. Dans cette section, nous allons considérer une entreprise dont l'environnement est certain, avec ($R_{t+\tau} = R$, $\forall\, \tau \geqslant 0$). Dans un premier temps, nous allons analyser le cas d'une entreprise structurellement bénéficiaire (*i.e.* $R \geqslant 0$), puis nous traiterons le cas d'une entreprise structurellement déficitaire. Dans cette section, R_t étant supposé constant, nous écrirons $F(x_{t-1}, x_t)$ pour $F(x_{t-1}, x_t, R_t)$.

3.1 Environnement certain favorable

La fonction $F(x_{t-1}, x_t)$ est continue et bornée sur $[0, X] \times [0, X]$. Dans ce cadre, la fonction valeur de l'entreprise $(V(x_{t-1}))$ est l'unique solution de l'équation de Bellman [3],

$$V(x_{t-1}) = \sup_{0 \leqslant x_t \leqslant X} F(x_{t-1}, x_t) + \delta V(x_t) \tag{11}$$

Pour identifier cette fonction et la gestion de la main-d'œuvre correspondante, on peut s'appuyer sur les équations d'Euler, soit :

$$x_{t+k} = \underset{0 \leqslant y \leqslant X}{\text{argmax}}\; F(x_{t+k-1}, y) + \delta F(y, x_{t+k+1}) \tag{12}$$

Ces équations sont analysées en annexe A. Comme on peut aisément s'en convaincre, les décisions optimales n'impliquent jamais de licenciements (*i.e.*, $x_{t+k} \geqslant b x_{t+k-1}$, pour tout k). On vérifie également que les équations d'Euler n'admettent qu'une seule solution stationnaire x_s. Elle correspond à une politique où les embauches se font uniquement sur CDI à un niveau $h_s = (1-b)x_s$ supérieur à celui qui égalise les revenus et coûts marginaux de l'embauche, soit :

$$h_s = (1-b)x_s = C_2'^{-1}\left(R\left(1 + \frac{\delta b q}{1 - \delta b}\right)\right) \geqslant h_R, \tag{13}$$

L'entreprise anticipe que, le temps passant, la main-d'œuvre embauchée sur CDI gagnera en productivité, ce qui compensera (et au-delà) les coûts consentis lors de la période initiale. C'est la raison pour laquelle h_s est supérieur à h_R. On remarque, par ailleurs, que plus q est grand, plus l'emploi et l'embauche stationnaires sont élevés.

Ayant identifié l'équilibre stationnaire, il est possible de caractériser assez simplement le comportement de court terme de l'entreprise. De fait, quelle que soit la situation initiale la politique consistant à embaucher à chaque période un nombre h_s de CDI est la seule solution non explosive des équations d'Euler. Elle correspond, en outre, à une fonction valeur s'écrivant,

3. Voir par exemple STOCKEY et LUCAS [1989], théorème 4.6.

$$V(x_{t-1}) = \frac{Rqb}{1-\delta b}x_{t-1} + \frac{1}{1-\delta}\left(Rh_s - C_2(h_s) + \frac{Rq\delta b}{1-\delta b}h_s\right) \tag{14}$$

dont on vérifie qu'elle est bien la solution de l'équation de Bellman (11). Ainsi, quelle que soit la situation initiale x_{t-1}, il est optimal pour une entreprise structurellement bénéficiaire d'embaucher un nombre h_s de CDI. Les firmes ayant initialement un stock x_{t-1} inférieur à x_s anticipent ainsi une progressive augmentation de leur stock de CDI vers x_s. Celles qui ont initialement un stock supérieur à x_s anticipent que, de renouvellement partiel en renouvellement partiel, leurs effectifs de CDI vont progressivement décliner vers x_s.

Aussi simple soit-il, ce modèle apporte, d'ores et déjà, quelques indications sur les mesures susceptibles de favoriser l'embauche et d'élever la cible d'emploi de long terme désirée par les entreprises, en tous cas par les entreprises qui ne craignent pas de devenir déficitaires dans un avenir proche. Tout d'abord, pour toutes ces entreprises, les coûts de licenciement ne sont pas un problème, leur comportement est complètement insensible à ce type de coût. En revanche, toute baisse des coûts d'embauche a un impact direct favorable, non seulement sur l'embauche de court terme, mais également sur la cible de long terme.

Pour élever le niveau de l'embauche ainsi que la cible d'emploi de long terme, l'un des leviers est également d'encourager la mobilité interne, de rendre attrayant le capital *« ancienneté »* aux yeux des entreprises (*i.e.* augmenter q) ce qui peut être l'un des objectifs d'une politique active d'encouragement à la formation continue.

3.2 Environnement certain défavorable

Jusqu'à présent je me suis placé dans l'hypothèse où l'employeur anticipe une profitabilité durablement favorable (R positif). Considérons maintenant que l'activité soit non rentable (R négatif) et que l'entreprise n'anticipe pour l'avenir aucune amélioration, aucun changement de contexte. La question pour elle est de sortir du marché à moindre coût. Dans ce contexte, les coûts de licenciement retrouvent une importance cruciale. De façon assez naturelle, plus ils sont élevés, plus l'employeur a intérêt à miser sur les départs naturels, le déclin de l'emploi étant alors d'autant plus long.

La résolution du problème de l'employeur est détaillée en annexe B. En menant un raisonnement symétrique à celui du paragraphe précédent, on vérifie tout d'abord que les entreprises structurellement déficitaires n'ont jamais intérêt à embaucher sur CDI. Elles s'attachent, en revanche, à réduire continûment leur stock initial de CDI jusqu'à sa disparition complète. Pour être plus précis, si l'on note x_{t-1} le nombre de CDI dont l'entreprise dispose initialement (*i.e.* en fin de période $t-1$), deux cas de figure sont envisageables. Si $bx_{t-1} \leqslant C_1'^{-1}(-Rq)$, alors x_{t-1} est suffisamment faible relativement aux coûts de licenciement pour que l'entreprise licencie d'emblée les bx_{t-1} salariés encore sous CDI en début de période t. Si bx_{t-1} est plus élevé et vérifie $bx_{t-1} > C_1'^{-1}(-Rq)$ alors l'entreprise ferme non pas immédiatement, mais au bout d'un nombre $T(x_{t-1}) \geqslant 2$ de périodes, $T(x_{t-1})$ étant défini par,

$$(15) \quad \sum_{k=0}^{T(x_{t-1})-2} b^{k+1} C_1'^{-1}\left(-Rq \sum_{k'=0}^{k} (\delta b)^{k'}\right) < b^{T(x_{t-1})} x_{t-1}$$

$$\leqslant \sum_{k=0}^{T(x_{t-1})-1} b^{k} C_1'^{-1}\left(- Rq \sum_{k'=0}^{k} (\delta b)^{k'}\right)$$

En analysant la formule précédente, il est clair qu'à x_{t-1} donné, tout ce qui contribue à augmenter le coût marginal des licenciements contribue également à augmenter le nombre de périodes $T(x_{t-1})$ séparant les entreprises déficitaires de leur fermeture. En augmentant le coût marginal des licenciements, on augmente ainsi la part des départs naturels dans l'ensemble des emplois détruits par les entreprises structurellement en déclin.

