ANNALES D'ÉCONOMIE ET DE STATISTIQUE. – N° 57 – 2000

Croissance, innovation et éducation

Jules NYSSEN *

RÉSUMÉ. – Cet article étudie les interactions entre deux sources de croissance : l'éducation et l'innovation. Il examine successivement les cas où chacune de ces sources est le moteur de la croissance de long terme. Il donne une explication aux différentes phases de développement que peuvent connaître les économies. Ce développement est toujours initié de façon extensive par l'accumulation de capital humain, cette dernière pouvant ensuite être relayée ou complétée par une croissance intensive fondée sur l'innovation. L'innovation apparaît alors clairement comme la composante essentielle du résidu de Solow. Cependant, l'accès à l'innovation n'est pas garanti pour des économies structurellement trop pauvres. Dans ce cas, une aide permanente à l'innovation ou à l'éducation peut permettre une sortie durable du piège de pauvreté.

Economic Growth, Innovation and Education

ABSTRACT. – This paper focuses on the interaction between two sources of economic growth; namely education and innovation. Are successively considered two cases according to which of the two sources is the main engine of long run growth. An explanation is provided for the various phases that may be experienced by an economy during its development process. This process is always initiated in an extensive way by human capital accumulation, and may be sustained by an innovation driven "*intensive*" growth process. Innovation then appears clearly as the main component of Solow's residual. Nevertheless, innovation is not sustainable in economies which are structurally too poor. In this case, a permanent subsidy to education or innovation may allow the economy to durably escape from the poverty trap.

* J. NYSSEN : CEDERS - Université de la Méditerranée (Aix-Marseille II)

Cet article a bénéficié des commentaires éclairés de F. COLLARD et des participants au groupe de travail *Générations Imbriquées et Systèmes Dynamiques en Économie* du GREQAM. L'auteur remercie les deux rapporteurs anonymes de la revue pour leurs remarques constructives et reste seul responsable d'éventuelles erreurs.

1 Introduction

Une littérature abondante s'est développée ces dernières années dans le domaine de la croissance endogène. Les nouvelles théories présentent des modèles où l'accumulation répond à des incitations privées soutenues résultant de l'activité même des agents. Quatre éléments essentiels sont mis en jeu.

Le premier de ces éléments consiste en l'existence d'externalités technologiques (ROMER [1986 et 1987]) qui font bénéficier l'ensemble des producteurs des progrès réalisés par chacun d'eux individuellement. Le second, d'inspiration schumpetérienne, met en avant le rôle des distorsions statiques (existence de profits de monopoles) pour motiver l'investissement et justifier l'efficacité dynamique (ROMER [1990], GROSSMAN et HELPMAN [1991], AGHION et HOWITT [1992], *etc.*). Le troisième met l'accent sur la qualification de la main d'œuvre (LUCAS [1988]). Enfin, le quatrième élément met en avant le rôle des dépenses publiques (BARRO [1990]).

Dans cet article, on s'intéresse plus particulièrement aux deuxième et troisième éléments.

Les travaux fondamentaux de ROMER [1990] et GROSSMAN et HELPMAN [1991] mêlent la présence d'externalités et la concurrence imparfaite pour construire des modèles de croissance endogène bâtis autour du concept suivant. En introduisant un produit nouveau sur le marché, un producteur s'assure de la perception d'une rente de monopole. Ceci incite les agents à détourner une partie des ressources vers la R&D (recherche et développement) qui bénéficie de surplus de connaissance. Grâce à ces surplus, la rentabilité marginale sociale de l'accumulation de connaissances technologiques est constante et la croissance de l'économie (proportionnelle au taux d'innovation) est auto-soutenue. Ces modèles étant construits en équilibre général, et les décisions d'épargne étant représentées par le choix d'une allocation de ressources entre les secteurs productifs et la R&D, le niveau global de l'offre de ressources est un déterminant fondamental du taux de croissance. En particulier, l'innovation n'est rentable (et n'est donc active) qu'à la condition que cette offre de ressource soit supérieure à un niveau seuil [1].

Parallèlement à ces travaux sur les impacts macroéconomiques de l'innovation s'est développée une littérature sur l'accumulation de capital humain. Dans un article célèbre, LUCAS [1988] montre que la croissance d'un modèle du type de celui de Solow est auto-soutenue lorsque les agents peuvent améliorer leur qualification grâce à un processus à rendements constants. L'objet de cet article consiste donc à s'interroger sur les conditions dans lesquelles l'accumulation de capital humain peut permettre de dépasser les effets de seuil caractéristiques des processus de R&D évoqués à l'instant.

Plus précisément, ce travail se propose d'examiner le comportement d'un modèle de croissance endogène avec innovation inspiré de GROSSMAN et HELPMAN [1991, ch. 3] où les choix des agents consistent à choisir de façon séparée ;

1. Voir par exemple ROMER [1990].

1. la répartition de l'unique ressource (capital humain) disponible en chaque instant entre la R&D et la production, et
2. le volume global de l'offre de cette ressource par le choix d'une période de temps consacrée à la formation.

Éducation et innovation font donc ici l'objet d'un investissement spécifique et délibéré. La prise en compte simultanée de ces deux sources potentielles de croissance n'est cependant pas chose aisée. La condition pour avoir de la croissance endogène est, en effet, qu'il existe une ressource reproductible dont l'accumulation puisse se faire avec des rendements exactement constants [2]. On peut ajouter à un modèle de croissance satisfaisant cette condition autant de processus d'accumulation que l'on veut dans la mesure où leur taux d'accumulation est décroissant. À long terme, ces processus ne jouent alors aucun rôle dans la détermination du taux de croissance. Mais qu'un seul de ces processus se fasse lui aussi avec des rendements constants, et la croissance de long terme devient explosive. Ce problème n'a pu, à ce jour, être dépassé, et dans cet article, nous ferons l'hypothèse que l'innovation (accumulation de connaissances technologiques) et l'éducation (accumulation de capital humain) constituent tour à tour le moteur de la croissance de long terme, mais ne remplissent jamais simultanément ce rôle.

Les contributions dans lesquelles deux supports d'investissement distincts et potentiellement générateurs de croissance coexistent ne sont pas nombreuses dans le domaine de la croissance endogène. GROSSMAN et HELPMAN [1991, p.126] proposent une extension de leur modèle où l'offre de capital humain est endogénéisée. Dans leur travail, les ressources de l'économie sont le travail qualifié et le travail non qualifié, et les individus doivent faire un choix de qualification au début de leur existence. La population se renouvelle régulièrement, et le capital humain acquis par une génération ne se transmet pas aux générations futures. Il en résulte que le capital humain n'est pas une source de croissance. Certes, la répartition endogène de la population entre individus qualifiés et individus non qualifiés influence le taux de croissance à l'état régulier, mais il n'y a pas d'accumulation des compétences individuelles. Plus récemment, REDDING [1996] étudie les complémentarités stratégiques qui existent entre les décisions de formation des ménages et les décisions d'investissement des firmes, et met en évidence la possibilité d'existence d'équilibres multiples. L'économie peut alors se trouver bloquée dans un équilibre « *bas* », sans innovation, en raison d'un défaut de coordination des anticipations. Une subvention temporaire à la R&D peut alors servir d'instrument de coordination en incitant les agents à sélectionner l'équilibre « *haut* ». Mais l'analyse de REDDING est restreinte à un cadre d'équilibre partiel, et la dynamique de long terme n'est pas étudiée.