S'agissant du nombre de licenciement réalisés dès la période t on montre, par ailleurs, qu'il est d'autant plus élevé que le coût marginal des licenciements et le nombre de périodes séparant de la fermeture sont faibles. De fait, et de façon plus générale, l'entreprise anticipe une suite décroissante de licenciements $(s_1(x_{t-1}),\ldots,s_{T(x_{t-1})}(x_{t-1}))$ qui mènent jusqu'à la fermeture et s'écrivent,

$$(16) \quad s_L(x_{t-1})$$

$$= C_1'^{-1}\left(-Rq \sum_{k=0}^{T(x_{t-1})-L-1} (\delta b)^k + (\delta b)^{T(x_{t-1})-L} C_1'(s_{T(x_{t-1})}(x_{t-1})\right)$$

pour tout L tel que $1 \leqslant L < T(x_{t-1})$, tandis que le nombre final de licenciements $s_{T(x_{t-1})}(x_{t-1})$ est défini par les relations,

$s_{T(x_{t-1})}(x_{t-1}) \in]\, 0, C_1'^{-1}(-Rq)],$

$$(17) \qquad b^{T(x_{t-1})} x_{t-1} = s_{T(x_{t-1})}(x_{t-1}) +$$

$$\sum_{k=0}^{T(x_{t-1})-2} b^{k+1} C_1'^{-1}\left(-Rq \sum_{k'=0}^{k} (\delta b)^{k'} + (\delta b)^{k'+1} C_1'(s_{T(x_{t-1})}(x_{t-1})\right)$$

Au total, dans un contexte anticipé comme structurellement défavorable, les coûts de licenciement contribuent à réduire l'ampleur immédiate des licenciements et augmentent la part des départs naturels dans le total des destructions d'emplois menant à la fermeture des sites productifs. La contrepartie est évidemment un accroissement des pertes actualisées des employeurs.

4 Environnement incertain, anticipations rationnelles

Lorsque les chocs de productivité auxquels font face les employeurs sont durables, il ressort de la section précédente que les coûts de licenciement ont un effet plutôt positif pour l'emploi et les salariés. Ce type d'intuition est déjà présent dans des modèles comme ceux de BENTOLILA et BERTOLA [1990]. Pour nuancer le diagnostic, il faudrait prendre en compte les coûts indirects qu'implique pour l'économie de maintenir artificiellement en vie des activités qui ne rencontrent plus vraiment de demande. De façon symétrique, il faudrait ne pas négliger les pertes de capital humain entraînées par les licenciements et les périodes de transition par le chômage.

Plutôt que d'approfondir l'analyse dans ces différentes voies, je vais modéliser des entreprises confrontées à un environnement incertain. BENTOLILA et SAINT-PAUL [1994] suggèrent que dans un tel contexte, les coûts de licenciement deviennent bel et bien un frein à l'embauche et une contrainte pour l'emploi. L'intuition est que leur résultat devient moins vrai dès lors que les entreprises en difficulté ont la possibilité de s'appuyer sur des contrats courts pour profiter de chaque reprise d'activité.

4.1 Le problème de l'entreprise

Je considère, donc, désormais, une entreprise confrontée à des environnements instables. Les chocs affectant son revenu sont supposés distribués de façon identique et indépendante d'une période à l'autre. Plus précisément, l'entreprise peut à chaque date, se retrouver dans un contexte favorable ($R_t = R^+ > 0$) avec la probabilité p et dans un contexte défavorable ($R_t = R^- > 0$) avec la probabilité $1-p$.

Le problème de l'entreprise est de maximiser son espérance de profit actualisé. Les chocs R_t prenant un nombre fini de valeurs, la fonction $F(x_{t-1}, y, R_t)$ étant continue, bornée, et concave, on sait que le comportement de maximisation permet de définir pour chaque état initial et chaque conjoncture initiale, un unique profit anticipé actualisé $V(x_{t-1}, R_t)$. Continue, bornée, concave la fonction valeur $V(x_{t-1}, R_t)$ est l'unique solution de l'équation fonctionnelle :

$$(18) \qquad V(x_{t-1}, R_t) = \sup_{0 \leqslant y \leqslant X} F(x_{t-1}, y, R_t) + \delta E_t V(y, R_{t+1})$$

Avant d'en venir à la résolution proprement dite du programme d'optimisation inter-temporelle, il est possible d'en analyser la logique à grands traits.

Si l'on revient à l'écriture fonctionnelle de $V(x_{t-1}, R_t)$ donnée par (18), on peut, en effet, identifier assez simplement les différentes décisions susceptibles d'être prises en période t selon le stock de CDI x_{t-1} disponible en fin de période $t-1$. L'entreprise arbitre entre les bénéfices (ou les pertes) entraînés à court terme par une décision d'embauche (ou de licenciement) et les bénéfices et les pertes que cette même décision permet d'anticiper pour le long terme. En anticipant sur la différentiabilité et la linéarité de la fonction valeur [4], on peut ainsi distinguer trois cas de figure :

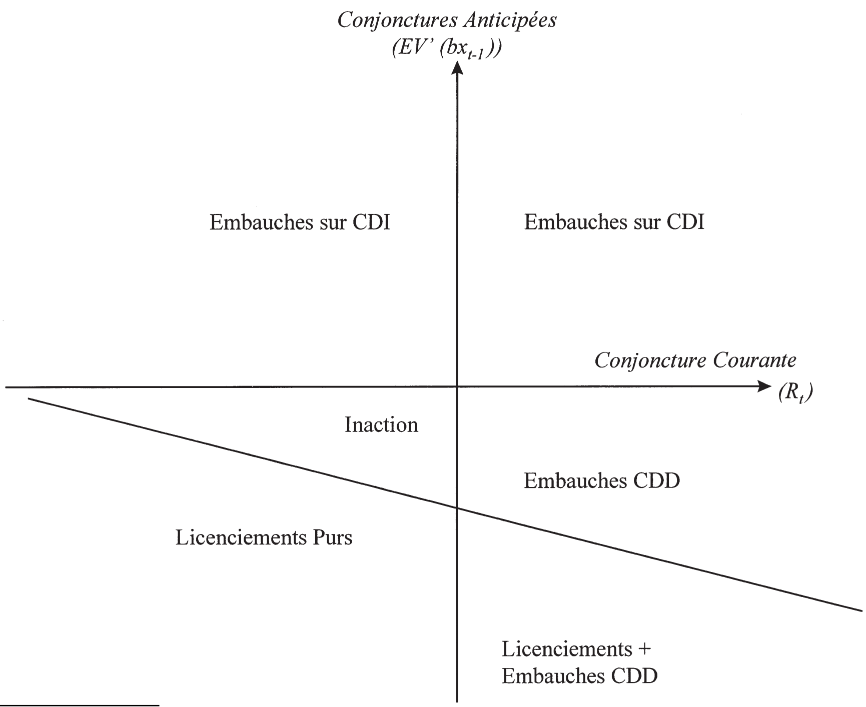
(a) si $E_t V'(bx_{t-1}) > 0$, alors $x_t > bx_{t-1} + h_{R_t}$

(b) si $-R_t q - C_1'(0) \leqslant \delta E_t V'(bx_{t-1}) \leqslant 0$, alors $x_t = bx_{t-1}$

(c) si $+R_t q + C_1'(0) + \delta E_t V'(bx_{t-1}) < 0$, alors $x_t < bx_{t-1}$

Le cas (a) correspond à des perspectives de long terme favorables : l'entreprise embauche sur CDI même lorsque la conjoncture courante est défavorable (*i.e.* $R_t = R^-$). Le cas (b) correspond à des perspectives de long terme qui ne sont pas suffisamment mauvaises pour justifier des licenciements, mais pas assez favorables non plus pour justifier de l'embauche stable. L'entreprise laisse décroître ses effectifs de CDI au rythme des départs naturels, embauchant sur CDD si, et seulement si, la conjoncture courante est favorable (*i.e.* $R_t = R^+$). Dans le cas (c), les perspectives de long terme sont très défavorables et l'entreprise licencie. De façon assez réaliste ce modèle génère ainsi cinq types de régimes allant de l'embauche pléthorique de CDI aux licenciements secs, en passant par l'attentisme ou la simple embauche CDD (graphique 1).

GRAPHIQUE 1
Les gestions optimales de la main-d'œuvre



4. Le profit de la firme n'étant pas différentiable en tout point, la fonction valeur n'est pas nécessairement différentiable. La résolution du problème montre, toutefois, que l'on est ici dans un cas particulier où la fonction valeur est différentiable (et même linéaire) alors que le profit ne l'est pas.

La question est maintenant de déterminer dans l'ensemble de ces réponses possibles celles qui correspondent aux décisions optimales de l'entreprise lorsqu'elle fait face à une conjoncture R_t et dispose d'un stock x_{t-1} de CDI. Comme je vais le montrer, il est possible de répondre assez explicitement à ce type de question en raisonnant de façon récursive. Je vais considérer, tour à tour, les entreprises anticipant une conjoncture moyenne future favorable (*i.e.*, $R = pR^+ + (1-p)R^- \geqslant 0$) et les entreprises anticipant une conjoncture moyenne future défavorable (*i.e.*, $R = pR^+ + (1-p)R^- < 0$).

4.2 Conjoncture anticipée favorable

La stratégie suivie consiste, d'abord, à déterminer les réponses optimales de l'entreprise en horizon fini. Il s'agira, ensuite, de prendre la limite des réponses optimales lorsque l'horizon tend vers l'infini, puis de vérifier que la politique limite vérifie l'équation de Bellman.

Supposons donc pour commencer que l'entreprise envisage de fermer en début de période $T+1$. Soit x_T le stock de CDI dont l'entreprise anticipe qu'elle disposera lors de la période précédant $T+1$. La première question à laquelle il faut répondre est la suivante : sachant qu'elle quitte le marché en $T+1$ et qu'elle dispose de x_T en T, quel stock

$$x_{T+1} = \operatorname*{argmax}_{0 \leqslant y < X} F \quad (x_T, y, R_{T+1})$$

anticipe-t-elle comme optimal pour la période $T+1$?

La réponse est presque immédiate :

si $\quad R_{T+1} = R^-$
alors $\quad x_{T+1} = bx_T \qquad$ et $\quad F^-(x_T, x_{T+1}) = R^- qbx_T = F_T^-$,

si $\quad R_{T+1} = R^+$
alors $\quad x_{T+1} = bx_T + h_{R^+} \quad$ et $\quad F^+(x_T, x_{T+1}) = R^+ qbx_T + F_{R^+} = F_T^+$

où l'on a noté $h_{R^+} = C_2'^{-1}(R^+)$.

Le dernier choix étant déterminé, comment se déroule l'avant-dernier ? En d'autres termes, comment choisir x_T en fonction de x_{T-1} et R_T connaissant l'espérance de profit $E_{t_1}(V_T)$ que le choix x_T permet d'anticiper pour T ? Tout d'abord, on peut remarquer que :

$$\text{(19)} \qquad \frac{dE_{T-1}(V_T)}{dx_T} = \frac{d(pF_T^- + (1-p)F_T^+)}{dx_T} = Rqb\ ,$$

où $R = pR^- + (1-p)R^+$.
Pour un R_T donné, le choix de x_T s'écrit donc :

$$\text{(20)} \qquad x_T(x_{T-1}, R_T) = \operatorname*{argmax}_{y} F(x_{T-1}, y, R_T) + \delta Rqby$$

Si l'on se place pour commencer dans l'hypothèse où $\dfrac{Rqb\delta}{1-\delta b} < -R^-$, c'est-à-dire dans l'hypothèse d'aléas conjoncturels forts [5] on a alors :

5. Si l'on note $cv = \sqrt{1-p/p}(1-R^-/R)$ le coefficient de variation de R_t, la condition se réécrit $cv > \sqrt{(1-p)/p}(1 + q\delta b/(1-\delta b))$.

$$\text{(21)} \qquad \begin{aligned} & x_T(x_{T-1}, R^-) = bx_{T-1} \\ \text{et} \quad & x_T(x_{T-1}, R^+) = bx_{T-1} + C_2'^{-1}(R^+ + \delta Rqb) \end{aligned}$$

Si l'on reste dans cette hypothèse, de risques conjoncturels forts, on peut aisément généraliser le résultat précédent par récurrence (voir annexe D) et montrer qu'en $T-k$ le choix s'écrit :

(22)

$$\begin{aligned} & x_{T-k}(x_{T-k-1}, R^-) = bx_{T-k-1} \\ \text{et} \quad & x_{T-k}(x_{T-k-1}, R^+) = bx_{T-k-1} + C_2'^{-1}(R^+ + Rqb\delta(1 + \ldots + (\delta b)^k) \end{aligned}$$

En écrivant la formule précédente pour $k = T - t$ puis en faisant tendre vers l'infini, on obtient finalement une politique limite pour l'entreprise à la date t,

$$\text{(23)} \qquad x_t(x_{t-1}, R_t) = bx_{t-1} + h_t$$

avec $h_t = C_2'^{-1}\left(R^+ + \dfrac{Rq\delta b}{1-\delta b}\right) = h^+$ si $R_t = R^+$ et $h_t = 0$ si $R_t = R^-$.