D'autres contributions considèrent les effets des interactions entre éducation et innovation. Mais elles ne font porter les efforts d'investissement que sur une seule des deux sources. EICHER [1996], par exemple, analyse le rôle de l'éducation sur les différentiels de salaire lorsqu'il existe deux catégories de travailleurs, qualifiés et non qualifiés, et que seuls les premiers ont accès au secteur à haute technologie. Mais il considère l'innovation comme un produit dérivé de l'éducation, et non comme le résultat d'un investissement spécifique.

---

2. Voir NYSSEN [1995].

Dans une problématique d'économie du développement, KELLER [1996], s'intéresse à la façon dont les nouvelles technologies mises au point dans les pays développés peut engendrer, au travers de la libéralisation commerciale, la croissance d'un pays en développement. Il montre que l'accumulation domestique de capital humain joue un rôle crucial dans la capacité d'un pays à implémenter les technologies importées, et peut contraindre la croissance effective d'un pays à un niveau inférieur à la croissance potentiellement permise par les technologies étrangères. GOODFRIEND et MC DERMOTT [1995], enfin, proposent un modèle pour décrire les étapes du développement économique depuis les sociétés primitives jusqu'aux sociétés industrielles développées. Différents changements de régime sont décrits. La croissance du produit par tête, liée à une division du travail de plus en plus poussée, est d'abord initiée de façon exogène par la croissance de la population active. Puis, à partir d'un certain niveau, les individus sont incités à s'engager dans une activité d'apprentissage qui entraîne l'accumulation de capital humain et permet alors à l'économie de se placer sur une trajectoire de croissance endogène. Cependant, ce modèle ne fait pas référence à un investissement spécifique en R&D. L'amélioration de la division du travail au cours de la phase préindustrielle, forme de progrès technique, résulte implicitement de la fraction de temps consacrée par les individus au travail industriel plutôt qu'au travail domestique.

Par rapport à cet ensemble de contributions, les originalités de l'analyse présentée ici sont multiples. Tout d'abord, éducation et innovation résultent de deux formes d'investissement spécifiques et délibérées. Ensuite, l'étude n'est pas restreinte à l'état régulier puisqu'il s'agit de montrer comment l'éducation, qui doit partager les ressources de base avec l'innovation, peut cependant être complémentaire de celle-ci en permettant le franchissement d'un palier et l'entrée dans une phase de croissance intensive fondée sur l'innovation. Ceci nous conduit alors à mettre en évidence deux modalités de croissance. La première, dénommée *extensive*, repose uniquement sur l'accumulation des facteurs de production (ici le capital humain). L'accroissement de l'offre de cette ressource abaisse son coût relatif, ce qui entretient la croissance. La seconde, dénommée *intensive*, est liée aux effets positifs de l'innovation sur la productivité grâce à une meilleure division du travail. Pour un volume donné de ressources engagées dans la production de bien final, l'innovation a pour effet d'élever la productivité globale des facteurs. Elle constitue donc, dans ce modèle, une explication endogène au résidu de Solow. Enfin, la difficulté évoquée plus haut de concilier deux sources distinctes de croissance à long terme conduit à proposer deux modèles où innovation et éducation sont successivement à la base de la croissance, dont on montre qu'ils se comportent globalement de façon semblable.

L'article est organisé de la façon suivante. Le cadre général est décrit dans la section 2. L'économie avec l'innovation comme moteur de la croissance de long terme est développée dans les sections 3 et 4. Cette dernière s'intéresse plus particulièrement au franchissement d'un seuil dans le processus de convergence. La section 5 renverse la perspective en faisant du capital humain le moteur de la croissance. La section 6 évoque quelques mesures de politique économique et la section 7 conclut.

2 Présentation du modèle

Le modèle est construit en équilibre général et en temps continu. Il comporte trois secteurs industriels (dénotés BF, BI et R&D) et un secteur de « *formation* ». Il y a trois types d'agents : les ménages et les firmes des secteurs BF et BI.

Le secteur BF produit un bien homogène de consommation finale. Ce secteur est composé d'une infinité d'entreprises agissant en concurrence parfaite et pouvant être représentées par une fonction de production de type Cobb-Douglas à rendements constants. Les *inputs* sont du capital humain H_y et un *continuum* de biens intermédiaires différenciés indicés par $i \in [0,n(t)]$. La production requiert en chaque instant la consommation d'une quantité x_i de chaque *input* intermédiaire de telle façon que, pour un volume total donné de biens intermédiaires, l'augmentation de leur nombre (c'est-à-dire de leur variété n) élève la productivité globale. Cette propriété est exprimée par un index d'*inputs* différenciés,

$$D(t) = \left[\int_0^{n(t)} x_i(t)^\alpha di \right]^{1/\alpha}$$

qui entre comme un facteur dans la fonction de production,

$$Y(t) = AH_y(t)^\beta D(t)^{1-\beta}$$

où $A > 0$ et $0 < \alpha,\beta < 1$.

Les biens intermédiaires sont produits dans le secteur BI par autant de firmes spécialisées qu'il y a de variétés. La technique est linéaire : il faut une unité de capital humain pour produire une unité de n'importe lequel des biens. Pour pouvoir entrer sur le marché de biens intermédiaires et produire sa propre variété, tout nouveau producteur doit acquérir une licence de production (ou brevet) auprès du secteur de R&D. L'augmentation de la variété des biens intermédiaires ayant la caractéristique d'élever la productivité dans le secteur BF, chaque producteur différencié du secteur BI fait face à une demande exprimant une préférence pour la diversité et se trouve donc en situation de concurrence monopolistique. Il réalise ainsi des profits qui permettent de rembourser « *ex post* » l'acquisition du brevet.

Les fonds nécessaires à l'investissement en R&D proviennent de l'épargne des ménages. Afin de maximiser leur utilité intertemporelle, ceux-ci acceptent de se priver d'une partie de leur consommation courante, ce qui dégage des ressources pour la mise au point de nouveaux brevets et permet la mise en production de nouvelles variétés de biens intermédiaires. Il en résulte une élévation de la productivité dans le secteur du bien final qui autorise une augmentation de la consommation future.

La R&D est un secteur à entrée libre. Les brevets y sont créés à partir de capital humain H_n et d'un stock de capital de connaissance K_n généré par la recherche passée. Cette connaissance prend la forme d'un bien public : en effet, chaque producteur est capable de maîtriser l'exploitation commerciale d'un brevet, mais il ne peut s'approprier la connaissance qui y est incorporée [3].

3. Voir Romer [1990] pour une justification détaillée de cette hypothèse.

L'évolution du nombre de brevets est alors donnée par la relation suivante

$$\dot{n}(t) = \frac{1}{a} K_n(t) H_n(t) \tag{1}$$

où $a > 0$. Dans cet article, deux cas seront envisagés. Le premier est celui où la croissance de long terme est liée à l'innovation. On sait que pour cela, il faut que $K_n = n$ afin que l'accumulation des connaissances (matérialisées ici par le stock de brevets n) se fasse à rendement constant. Le second cas est celui où l'innovation n'est pas le moteur de la croissance à long terme. Cela signifie que l'accumulation des connaissances est caractérisée par des rendements décroissants. On peut représenter ceci en supposant que K_n est une fonction concave de n. Nous adopterons, ici, le cas extrême où K_n ne dépend pas de n, soit $K_n = 1$.