La fonction valeur associée à cette politique limite s'écrit,

$$\text{(24)} \qquad \begin{aligned} V(x_{t-1}, R_t) = {} & R_t q b x_{t-1} + R_t h_t - C_2(h_t) \\ & + \frac{\delta b}{1-\delta b} Rq(bx_{t-1} + h_t) + V_0 \end{aligned}$$

où $V_0 = \dfrac{\delta p}{1-\delta}\left(\dfrac{\delta b}{1-\delta b} Rqh^+ + R^+h^+ - C_2(h^+)\right)$ est une constante.

On vérifie, aisément, que la fonction valeur $V(x_{t-1}, R_t)$ est solution de l'équation de Bellman (voir annexe E). La politique correspondant à la limite des réponses optimales en horizon fini est donc la politique optimale en horizon infini.

Dans une conjoncture structurellement favorable (*i.e.*, $R = pR^+ + (1-p)R^- \geqslant 0$, mais susceptible de détériorations transitoires importantes $\dfrac{Rqb\delta}{1-\delta b} < -R^-$, l'entreprise adopte donc une politique de gestion de la main-d'œuvre à deux faces : elle laisse décroître ses effectifs au rythme des départs naturels, sans réagir, lorsque les conditions conjoncturelles sont mauvaises ; elle reprend l'embauche sur CDI dès que les conditions sont bonnes, à un rythme supérieur à celui qui correspondrait à de simples arbitrages de court terme. Ce type d'entreprise est donc insensible aux coûts de licenciement. En revanche, toute baisse des coûts d'embauche et toute amélioration du rendement de l'expérience (*i.e.* tout accroissement de q) augmente directement les rythmes d'embauche et l'emploi.

Sans quitter l'ensemble des entreprises structurellement bénéficiaires ($R = pR^+ + (1-p)R^- \geqslant 0$)), nous allons maintenant considérer celles dont l'environnement conjoncturel est relativement stable (*i.e.* $\dfrac{Rqb\delta}{1-\delta b} \geqslant -R^-$).

En suivant de nouveau une récurrence arrière, on peut caractériser leurs choix de la façon suivante :

$$x_t(x_{t-1}, R^-) = bx_{t-1} + C_2'^{-1}\left(R^- + \frac{Rqb\delta}{1-b\delta}\right) \tag{25}$$

et $x_t(x_{t-1}, R^+) = bx_{t-1} + C_2'^{-1}\left(R^+ + \dfrac{Rq\delta b}{1-\delta b}\right)$

La fonction valeur associée à ces réponses s'écrit sous une forme identique à (24) et vérifie également l'équation de Bellman. Les réponses décrites par les équations (25) correspondent donc bien à une politique optimale. Dans un contexte relativement stable, les entreprises alternent donc des périodes d'embauches fortes et des périodes d'embauches faibles et, contrairement à celles dont l'environnement est plus exposé, ne restent jamais passives [6]. Leur comportement n'est pas plus sensible aux coûts de licenciement que celui des entreprises exposées. Une baisse des coûts d'embauche reste un levier qui, quelle que soit la conjoncture, favorise l'embauche et l'emploi.

4.3 Conjoncture anticipée défavorable

Pour caractériser le comportement d'entreprises plongées dans un environnement incertain structurellement défavorable ($R < 0$), il est possible de suivre le même type de raisonnement récursif que celui adopté dans la section précédente. Deux cas méritent cette fois d'être distingués selon le niveau des pertes actualisées par le salarié en comparaison avec le coût unitaire du premier licenciement. Le détail des calculs est en annexe F.

Premier cas, $C_1'(0) \geqslant -R^- - \dfrac{\delta b}{1-\delta b} Rq$. Les coûts de licenciement sont alors trop élevés par rapport aux pertes unitaires pour que l'entreprise ait jamais intérêt à licencier. L'entreprise alterne inaction et embauches sur CDD (lors des reprises conjoncturelles), le stock de CDI décroissant au rythme des départs naturels dans chacune des conjonctures. La réponse optimale s'écrit simplement :

$$x_t(x_{t-1}, R_t) = bx_{t-1}, \quad \forall\, x_{t-1},\, R_t \tag{26}$$

Second cas, $C_1'(0) < -R^- - \dfrac{\delta b}{1-\delta b} Rq$. Dans ce contexte l'entreprise licencie chaque fois que la conjoncture est négative et laisse décroître le stock de CDI au rythme des démissions lorsque la conjoncture est positive. Plus précisément, on peut définir une suite croissante de seuils ($X_k, k = 0, \ldots, \infty$)) tels que si $X_k < x_{t-1} \leqslant X_{k+1}$ alors l'entreprise anticipe de fermer après un nombre fini k de conjonctures négatives. De manière assez naturelle, plus les coûts de licenciement sont faibles, plus les seuils sont élevés et plus rapide est la disparition des entreprises structurellement en difficulté.

6. On peut remarquer que toute augmentation de q accroît l'amplitude minimum des aléas au-delà de laquelle il y a embauche sur CDI à chaque période.

Point important, tout au long de leur déclin, les entreprises gardent un intérêt pour l'embauche durant les phases de reprise. Ce volume d'embauches temporaires est, par ailleurs, indépendant des coûts de licenciement, il ne dépend que des coûts d'embauche.

5 Conclusion

Cet article étudie l'influence de coûts d'embauche et de licenciement asymétriques, strictement convexes sur le comportement d'entreprises ayant la possibilité de recourir à de l'embauche sur contrats à durée déterminée. Les revenus par travailleur sont d'abord anticipés stables dans le temps, puis supposés affectés par des chocs aléatoires non corrélés entre eux.

Dans ce type de modèle, les coûts de licenciement perdent l'effet négatif qu'ils ont sur l'embauche lorsqu'on néglige les possibilités de CDD. Ils demeurent, en revanche, une protection pour les salariés expérimentés dans les entreprises en déclin. De fait, en augmentant les coûts de licenciement, on accroît la part des départs naturels dans le total des emplois détruits par les activités en déclin et on retarde le moment de la disparition de ces activités.