On note $H_p = H_y + H_x + H_n$ le stock de capital humain disponible pour activités industrielles, avec H_x le capital humain utilisé par la production des biens intermédiaires. On suppose que l'offre de travail est inélastique et que la taille de la population active L est constante. Le stock total de capital humain H dont dispose l'économie est constitué de l'offre de travail corrigée qualitativement par le niveau de compétence individuelle h, de sorte que $H = Lh$. Ce stock est une variable endogène. En effet, l'économie est dotée d'un système de formation qui permet à chaque instant aux individus d'augmenter leur niveau de compétence en consacrant une part $(1 - \theta)$ de leur temps d'activité à l'éducation, de sorte que l'offre de capital humain au système industriel est :

$$H_p = \theta h L \quad \text{avec} \quad \theta \in [0,1].$$

L'évolution du niveau de compétence individuel est donnée par

$$\dot{h}(t) = F[\theta(t), h(t)]$$

Les individus supportent, pour leur formation, un coût d'opportunité correspondant au temps d'activité qui n'est pas consacré à une activité rémunérée.

Dans notre modèle, deux ressources seront donc l'objet d'une accumulation volontaire : le capital de connaissances – décrit par la variable $n(t)$ et créé grâce à l'épargne des ménages – et le capital humain – décrit par la variable $h(t)$ et dont l'évolution dépend des choix d'allocation du temps d'activité des travailleurs.

Dans un système d'éducation privé, le problème de maximisation auquel est confronté l'agent représentatif peut-être décomposé en deux sous problèmes. Le premier consiste à choisir un sentier d'épargne/consommation qui maximise l'utilité pour une trajectoire de revenus donnés. Le second concerne le choix d'une trajectoire $\{\theta(\tau)\}_{\tau=t}^{+\infty}$ qui maximise le revenu actualisé compte tenu de la fonction d'accumulation du capital humain.

Dans la suite de cet article, nous envisagerons deux possibilités. Lorsque l'innovation est le moteur de la croissance, nous supposerons pour simplifier l'analyse que la part du temps d'activité consacrée à l'éducation est exogène (θ est une constante). Lorsque c'est l'accumulation de capital humain qui est le moteur de la croissance, nous endogénéiserons la valeur de θ.

3 Les ajustements de la production lorsque l'innovation est le moteur de la croissance à long terme

On examine, ici, les ajustements côté production dans le cas où la croissance de long terme repose sur l'innovation, c'est-à-dire dans le cas où :

$$K_n = n.$$

Le ménage représentatif est caractérisé par une fonction d'utilité intertemporelle à élasticité de substitution unitaire

$$U(t) = \int_t^{\infty} e^{-\rho(\tau - t)} \ln C(\tau) d\tau$$

où $\rho > 0$ est le taux de préférence pour le présent et $C(t)$ la consommation en volume. Une contrainte budgétaire intertemporelle précise que la valeur présente du flux de dépenses futures ne peut être supérieure à la valeur présente du flux de revenus futurs augmentée de la valeur de la richesse courante. Cette contrainte s'écrit, après différenciation par rapport au temps :

$$\dot{W}(t) = r(t)W(t) + \theta(t)h(t)Lw(t) - E(t) \quad \text{et} \quad \lim_{t \to \infty} R(0,t)W(t) \geqslant 0$$

avec

$$R(t_0,t) = \exp\left[-\int_{t_0}^{t} r(\tau) d\tau\right]$$

où $r(t)$ est le taux d'intérêt, $E(t)$ les dépenses de consommation finale, $w(t)$ le taux de salaire et $W(t)$ le stock de richesse en t. Si l'on pose $E(t) = C(t)p_y(t)$, avec $p_y(t)$ le prix du bien final, et que l'on substitue $\ln E(\tau) - \ln p_y(\tau)$ à $\ln C(\tau)$ dans $U(t)$, la maximisation de $U(t)$ aboutit alors à la formulation classique :

$$\frac{\dot{E}(t)}{E(t)} = r(t) - \rho.$$

En adoptant la normalisation $E(t) = 1$ suggérée par GROSSMAN et HELPMAN [1991] on aboutit à :

$$r = \rho. \tag{2}$$

La résolution s'opère ensuite autour de deux relations clés. Il s'agit, d'une part, de la contrainte de ressource de l'économie (on suppose qu'il y a plein emploi et que les ajustements s'opèrent par variation du taux de salaire) et, d'autre part, de la relation de non-arbitrage qui stipule que le rendement de l'épargne doit être égal au taux d'intérêt.

3.1 La contrainte de ressources

La contrainte de ressource s'écrit $H_p(t) = H_y(t) + H_x(t) + H_n(t)$. La demande dérivée en capital humain H_y s'obtient en posant la condition d'équilibre sur le marché du bien final $C(t) = Y(t)$ et en résolvant le programme

$$\max_{H_y} \left(p_y A H_y^{\beta} D^{1-\beta} - w H_y \right).$$

qui donne, en utilisant la normalisation des dépenses :

$$H_y(t) = \frac{\beta}{w(t)}. \tag{3}$$

La demande inverse d'un facteur x_i par le secteur du bien final s'obtient en résolvant :

$$\max_{x_i} \left(p_y A H_y^{\beta} D^{1-\beta} - \int_0^n p_j x_j dj \right)$$

où p_i est le prix de la variété i, ce qui donne :

$$p_i = (1-\beta) \frac{x_i^{\alpha-1}}{\int_0^n x_j^{\alpha} dj}. \tag{4}$$

Du fait de la linéarité de la technique de production dans le secteur des biens intermédiaires et de l'équilibre sur le marché, la demande de capital humain qui en émane s'écrit :

$$H_x(t) = \int_0^{n(t)} x_i(t) di.$$

Le profit obtenu par le producteur de la variété i s'écrit $\pi_i = p_i x_i - w x_i$. Si l'on maximise π_i par rapport à x_i en remplaçant p_i par l'expression de la demande inverse (4), on trouve le prix pratiqué par chaque producteur du secteur des biens intermédiaires,

$$p_i(t) = \frac{w(t)}{\alpha} \equiv p(t) > w(t). \tag{5}$$

La symétrie des prix résulte du fait que l'index D traite symétriquement les différents biens intermédiaires et que la technique de production est identique pour toutes les variétés.

En combinant l'écriture de la demande inverse (4) ramenée au cas symétrique et le prix de monopole (5), on obtient la demande en capital humain émanant du secteur des biens intermédiaires.

$$H_x(t) = n(t) x(t) = \frac{\alpha(1-\beta)}{w(t)} \tag{6}$$

Enfin, en remplaçant K_n par n dans (1), la demande de capital humain exprimée par le secteur de la R&D est :

$$H_n(t) = a\frac{\dot{n}(t)}{n(t)}. \tag{7}$$

Avec (3), (6) et (7), la contrainte de ressource s'écrit :

$$H_p(t) = \theta(t)h(t)L = \frac{\beta + \alpha(1-\beta)}{w(t)} + a\frac{\dot{n}(t)}{n(t)}. \tag{8}$$

Pour un taux d'innovation et une offre de capital humain donnés, le plein emploi est assuré par la variation du salaire. Passons, à présent, à l'écriture de la condition de non-arbitrage.

3.2 La condition de non-arbitrage

La relation (7) nous permet d'écrire le coût unitaire de l'innovation,

$$v(t) = \frac{aw(t)}{n(t)}. \tag{9}$$

Avant d'entrer sur le marché des biens intermédiaires, un producteur potentiel doit acquérir sa licence de production. Il s'agit d'un coût fixe qui sera amorti par les profits de monopole réalisés lors de l'exploitation commerciale du brevet. Il est, en effet, facile de vérifier que le prix stratégique (5) est supérieur au coût marginal $(\alpha < 1)$ et que les profits $\pi(t)$ qui lui sont associés sont strictement positifs.

$$\pi(t) = \frac{(1-\alpha)(1-\beta)}{n(t)} > 0 \tag{10}$$

L'entrée sur le marché ne se fera que si la valeur présente des flux de profit $v^e(t)$ n'est pas inférieure à $v(t)$, où, compte tenu de (2),

$$v^e(t) \equiv \int_t^{\infty} e^{-\rho(\tau - t)}\pi(\tau)d\tau. \tag{11}$$

D'autre part, on suppose que la R&D est un secteur à entrée libre. Il ne subsiste donc aucune opportunité de profit inexploitée, ce qui garantit $v(t) \geqslant v^e(t)$. L'innovation répond par conséquent au schéma suivant :

$$\frac{\dot{n}(t)}{n(t)} = \begin{cases} \dfrac{H_n(t)}{a} & \text{si } \dfrac{aw(t)}{n(t)} = v^e(t), \\[2ex] 0 & \text{si } \dfrac{aw(t)}{n(t)} > v^e(t). \end{cases}$$

Lorsqu'il a lieu, l'investissement correspond à un volume déterminé par le montant de capital humain affecté à la R&D, c'est-à-dire qu'il dépend à la fois de l'épargne des ménages (ressources libérées des secteurs BF et BI) et de leurs décisions de formation.

Pour tous les participants au marché, lorsque $\dot{n} > 0$, on doit avoir $v(t) = v^e(t)$. En effectuant ce changement dans (11) et en différenciant par rapport au temps, on aboutit à la condition de non-arbitrage selon laquelle le rendement effectif de l'innovation doit être équivalent au taux d'intérêt.

$$\dot{v}(t) + \pi(t) = \rho v(t) \tag{12}$$

En remplaçant $v(t)$ et $\pi(t)$ dans la relation (12) par leur valeurs respectivement définies en (9) et (10) et en combinant le résultat avec la contrainte de ressources (8) on obtient le système suivant qui « *résume* » le côté production du modèle.

$$\begin{cases} \dot{n}(t) > 0 \;\text{ et }\; \dot{w}(t) = \left(\dfrac{\theta(t)h(t)L}{a} + \rho\right) w(t) - \dfrac{1}{a} \\ \dot{n}(t) = 0 \;\text{ et }\; w(t) = \dfrac{\beta + \alpha(1-\beta)}{\theta(t)h(t)L} \end{cases} \tag{13}$$

Ce système représente l'évolution du salaire telle qu'elle découle des comportements décrits ci-dessus en fonction de l'offre de capital humain disponible pour des activités industrielles. Décrivons, à présent, l'origine de cette offre.

4 Effets de seuil et éducation

Nous nous intéressons, ici, à un système d'éducation privée, où le coût individuel de formation correspond au temps qui y est consacré, temps pendant lequel aucun salaire n'est perçu. À ce stade, nous prendrons une forme particulière, inspirée de LUCAS [1993], pour représenter le processus de formation en supposant que le temps qui y est consacré est exogène [4].

$$\dot{h}(t) = \delta(1-\theta)h(t)^{\gamma} - \mu h(t) \tag{14}$$

avec $0 < \gamma < 1$, $0 < \theta < 1$, $\mu > 0$ et $\delta > 0$. Deux remarques doivent être faites ici. Tout d'abord, bien que l'acquisition de compétences par les individus soit proportionnelle au temps qu'ils consacrent à l'éducation, ce processus a des rendements décroissants par rapport à *h*. Cette hypothèse est nécessaire pour assurer qu'à long terme, seule l'innovation est le moteur de la croissance. Ensuite, le terme $\mu h(t)$ signifie qu'en l'absence de formation, les individus perdent peu à peu de leur compétence.

4. Il est possible d'endogénéiser la valeur de θ, mais les effets de seuil que nous cherchons à mettre en avant sont plus facile à identifier avec θ exogène. Une version du modèle avec θ endogène est, toutefois, présentée dans l'annexe A, et fournit des résultats identiques à ceux présentés dans cette section.

4.1 Convergence vers l'état régulier

Le comportement dynamique de l'économie est, à présent, entièrement décrit par le système (13) dans lequel $\theta(t) = \theta$ et l'équation (14). Notons que lorsque $\dot{n} > 0$, la contrainte de ressource (8) impose :

$$\theta h L > \frac{\beta + \alpha(1-\beta)}{w}. \tag{15}$$

La partie gauche de l'inégalité représente l'offre totale de capital humain à l'industrie. La partie droite correspond à la demande de capital humain par les activités de production de biens. Pour que l'innovation puisse exister, il est nécessaire que des ressources puissent y être consacrées. C'est ce qu'exprime l'inégalité : au salaire d'équilibre courant, il faut que la demande de ressource par la production soit strictement inférieure à l'offre pour que de la R&D soit entreprise.

À l'inverse, lorsque $\dot{n} = 0$, on aura toujours :

$$\frac{1}{w} = \frac{\theta h L}{\beta + \alpha(1-\beta)}.$$

On peut donc caractériser le comportement dynamique de notre économie à l'aide de deux régimes. Le premier est un régime sans innovation, défini par :

$$\begin{cases} \dot{h}(t) = \delta(1-\theta)h(t)^{\gamma} - \mu h(t) \\ \frac{1}{w_{ni}(t)} = \dfrac{\theta h(t) L}{\beta + \alpha(1-\beta)}. \end{cases} \tag{16}$$

Le second est un régime avec innovation défini par :

$$\begin{cases} \dot{h}(t) = \delta(1-\theta)h(t)^{\gamma} - \mu h(t) \\ \dot{w}_i(t) = \left(\dfrac{\theta h(t) L}{a} + \rho\right) w_i(t) - \dfrac{1}{a} \\ \dfrac{1}{w_i(t)} < \dfrac{1}{w_{ni}(t)} = \dfrac{\theta h(t) L}{\beta + \alpha(1-\beta)}. \end{cases} \tag{17}$$

La condition de libre entrée en R&D assure que lorsque l'inégalité (15) est satisfaite, c'est-à-dire lorsque $w_i(t) > w_{ni}(t)$, l'économie est dans un régime avec innovation.