Par ailleurs, dans ce type de modèle, tout ce qui augmente la productivité relative des salariés expérimentés favorise également le recrutement sur CDI. La flexibilité interne, l'acquisition des compétences au sein des entreprises apparaissent ainsi favorables à l'embauche stable. Dans le modèle étudié, le rôle des contrats à durée déterminée est, lui aussi, plutôt positif : ils apparaissent comme la condition d'un maintien de l'embauche au cours du cycle.

Les recherches futures devront vérifier le réalisme empirique des hypothèses sur lesquelles s'appuie ce type de modèle et tester la pertinence de ses prédictions. Ces investigations complémentaires pourront, en France, s'appuyer sur les données administratives de mouvements de main-d'œuvre. Ces données permettent en effet de retracer, au niveau des établissements, les chroniques mensuelles des décisions de gestion de la main-d'œuvre.

• Références bibliographiques

ABOWD J., KRAMARZ F. (1995). – « The Costs of Hiring and Separation », *Document de travail* du CREST, n° 9543.

BENTOLILA S., SAINT-PAUL G. (1994). – « A Model of Labor Demand with Linear Adjustement Cost », *Labour Economics*, vol. I, pp. 303-326.

BENTOLILA S., BERTOLA G. (1990). – « Firing Costs and Labour Demand: How bad is Eurosclerosis », *Review of Economic Studies,* 57, pp. 381-402.

BRESSON, G., KRAMARZ F., SEVESTRE P. (1992). – *Dynamic Labour Demand Models, in*: L. Matyas and P. Sevestre, eds., Econometrics of Panel Data (Kluwer Academic Publishers).

DORMONT B., PAUCHET M. (1997). – « Uncertainty and Labour Demand Rigidity », *Document de travail* du Thema, n° 9720.

GOUX D., MAURIN E., PAUCHET M., (1999). – « Fixed-Term Contracts and the Dynamics of Labor Demand, *European Economic Review,* à paraître.

OCDE (1994). – « Job Gains and Job Losses in Firms », *Employment Outlook,* Paris.

STOCKEY N.L., LUCAS R.E. (1989). – *Recursive Method in Economic Dynamics,* Harvard University Press.

ANNEXE A

Définition de la forme réduite de l'objectif courant

Dans cette annexe j'explicite la forme réduite du profit (F) définie par,

$$F(x_{t-1}, x_t; R_t) \equiv \max_{d,e} \pi(x_{t-1}, x_t, e, d; R_t)$$

sous les contraintes : $e \geqslant x_t - bx_{t-1}$; $x_t \geqslant e \geqslant 0$; $d \geqslant 0$, *et* $x_t + d \leqslant X$.
et où $\pi(x_{t-1}, x_t, e, d\ ; R_t)$ s'écrit,

$$\begin{aligned}\pi(x_{t-1}, x_t, e, d, R_t) = {} & R_t(qx_t + (1-q)e + d) \\ & - C_2(e+d) - C_1(bx_{t-1} - x_t + e)\end{aligned}$$

Premier cas, $x_t - bx_{t-1} \leqslant 0$. Dans ce cas, il y a nécessairement des licenciements et la dérivée de π par rapport à e s'écrit,

$$\pi'_e = R_t - (qR_t + C'_1(bx_t - x_{t-1} + e) + C'_2(e+d)).$$

Le paramètre q étant supérieur à 1 et $(qR_t + C'_1(0))$ étant supposé positif, $R_t - (qR_t + C'_1(0))$ est toujours négatif. Les fonctions C'_1 et C'_2 étant croissante, π'_e est donc décroissante en e et négative en zéro. En conséquence π'_e est toujours négative, le profit décroît avec e et l'embauche optimale sur CDI $e*$ est nécessairement nulle. Par ailleurs, lorsque R_t est négatif, π décroît également avec d et l'embauche optimale sur CDD est également nulle. Dans le cas contraire, lorsque R_t est positif, l'embauche sur CDD vérifie la condition du premier ordre, $C'_2(d^*) = R_t$.
Au total, lorsque $x_t - bx_{t-1} \leqslant 0$, la fonction F s'écrit (avec les notations du texte),

$$F(x_{t-1}, x_t, R_t) = R_t q x_t - C_1(b_{t-1} - x_y) + Rh_{R_t} - C_2(h_{R_t})$$

où h_{R_t} est défini selon

$$C'_2(h_{R_t}) = R_t \ \text{ si } \ R_t \geqslant 0 \ \text{ et } \ h_{R_t} = 0 \ \text{ si } \ R_t < 0\ .$$

Second cas, $x_t - bx_{t-1} \geqslant 0$. Dans ce cas, il y a nécessairement des embauches sur CDI. De nouveau, on vérifie que quel que soit d et R_t, la fonction π décroît avec e. À l'optimum, e est donc égal à sa valeur plancher $e^* = x_t - bx_{t-1}$. Par ailleurs, lorsque R_t est négatif, la fonction π décroît avec d pour tout e et d est donc nul à l'optimum. Lorsque R_t est positif, une solution intérieure vérifie nécessairement la condition du premier ordre $C'_2(e^* + d) = R_t$. Elle n'existe donc que dans la mesure où $C'_2(e^*) = C'_2(bx_{t-1} - x_t) < R_t$ auquel cas le niveau d'embauche optimal sur CDD s'écrit $(-bx_{t-1} + x_t + C_2'^{-1}(R_t))$. Dans le cas où $C'_2(e^*) = C'_2$ $bx_{t-1} - x_t) \geqslant R_t$ il n'y a pas de solution intérieure, c'est-à-dire pas d'embauches sur CDD. Au total, lorsque $x_t - bx_{t-1} \geqslant 0$ la fonction de profit se réécrit donc selon,

$F(x_{t-1}, x_t, R_t) = R_t(x_t + (q-1)bx_{t-1}) - C_2(x_t - bx_{t-1})$,
si $bx_{t-1} + h_{R_t} \leqslant x_t$,

et

$F(x_{t-1}, x_t, R_t) = R_t(qbx_{t-1} + h_{R_t}) - C_2(h_{R_t})$,
si $bx_{t-1} \leqslant x_t \leqslant bx_{t-1} + h_{R_t}$.

Environnement certain, favorable

Dans le cas $R \geqslant 0$ on peut tout d'abord montrer qu'il n'est jamais optimal de licencier. Soit, une stratégie optimale $(x_{t+\tau}, \tau \geqslant 0)$. Supposons qu'il existe k_0 tel que cette stratégie optimale demande de licencier en k_0. Soit, une stratégie $(x'_{t+\tau}, \tau \geqslant 0)$ impliquant la même chronique d'embauches et de licenciements que la stratégie optimale, sauf en k_0 où l'entreprise laisse décroître ses effectifs sans embaucher ni licencier. Par construction on a donc

$$x_{t+\tau} = x'_{t+\tau},\ \forall\, \tau \leqslant k_0 \quad \text{et} \quad x_{t+\tau} < x_{t+\tau},\ \forall\, \tau \geqslant k_0.$$

Or, on vérifie qu'à $z = bx - y$ donné, la fonction F ne dépend que de x et de façon strictement croissante lorsque z est positif tandis qu'elle ne dépend que de y et de façon strictement croissante lorsque z est négatif. Il en résulte que pour toutes les périodes antérieures à k_0, la stratégie $(x'_{t+\tau}, \tau \geqslant 0)$ procure autant de profits que la stratégie $x_{t+\tau},\ \tau \geqslant 0$, tandis que pour la période k_0 et les suivantes elle procure un profit strictement supérieur. La stratégie $x'_{t+\tau},\ \tau > 0$ domine donc strictement la stratégie $x_{t+\tau},\ \tau \geqslant 0$, ce qui est incompatible avec l'optimalité de cette dernière. Par conséquent, k_0 n'existe pas, il n'y a jamais de licenciement à l'optimum.

Dans ce cadre, les équations d'Euler se réécrivent :

$$\text{(B1)} \quad R - C'_2(x_{t+k} - bx_{t+k-1}) + \delta(Rb(q-1) + bC'_2(x_{t+k+1} - bx_{t+k})) = 0,\ \ \forall\, t,k$$

Si nous notons $u_k = C'_2(x_{t+k} - bx_{t+k+1}) - C'_2((1-b)x_s))$, nous pouvons réécrire les équations d'Euler sous la forme :

$$\text{(B2)} \qquad u_k = \delta b u_{k+1}$$

d'où nous déduisons $u_0 = (\delta b)^k u_k$ et par conséquent, la seule solution non explosive est $u_k = 0$ pour tout k. Nous avons donc :

$$\text{(B3)} \qquad x_{t+k} - bx_{t+k-1} = (1-b)x_s,\ \forall\, t,k$$

ANNEXE C

Environnement certain, défavorable

Dans le cas ($R < 0$), on vérifie que $F(x,y) < 0$ pour tout $(x,y) \neq (0,0)$ et $F(0,0) = 0$. On vérifie également $F(x,bx) \geqslant F(x,y) > F(y,z)$, pour tout x, tout z et tout $y > x$.

La fonction valeur de l'entreprise est donc négative et atteint son maximum en 0 avec $V(0) = 0$. Pour montrer que cette fonction est décroissante considérons deux états initiaux x_1 et x_2 tels que $x_1 > x_2$. Soit une quelconque stratégie d'embauches et de licenciements $(e_{t+k}, s_{t+k}, k \geqslant 0)$ définie à partir de x_1. On peut définir une stratégie parallèle à partir de x_2 consistant à faire la même chose lorsque c'est possible et à fermer lorsque ce n'est pas possible [7]. Étant donné que $F(x,z) > F(y,z)$ pour tout $y > x$, on fait moins de pertes à chaque période en adoptant cette stratégie parallèle à partir de x_2. Il n'existe, ainsi, pas de valeur susceptible d'être atteinte à partir de x_1 et pas à partir de x_2. La fonction valeur $V(x_2)$ est donc supérieur à $V(x_1)$.

Comme V est décroissante et $F(x,bx) \geqslant F(x,z)$ pour tout $z > bx$, l'entreprise n'a jamais intérêt à embaucher. Elle préfère toujours ne rien faire à embaucher. Les chroniques optimales de CDI sont donc décroissantes. Une chronique optimale x_{t+k}, $k \geqslant 0$) vérifie en outre $(x_{t+k} \leqslant b^k x_{t-1}, \quad \forall k \geqslant 0)$. Elle tend donc vers zéro. Nous allons maintenant montrer qu'elle atteint ce point au bout d'un nombre fini de période.

Soit pour commencer un point initial x_{t-1} tel que $C_1'(bx_{t-1}) + Rq < 0$. Dans ces conditions la fonction $F(x_{t-1},y)$ est comme $V(y)$: elle est maximum en $y = 0$. Partant d'un stock x_{t-1} vérifiant $C'(bx_{t-1}) + Rq < 0$ en fin de période $t-1$, l'entreprise a donc intérêt à fermer dès la période t, c'est-à-dire au bout d'une période seulement.

Considérons maintenant un quelconque point initial x_{t-1}. Comme la chronique optimale $(x_{t+k},\ k \geqslant 0)$ décroît vers zéro, il existe forcément une étape T telle que $bx_{t-1+T} < C_1'^{-1}(-Rq)$. L'entreprise ferme dès cette étape. Les entreprises telles que ($R < 0$) ferment au bout d'un nombre fini d'étapes, c'est-à-dire dès la première période où leur stock de CDI devient inférieur à $C_1'^{-1}(-Rq)$.

Le nombre de périodes T avant la fermeture définitive et la chronique des licenciements jusqu'à cette fermeture se déterminent par récurrence arrière à l'aide des équations d'Euler. Pour tout k compris entre 0 et T, ces équations s'écrivent,

(C1) $$Rq + C_1'(bx_{t-1+k} - x_{t+k}) - \delta b C_1'(bx_{t+k} - x_{T+k+1}) = 0$$

où x_{t-1+k} est le stock optimal de CDI en période $t - 1 + k$.

7. Cela revient à pratiquer les mêmes embauches aux mêmes moments, à ne rien faire aux mêmes moments et à pratiquer les mêmes licenciements aux mêmes moments lorsque c'est possible, à fermer lorsque ce n'est pas possible.

Par récurrence arrière, on en déduit le nombre optimal de licenciements ainsi que le stock optimal de CDI en période $t-1+k$ en fonction de T et x_{t-1+T}, soit,

(C2) $$C_1'(f_{t-1+k}) = -Rq(1+\ldots+(\delta b)^{T-k} + (\delta b)^{T-k+1}C_1'(bx_{t-1+T})\ ,$$

(C3) $$b^{T-k}x_{t-1+k} = \sum_{k=0}^{T-k-2} b^{k+1}C_1'^{-1}\Big(-Rq\Big(\sum_{k=0}^{k'}(\delta b)^{k'}\Big) \\ . + (\delta b)^{k'+1}C_1'(bx_{t-1+T})\Big)$$

En $k=0$, la décomposition précédente définit T et $x_{t-1+T} \leqslant C_1'^{-1}(-Rq)$ de façon unique en fonction du stock initial x_{t-1}.