Dans ces deux systèmes, $h(t)$ est une variable exogène dont la dynamique est définie, indépendamment des comportements, par les paramètres du modèle et la condition initiale $h_0 \equiv h(0)$. On peut calculer la trajectoire suivie par le niveau individuel de capital humain en résolvant l'équation différentielle (14). Cette solution s'écrit

$$h(t) = \left\{(h^*)^{1-\gamma} + \left[(h_0)^{1-\gamma} - (h^*)^{1-\gamma}\right] e^{-(1-\gamma)\mu t}\right\}^{1/(1-\gamma)} \tag{18}$$

avec

$$h^* = \left[\frac{\delta}{\mu}(1-\theta)\right]^{\frac{1}{1-\gamma}} > 0$$

la solution stationnaire. On note que $h(t)$ est croissante (resp. décroissante) en t lorsque $h_0 < h^*$ (resp. $h_0 > h^*$). Dans la suite, nous supposerons que $h_0 < h^*$, et que le niveau de capital humain individuel est donc une fonction croissante du temps.

Les comportements individuels d'affectation intertemporelle des ressources se traduisent intégralement par des variations de salaire, ce dernier étant défini conditionnellement au niveau courant de capital humain.

Dans le régime sans innovation, la valeur d'équilibre du salaire est définie directement par la contrainte de ressource selon la deuxième équation du système (16). Le salaire étant une fonction décroissante de h, on conclut que dans le régime avec innovation, le salaire est une fonction monotone décroissante de t qui admet une limite w_{ni}^* en $t = +\infty$ avec

$$w_{ni}^* = \frac{\beta + \alpha(1-\beta)}{\theta h^* L}.$$

Dans le régime avec innovation, les agents choisissent d'affecter un certain volume de capital humain à l'innovation conditionnellement à h. Pour une valeur donnée de h, la seule solution économiquement acceptable de l'équation différentielle en w_i du système (17) est la solution stationnaire $(a\rho + \theta h L)^{-1}$. En effet, toute autre valeur de w_i place l'économie sur une trajectoire explosive contraire à la rationalité des anticipations [5]. En pratique, h n'est pas constant mais évolue selon la trajectoire définie par (18). Sous l'hypothèse [6] que les agents ne connaissent pas cette trajectoire et prennent en chaque t la valeur de h comme une donnée, le salaire du régime avec innovation est égal à

$$w_i(t) = \frac{1}{a\rho + \theta h(t) L}.$$

Pour que ce régime soit économiquement viable, il faut que $w_i(t) > w_{ni}(t)$, c'est-à-dire que la demande de capital humain par les activités de production hors R&D (inversement proportionnelle à w) laisse des ressources disponibles pour l'innovation. Posons

$$y_i(t) = \frac{1}{w_i(t)} = a\rho + \theta h(t) L \quad \text{et} \quad y_{ni}(t) = \frac{1}{w_{ni}(t)} = \frac{\theta h(t) L}{\beta + \alpha(1-\beta)}.$$

L'innovation sera inexistante tant que $y_i(t) > y_{ni}(t)$.

Considérons une économie avec un niveau de capital humain initial h_0 trop faible pour que l'innovation y soit rentable, c'est-à-dire tel que $y_i(0) > y_{ni}(0)$. L'économie démarre donc dans un régime sans innovation. Sur la trajectoire, le stock individuel de compétences (h) s'élève progressivement. On note que y_i et y_{ni} sont deux fonctions croissantes de h, mais que la pente de y_i est plus faible que celle de y_{ni}. Les graphes de $y_i(t)$ et de $y_{ni}(t)$ se coupent donc en un point unique h_i de l'orthant positif. Si ce point d'intersection correspond à une valeur de $h < h^*$, alors l'économie basculera dans un

5. Voir Grossman et Helpman [1991, ch.3], par exemple.

6. Cette hypothèse ne modifie en rien la nature qualitative des résultats, ainsi qu'en témoigne le modèle avec θ endogène présenté en annexe.

régime avec innovation au cours du processus de convergence à une date T telle que $h(T) = h_i$. En effet, il y a alors suffisamment de capital humain pour qu'il soit rentable d'en consacrer une partie aux activités d'innovation. Le salaire et le niveau individuel de compétence évoluent jusqu'à l'état régulier où l'économie croît à un rythme donné par le taux d'innovation. Ce cas de figure est représenté sur la figure 1.

À l'inverse, si la valeur seuil du niveau individuel de capital humain h_i à partir de laquelle il devient rentable d'innover est supérieure à la valeur stationnaire h^*, alors il n'y aura aucun changement de régime. L'économie converge vers un état régulier sans innovation, donc sans croissance. Ce cas correspond à la figure 2.

On peut donc résumer ainsi l'analyse de la convergence.

1) Quel que soit son niveau initial de capital humain $h_0 < h^*$, l'économie ne peut converger vers un état régulier avec innovation que si $w_i^* > w_{ni}^*$, c'est-à-dire si

$$a\rho < \frac{(1-\alpha)(1-\beta)}{\beta + \alpha(1-\beta)} \, L\theta \left[\frac{\delta(1-\theta)}{\mu} \right]^{\frac{1}{1-\gamma}} .$$

Ce sera le cas pour une économie marquée par une forte diversité des produits (et donc de fortes opportunités de profits), une bonne productivité de l'éducation et du processus de R&D, une économie relativement patiente et bien dotée en travail, et une économie dans laquelle le temps consacré à l'éducation n'est ni trop fort, ni trop faible.

2) Cette convergence est impossible pour une économie ne vérifiant pas les conditions ci-dessus. Une telle économie est alors piégée dans une trappe de pauvreté avec un taux de croissance décroissant et tendant vers 0.

3) Si $h_0 < h_i < h^*$, alors l'économie démarre dans un régime sans innovation et converge vers un état régulier avec innovation en changeant de régime à la date T telle que $h(T) = h_i$.

4) Si $h_i < h_0 < h^*$, la totalité de la trajectoire de convergence de l'économie correspond au régime avec innovation.

4.2 Calcul des taux de croissance

Notons que le produit Y peut s'écrire :

$$Y(t) = An(t)^{\epsilon} \, H_y(t)^{\beta} H_x(t)^{1-\beta} = Bn(t)^{\epsilon} w(t)^{-1}$$

avec $B = A\beta^{\beta}[\alpha(1-\beta)]^{1-\beta}$ et $\epsilon = (1-\alpha)(1-\beta)/\alpha$. Il y a donc deux sources de croissances différentes pour Y. La première est l'élévation du nombre de variétés n, c'est-à-dire l'innovation. Celle-ci a pour effet d'élever la productivité de l'ensemble des *inputs* différenciés utilisés dans la production du bien final. La seconde est l'accroissement de la main-d'œuvre efficace disponible dans les secteurs BF et BI, qui se traduit par une baisse du salaire. Cette offre de main-d'œuvre aux secteurs BF et BI est, bien entendu, à la fois affectée par l'offre totale de capital humain, mais également par les activités d'innovation qui en détournent une partie à leur profit.