Environnement incertain, favorable

Considérons pour commencer le cas où $\dfrac{Rqb\delta}{1-b\delta} \leqslant -R^-$. Supposons que l'on ait montré pour tout k' inférieur ou égal à k,

(D1) $$x_{T-k'-1}(R^-) = bx_{T-k'-1},$$

et $x_{T-k'-1}(R^+) = bx_{T-k'-1} + C_2'^{-1}(R + Rqb\delta(1+\ldots+(b\delta)^{k'})$
et

(D2) $$\frac{dE_{t-k'}(V_{T-k'+1})}{dx_{T-k'+1}} = Rqb(1+\ldots+(b\delta)^{k'})$$

Nous noterons $u_{k'}$ cette dernière quantité. On peut remarquer que pour tout k' plus petit ou égal à k, on a par hypothèse,

(D3) $$u_{k'}\delta < \frac{Rqb\delta}{1-b\delta} \leqslant -R^-$$

Pour amorcer la récurrence, on peut écrire que si l'entreprise dispose en $T-k$ du stock x_{t-k} on a,

(D4) $$x_{T-k+1}(R_{T-k}) = \operatorname*{Argmax}_y \; F(x_{T-k}, y, R_{T-k}) + \delta u_{k-1} x_{T-k},$$

d'où il est immédiat de vérifier,

(D5.1) $$x_{T-k+1}(R^+) = x^+_{T-k+1} = bx_{T-k} + C_2'(R^+ + \delta u_{k-1})$$

(D5.2) $$\text{et } x_{T-k+1}(R^-) = x^-_{T-k+1} = bx_{T-k}$$

d'où l'on déduit,

$$\frac{dE_{T-k-1}(pF^-(x_{T-k}, x^-_{T-k+1}) + (1-p)F^+(x_{T-k}, x^+_{T-k+1}))}{dx_{T-k}} = Rqb$$

ainsi que

(D6) $$\frac{dE_{T-k-1}(V_{T-k+1})}{dx_{T-k}} = \frac{d(u_k(px^+_{T-k+1} + (1-p)x^-_{T-k+1}))}{dx_{T-k}} = bu_k$$

d'où l'on déduit encore,

(D7) $$\begin{aligned}\frac{dE_{T-k-1}(V_{T-k})}{dx_{T-k}} &= \frac{dE_{T-k-1}(pF^- + (1-p)F^+ + \delta V_{T-k+1})}{dx_{T-k}} \\ &= Rqb + \delta bu_k = Rqb(1+\ldots+(b\delta)^{k+1}) = u_{k+1}\end{aligned}$$

ce qui achève la récurrence.

Considérons maintenant le cas où $\dfrac{Rqb\delta}{1-b\delta} > -R^-$. En reprenant les notations précédentes, on sait, désormais, qu'il existe un k tel que,

$$-R^- < u_k\delta \leqslant \frac{Rqb\delta}{1-b\delta} \qquad \text{(D8)}$$

Soit k_0 le plus petit de ces k. En procédant exactement dans la section précédente, on montre par récurrence arrière que lorsque la conjoncture est défavorable l'entreprise laisse décroître ses effectifs à leur rythme naturel pour tout $k < k_0$, puis, à partir de là, elle embauche à chaque période.

ANNEXE E

Dans cette annexe je me place dans le cas où $R^- + \dfrac{Rqb}{1-\delta b} < 0$ et je montre que la fonction V définie par l'équation (24) vérifie bien le principe de Bellman.

Si V est donnée par (24) alors,

$$E_t V(x, R_{t+1}) = \frac{Rqb}{1-\delta b} x + p(Rh^+ - C_2(h^+)) + \frac{\delta b}{1-\delta b} Rqph^+ + V_0$$

et la gestion optimale de la main-d'œuvre est donc définie par,

$$\begin{aligned} x^*(x_{t-1};\, R_t) &= \operatorname{argmax} F(x_{t-1}, x, R_t) + \delta E V(x, R_{t+1}) \\ &= \operatorname{argmax} F(x_{t-1}, x, R_t) + \frac{Rq\delta b}{1-\delta b}\, x \end{aligned}$$

Dès lors que $R^- + \dfrac{Rqb}{1-\delta b} < 0$, on vérifie aisément que x^* est défini par,

$$x^*(x_{t-1}, R_t) = bx_{t-1} + h_t,$$

avec $h_t = C_2'^{-1}\left(R^+ + \dfrac{Rq\delta b}{1-\delta b}\right) = h^+$ si $R_t = R^+$ et $h_t = 0$ si $R_t = R^-$.

Il reste à vérifier que $F(x_{t-1}, x^*(x_{t-1};\, R_t);\, R_t + E_t(V(x^*(x_{t-1};\, R_t), R_{t+1})$ redonne bien $V(x_{t-1}, R_t)$.

Si $R_t = R^-$ alors

$$F(x_{t-1}, x^*(x_{t-1};\, R_t);\, R_t) = R^- qbx_{t-1}\,,$$

et

$$\begin{aligned} &E_t V(x^*(x_{t-1}, R_t), R_{t+1}) \\ &\qquad = \frac{Rqb}{1-\delta b} bx_{t-1} + p(Rh^+ - C_2(h^+)) + \frac{\delta b}{1-\delta b} Rqph^+ + V_0 \end{aligned}$$

d'où il ressort que,

$$\begin{aligned} &F(x_{t-1}, x^*(x_{t-1};\, R_t) + \delta E_t(V(x^*(x_{t-1};\, R_t), R_{t+1}) \\ &= \left(R^- + \frac{\delta b}{1-\delta b} R\right) qbx_{t-1} + \delta V_0 + \delta p(Rh^+ - C_2(h^+) + \frac{\delta b}{1-\delta b} Rqh^+), \end{aligned}$$

qui est bien égal à $V(x_{t-1}, R_t)$ dès lors que V_0 est défini par,

$$V_0 = \frac{\delta p}{1-\delta}\left(\frac{\delta b}{1-\delta b} Rqh^+ + R^+ h^+ - C_2(h^+)\right)$$

La vérification du principe de Bellman procède exactement de la même façon pour le cas $R_t = R^+$.

Environnement incertain, défavorable

Dans un premier temps nous allons définir X_0 tel que pour tout $x_{t-1} \leqslant X_0$ l'entreprise licencie l'ensemble des salariés sous CDI à la première conjoncture négative R^-. Dans un second temps, nous allons définir par récurrence une suite de seuils $X_1 < \ldots < X_k \ldots$ tels que pour tout $x_{t-1} \in]X_l, X_{l+1}$ l'entreprise licencie au bout d'exactement $l+1$ conjonctures négatives.

Si X_0 existe alors pour tout $x_{t-1} \leqslant X_0$ on peut écrire,

(F1) $$V(x_{t-1}, R^-) = -C_1(bx_{t-1})$$

et (F2)

$$V(x_{t-1}), R^+) = \frac{R^+ qbx_{t-1}}{1-\delta bp} + F^+ - (1-p)\sum_{t=1}^{\infty}(\delta p)^{t-1} C_1(b^{t+1}x_{t-1}) \; .$$

Par définition, on a également pour tout $x_{t-1} \leqslant X_0$,

(F3) $$\operatorname*{argmax}_{y \leqslant bx_{t-1}} R^- qy - C_1(bx_{t-1} - y) + \delta E_t V(y, R_{t+1}) = 0$$

En utilisant (F1) et (F2) on vérifie que (F3) implique nécessairement,

(F4) $$R^- q + C_1'(bx_{t-1}) + \frac{\delta b}{1-\delta bp}(pRq - (1-p)C_1'(0)) \leqslant 0$$

C_1' étant croissante, l'existence d'un $x_{t-1} > 0$ vérifiant (D4) est équivalente à

(F5) $$R^- q + C_1'(0) - \frac{\delta b}{1-\delta b} Rq < 0$$

Inversement si (F5) est vérifiée, on est assuré de l'existence d'un $x_{t-1} \geqslant 0$ vérifiant (F4).

En outre, pour chaque $x_{t-1} > 0$ vérifiant (F4) les équations (F1) et (F2) définissent des fonctions valeurs vérifiant l'équation de Bellman. Donc, si (F5) est vérifiée X_0 existe bien. Il peut, toutefois, être infini.

De fait, l'ensemble des x vérifiant (F4) est borné par un X_0 fini si, et seulement si,

(F6)

$$C_1'(\infty) > -R^- q - \frac{\delta b}{1-\delta bq}(pRq - (1-p)C_1'(0)) = -R^- q - \delta EV'(0)$$

X_0 étant alors précisément défini comme le stock de CDI tel que (F4) est une égalité.

Au total, deux cas de figure : si (F6) n'est pas vérifiée, alors les entreprises licencient tous leurs CDI dès la première conjoncture négative, quel que soit le stock de CDI dont elles disposent au départ. Si (F6) est vérifiée, alors la fermeture n'intervient que pour les entreprises disposant d'un stock de CDI inférieur à X_0.

Supposons maintenant que soit définie une suite de k seuils $X_1 < \ldots < X_k$ et une fonction $V, (x_{t-1}, R_t)$ vérifiant l'équation de Bellman sur $[0, X_k]$ tels que

(a) pour tout $l < k$ et tout $x_{t-1} \in]X_l, X_{l+1}]$ l'entreprise ferme après exactement $l+1$ conjonctures défavorables consécutives (*i.e.* elle survit au moins l périodes)

(b) $E_t V'(x_{t-1}, R_t)$ soit négative décroissante sur $[0, X_k]$ et vérifie $C_1'(\infty) + R^- q = E_t V'(X_{t-1}, R_{t+1} > 0$.

Si maintenant $C_1'(\infty) + R^- q + \delta E_t V'(X_k, R_{t+1}) < 0$ alors pour tout $x_{t-1} > X_k$ l'entreprise licencie après $k+1$ conjonctures défavorables consécutives et l'on peut poser $X_{k+1} = \infty$. Sinon il est possible de définir X_{k+1} tel que

(F7) $$C_1'(bX_k - X_{k+1}) + R^- q + \delta E_t V'(X_k, R_{t+1}) = 0$$

Notons que, $E_t V'$ étant décroissante, $bX_k - X_{k+1}$ est plus grand que $bX_{k-1} - X_k$.

Pour tout x_{t-1} compris entre X_k et X_{k+1}, il est ensuite possible de définir l'unique $x(x_{t-1}, R^-)$ compris entre X_{k+1} et X_k, selon

(F8)

$$R^- q + C_1'(bx_{t-1} - x(x_{t-1}, R^-)) + \delta E_t V'(x(x_{t-1}, R^-), R_{t+1}) = 0$$

Pour des conjonctures négatives la fonction valeur en x_{t-1} s'écrit,

(F9) $$\begin{aligned} V(x_{t-1}, R^-) = {} & R^- q b x(x_{t-1}, R^-) \\ & - C_1(bx_{t-1} - x(x_{t-1}, R^-)) + E_t V(x(x_{t-1}, R^-), R_{t+1}) \end{aligned}$$

d'où l'on déduit,

(F10) $$V'(x_{t-1}, R^-) = -C_1(bx_{t-1} - x(x_{t-1}, R^-))$$

D'après (F8) $x(x_{t-1}, R^-)$ et $bx_{t-1} - x(x_{t-1}, R^-)$ croissent avec x_{t-1}, d'où (F10) permet de conclure que $V'(x_{t-1}, R^-)$ décroît avec x_{t-1}.

Ayant étendu la définition de $V(x_{t-1}, R^-)$ à l'ensemble des x_{t-1} inférieurs à x_{k+1}, il n'est pas difficile d'étendre également la définition de $V(x_{t-1}, R^+)$. Il suffit de déterminer la fonction valeur correspondant à une stratégie d'attente tant que la conjoncture est favorable, soit

(F11)

$$\begin{aligned} V(x_{t-1}, R^+) = {} & R^+ q b x_{t-1} + F^+ \\ & + \delta \sum_{k=1}^{m(x_{t-1})} p^k (1-p) \left(\sum_{s=0}^{k-1} \delta^s (R^+ q b^{s+1} x_{t-1} + F^+) \right) \\ & + \delta^k V(x(b^k x_{t-1}, R^-), R^-) \\ & + \delta^{m(x_{t-1})+2} E_t V(b^{m(x)+1} x_{t-1}, R_{t+m(x)}) \end{aligned}$$

où $m(x_{t-1})$ est le plus petit entier tel que $b^{m(x_{t-1})} x_{t-1} > X_k$. On vérifie que $V'(x_{t-1}, R^+)$ décroît avec x_{t-1}. On vérifie également que la fonction $V(x_{t-1}, R_t)$ définie par (F9) et (F11) vérifie la relation de Bellman et que $E_t V'$ est décroissante pour l'ensemble des x_{t-1} inférieurs à X_{k+1}.

LOUIS - JEAN
avenue d'Embrun, 05003 GAP cedex
Tél. : 04.92.53.17.00
Dépôt légal : 235 – Mars 2000
Imprimé en France