FIGURE 1

L'état régulier correspond à un sentier de croissance endogène générée par l'innovation

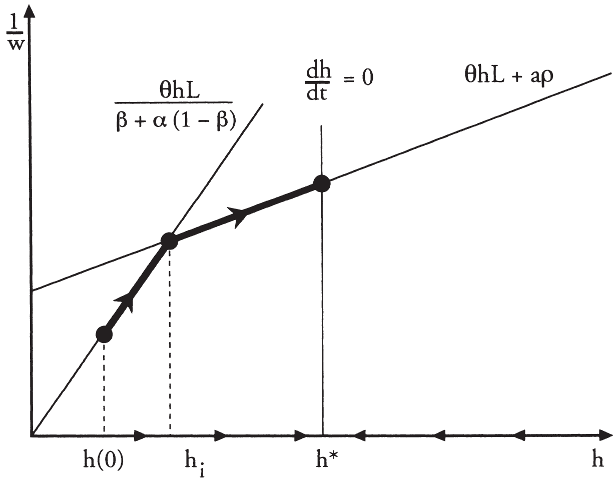
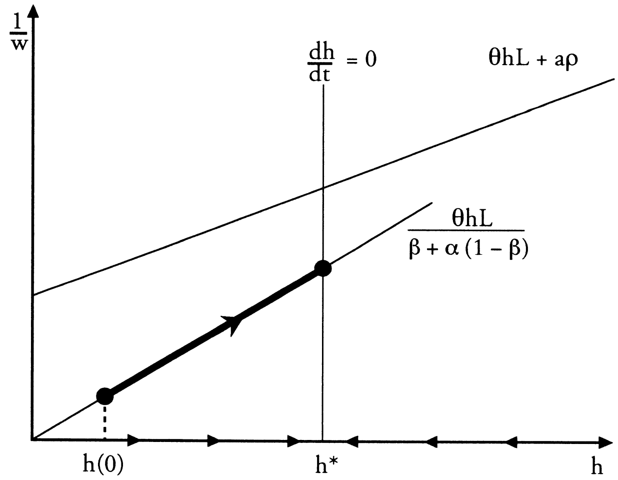


FIGURE 2

L'état régulier est un état stationnaire sans croissance



Enfin, on peut considérer $nx = H_x$ comme le stock de capital physique de l'économie, stock dont le taux de dépréciation instantané serait de 100 % [7]. Dans ces conditions, le taux de croissance de n^{ϵ} n'est pas autre chose que le fameux résidu de Solow, c'est-à-dire la part du taux de croissance du produit qui n'est pas expliqué par la croissance des facteurs directement mesurés.

7. En pratique, H_x est un flux.

$$\epsilon\frac{\dot{n}}{n} = \frac{\dot{Y}}{Y} - \beta\frac{\dot{H}_y}{H_y} - (1-\beta)\frac{\dot{H}_x}{H_x}$$

Dans le régime sans innovation, la seule source de croissance est l'augmentation des ressources productives (c'est-à-dire le stock disponible de capital humain). Le taux de salaire évolue à un rythme opposé à celui de h, de sorte que le taux de croissance du produit est donné par :

$$\frac{\dot{Y}}{Y} = g_h(h)$$

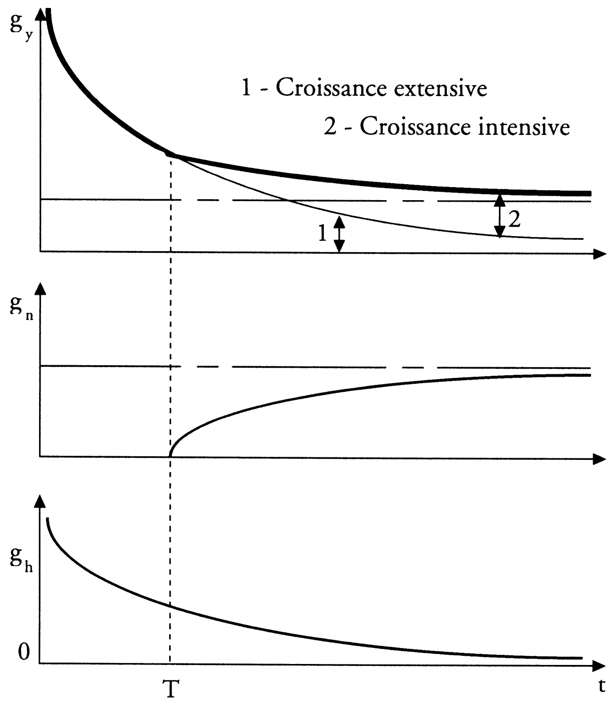
avec

$$g_h(h) = \frac{\delta(1-\theta)}{h^{1-\gamma}} - \mu$$

Le taux de croissance du produit est identique à celui du stock de capital humain, et tend asymptotiquement vers 0. Le résidu de Solow est nul.

Lorsque l'économie entre dans un régime avec innovation, le salaire est doublement influencé. Du côté de l'offre, tout d'abord, par l'accroissement de h ; du côté de la demande ensuite, par une élévation des besoins en capital humain exprimés par le secteur R&D. Tant que $h < h^*$, l'offre augmente plus vite que la demande, de sorte que le salaire diminue. Mais il diminue moins vite que dans le régime sans innovation. Le taux d'innovation $\dot{n}/n$ augmente

FIGURE 3
Les taux de croissance pour une économie innovante



progressivement jusqu'à l'état régulier où h et w sont constants. La seule source de croissance est alors l'innovation, dont le taux est donné par :

$$g_n^* = \left(\frac{\dot{n}}{n}\right)^* = \frac{\theta h^* L}{a} - \frac{\beta - \alpha(1-\beta)}{w_i^*}.$$

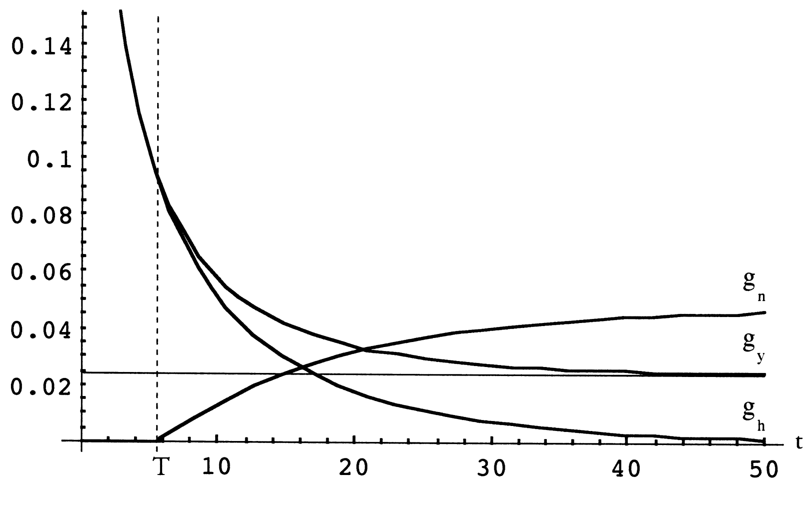
Le taux de croissance du produit est alors exactement égal au résidu de Solow :

$$g_y = \frac{\dot{Y}}{Y} = \epsilon g_n.$$

Si nous récapitulons la trajectoire d'une économie qui peut converger vers un état régulier avec innovation, nous observons deux phases. La première phase, celle du *décollage*, est due à la formation des individus dont le niveau de qualification s'élève. Cela permet une élévation proportionnelle du produit que l'on peut qualifier de croissance *extensive* puisqu'elle résulte de l'accroissement de l'offre de la ressource de base. Ensuite, le niveau individuel de capital humain atteint un niveau tel qu'il permet de dégager une partie de cette ressource pour les activités d'innovation. Débute alors la seconde phase, c'est-à-dire une période de convergence pendant laquelle l'économie connaît à la fois une croissance *extensive* (du fait de l'accroissement de H) et une croissance *intensive* liée au démarrage d'activités d'innovation dont l'effet est d'améliorer la productivité des facteurs. La limite de cette période de convergence correspond à l'état régulier, caractérisé par un sentier où l'éducation ne sert plus qu'à maintenir constant le niveau de qualification. La croissance du produit est purement intensive, et résulte de l'élévation de la productivité telle que mesurée par le résidu de Solow. Mais bien entendu, certaines économies « *pauvres* » au sens évoqué plus haut dans cette section (peu productives, impatientes, faiblement dotées en travail, *etc.*) peuvent très bien être bloquées dans la première phase. Leur niveau de capital humain n'atteindra jamais la

FIGURE 4

Résultat de la simulation



valeur seuil qui permettrait l'entrée dans la seconde phase. Elles connaîtront une croissance extensive transitoire qui s'éteindra au bout d'une certaine période de temps à la fin de laquelle le produit sera constant. Ceci peut se résumer de la façon suivante.

$$g_y = \epsilon g_n + g_h$$

avec

$$\begin{cases} g_n = 0, \quad g_h > 0, \quad \dot{g}_h < 0 & \text{si } h(t) < h_i \\ 0 < g_n < g_n^*, \quad g_h > 0, \quad \dot{g}_n > 0, \quad \dot{g}_h < 0 & \text{si } h_i \leqslant h(t) < h^* \\ \lim\limits_{t \to \infty} g_y = \epsilon g_n^* > 0 & \text{si } h^* > h_i \\ \lim\limits_{t \to \infty} g_y = 0 & \text{si } h^* \leqslant h_i \end{cases}$$

4.3 Un exemple numérique

Cette section présente une illustration numérique de ce que nous venons d'étudier. Les valeurs suivantes ont été affectées aux paramètres du modèle.

$$\begin{array}{lll} \alpha = 0{,}5 & \beta = 0{,}5 & \theta = 0{,}6 \\ a = 100 & \rho = 0{,}05 & \delta = 1 \\ \mu = 0{,}1 & \gamma = 0{,}2 & L = 10 \end{array}$$

Avec ces valeurs, le salaire dans chaque régime est défini par

$$y_i = 5 + 6h \quad \text{et} \quad y_{ni} = 8h.$$

La valeur seuil de capital humain est donc $h_i = 2{,}5$. La valeur stationnaire est $h^* = 5{,}657$. Cette économie converge donc vers un état régulier avec innovation. Elle change de régime au cours de ce processus si $h_0 < 2{,}5$. Supposons que $h_0 = 1$. Dans ce cas, l'innovation démarre à la date $T = 5{,}59$. Le taux de croissance du capital humain tend vers 0 et celui du produit converge, par valeurs décroissantes, vers la valeur de 2,37 %. La figure 4 reproduit les évolutions des taux de croissance du capital humain g_h, du degré de variété des *inputs* g_n et du produit g_y.

5 Lorsque l'éducation est le moteur de la croissance à long terme

Dans cette section, la perspective est renversée. Ce n'est plus l'innovation mais l'éducation qui est le moteur de la croissance. Ceci impose deux modifications au modèle développé dans les sections précédentes. Il faut, tout d'abord, que les rendements soient constants dans l'accumulation du capital humain et décroissants dans l'accumulation des connaissances. Supposons pour cela que le processus d'éducation est conforme à celui défini par LUCAS

[1988], c'est-à-dire que $\mu = 0$ et que $\gamma = 1$, et supposons également que le stock public de connaissances technologiques est constant et égal à $K_n = 1$, de sorte que le rendement de la R&D est décroissant [8]. Ensuite, puisque l'éducation est le moteur de la croissance, il paraît plus raisonnable de rendre θ endogène en le faisant dépendre d'un arbitrage microéconomique. Dans ce modèle, il y a donc deux supports pour l'épargne, les agents devant choisir d'une part le volume des ressources qu'ils consacrent à l'innovation (et qui sont donc détournées des activités productives immédiates) et d'autre part le temps de travail non rémunéré qu'ils consacrent à l'éducation (sachant que cela leur permet d'élever le montant hw de leur rémunération effective pour le travail salarié effectué).

Le programme de l'agent représentatif consiste alors à choisir E et θ de façon à maximiser

$$\int_0^\infty e^{-\rho t} \left[\ln E(t) - \ln p_y(t)\right] dt$$

sous la contrainte intertemporelle de budget

$$\int_0^\infty R(0,t)E(t)dt \leqslant W(0) + \int_0^\infty R(0,t)\theta(t)h(t)w(t)L dt$$

et la contrainte d'évolution du capital humain

$$\dot{h}(t) = \delta[1 - \theta(t)]h(t).$$

L'agent représentatif étant preneur de prix, on voit que ce programme peut être décomposé en deux sous-programmes. Le premier consiste à choisir la trajectoire optimale pour les dépenses de consommation, à revenu donné. Il débouche sur la règle $r(t) = \rho$ lorsque E est normalisé à 1. Le second peut s'écrire

$$(19) \qquad \begin{cases} \max\limits_{\theta} & \displaystyle\int_0^\infty e^{-\rho t}\theta(t)h(t)w(t)dt \\ \text{s.c.} & \dot{h}(t) = \delta[1 - \theta(t)]h(t). \end{cases}$$

On peut remarquer que l'objectif et la contrainte de ce programme sont linéaires en θ. On peut donc s'attendre à obtenir deux types de solutions : des solutions en coin ($\theta = 0$ ou $\theta = 1$) ou une solution intérieure. Remarquons immédiatement qu'une solution en coin de type $\theta = 0$ est à exclure dans la mesure où elle revient à annuler l'offre de capital humain à l'industrie, c'est-à-dire à annuler la production et donc la consommation.

La maximisation du revenu est le fait d'agents privés qui prennent la trajectoire de salaire comme une donnée. Cette trajectoire est définie par l'équilibre du côté production du modèle. Lorsque $K_n = 1$, la contrainte de ressource s'écrit

$$\theta h L = \frac{\beta + \alpha(1-\beta)}{w} + a\dot{n}$$

8. Il aurait suffit de supposer que K_n était une fonction concave de n. L'hypothèse $K_n = 1$ est adoptée par souci de simplification et ne change rien à la nature du résultat..

et le coût unitaire de l'innovation est $v = aw$. L'évolution du stock de connaissances est donnée par

$$\dot{n} = \begin{cases} \dfrac{\theta h L}{a} - \dfrac{\beta + \alpha(1-\beta)}{aw} & \text{si} \quad aw = v^e, \\ 0 & \text{si} \quad aw > v^e. \end{cases}$$

Comme précédemment, lorsque $\dot{n} > 0$, on doit avoir $v = v^e$, ce qui conduit à la condition de non-arbitrage $\dot{v} + \pi = \rho v$, soit encore, après substitution,

$$\dot{w}(t) = \rho w(t) - \frac{(1-\alpha)(1-\beta)}{an(t)}.$$

Nous aurons donc, ici, encore deux régimes : un régime avec innovation et un régime sans innovation. Le premier est caractérisé par

$$\begin{cases} \dot{n}(t) = \dfrac{\theta(t)h(t)L}{a} - \dfrac{\beta + \alpha(1-\beta)}{aw(t)} > 0 \\ \dot{w}(t) = \rho w(t) - \dfrac{(1-\alpha)(1-\beta)}{an(t)} \end{cases} \tag{20}$$

alors que le second correspond au système

$$\begin{cases} \dot{n} = 0 \\ \dfrac{1}{w(t)} = \dfrac{\theta(t)h(t)L}{\beta + \alpha(1-\beta)}. \end{cases} \tag{21}$$

Les ménages définissent leur politique individuelle d'éducation en résolvant (19) conditionnellement à la valeur du salaire donnée, selon le cas, par (20) ou (21). Le calcul de la solution est détaillé dans l'annexe. Celle-ci débouche sur le résultat suivant. Il ne peut y avoir d'accumulation délibérée de capital humain que si les agents ne sont pas trop impatients par rapport à la productivité du capital humain qu'ils investissent dans ce processus, et ceci indépendamment du régime (innovation ou non) dans lequel se trouve l'économie. Plus précisément,

$$\dot{h} > 0 \Leftrightarrow \rho < \delta \quad \text{et} \quad \dot{h} = 0 \Leftrightarrow \rho \geqslant \delta.$$

Dans le cas où ils choisissent de se former, ils sont indifférents quant à la valeur de θ qui est déterminée implicitement par les besoins en capital humain du système.

5.1 Lorsque l'économie n'accumule pas de capital humain

Les agents ne se forment pas lorsque $\rho \geqslant \delta$. Dans ce cas, la dynamique de l'économie est entièrement déterminée par les activités d'innovation. Posons $h_0 \equiv h(0)$ et $n_0 \equiv n(0)$ les valeurs initiales de h et n. Si, à l'état initial, l'économie est suffisamment dotée en capital humain, alors l'innovation est entreprise, mais le taux d'innovation décroît au cours du temps, accompagné par une hausse du taux de salaire. Le coût de l'innovation s'élève par rapport à la productivité de la R&D et l'économie converge vers un état stationnaire sans croissance. La dynamique est décrite par le système

$$\begin{cases} \dot{n}(t) = \dfrac{h_0 L}{a} - \dfrac{\beta + \alpha(1-\beta)}{a w(t)} > 0 \\ \dot{w}(t) = \rho w(t) - \dfrac{(1-\alpha)(1-\beta)}{a n(t)} \end{cases}$$

et converge vers un état stationnaire (figure 5) défini par

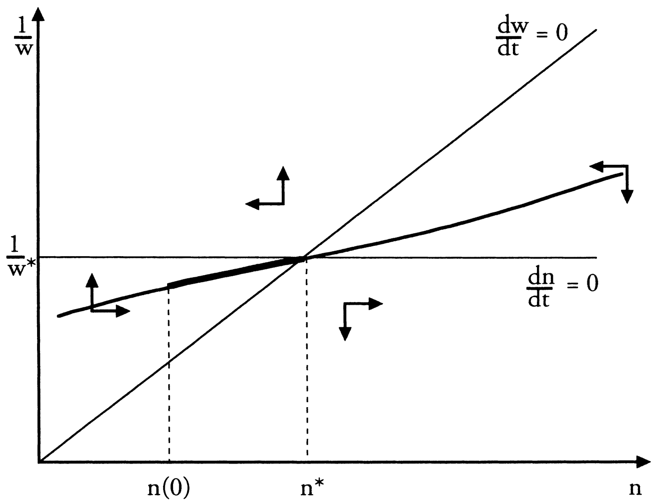
$$w^* = \frac{\beta + \alpha(1-\beta)}{h_0 L} \quad \text{et} \quad n^* = \frac{(1-\alpha)(1-\beta)}{a\rho} \frac{1}{w^*}.$$

Mais, bien entendu, si dès l'instant initial l'économie n'est pas assez richement dotée en capital humain relativement à ses autres caractéristiques, l'innovation n'aura jamais lieu, et l'économie restera en permanence dans son état initial. Ceci survient lorsque à l'état initial, le degré de diversification n_0 est supérieur à sa valeur stationnaire. Ainsi, une économie qui vérifie la condition suivante :

$$n_0 > n^* \Leftrightarrow \frac{\beta + \alpha(1-\beta)}{h_0 L} > \frac{(1-\alpha)(1-\beta)}{a\rho} \frac{1}{n_0}$$

c'est-à-dire une économie faiblement dotée en capital humain mais déjà largement pourvue en variétés de biens intermédiaires, une économie où la perception de la différenciation est faible et où la population active est réduite, une économie impatiente, ne connaîtra jamais d'innovation.

FIGURE 5
Convergence vers l'état régulier pour une économie innovante sans éducation



Mais que se passe-t-il lorsque une telle économie dispose d'un système éducatif relativement performant, c'est-à-dire que $\rho < \delta$?

5.2 Lorsque l'accumulation de capital humain engendre le démarrage d'activités d'innovation

Pour étudier le comportement de l'économie lorsque les agents décident de se former, il est commode de réécrire (20) et (21) en procédant à un changement de variable. Notons $z = n/h$ le degré relatif de diversification des *inputs* (la variable d'état) et $y = wh$ le salaire par tête (la variable de contrôle). Le régime avec innovation est alors défini par

$$(22) \qquad \begin{cases} \dot{z}(t) = -\delta[1-\theta(t)]z(t) - \dfrac{\beta + \alpha(1-\beta)}{ay(t)} + \dfrac{\theta(t)L}{a} \\[2ex] \dot{y}(t) = \{\delta[1-\theta(t)] + \rho\}y(t) - \dfrac{(1-\alpha)(1-\beta)}{az(t)} \end{cases}$$

et celui sans innovation par

$$(23) \qquad \begin{cases} \dfrac{\dot{z}(t)}{z(t)} = -\delta[1-\theta(t)] \\[2ex] \dfrac{1}{y(t)} = \dfrac{\theta(t)L}{\beta + \alpha(1-\beta)} \end{cases}$$

Imaginons une économie qui, à l'instant initial, est caractérisée par un degré relatif de diversification des produits $z(0)$ trop important pour que l'innovation soit profitable. Seule l'éducation assure la croissance. Ceci élève l'offre de capital humain et abaisse le degré relatif de diversification jusqu'à une valeur z_i, atteinte à une certaine date t_i finie, pour laquelle l'innovation devient profitable, et l'économie change de régime.

a) Le régime sans innovation : $t < t_i$

Ce régime est décrit par le système (23) dans lequel, puisque les agents s'éduquent, $\theta = \rho/\delta$. Le niveau individuel de capital humain s'élève au taux $\dot{h}/h = -\dot{z}/z = \delta - \rho$. Le salaire par tête y est constant, ce qui signifie que le taux de salaire rémunérant chaque unité de capital humain w baisse au taux $\dot{w}/w = -(\delta - \rho)$. Sur la figure 6, ceci correspond à la portion verticale de la trajectoire d'équilibre (*en trait gras*).

Dans le régime sans innovation, le taux de croissance du produit est égal à celui du capital humain.

$$g_y = \delta - \rho > 0$$

L'économie évolue sur un sentier de croissance endogène *extensive*.

b) Le régime avec innovation : $t \geqslant t_i$

À partir de la date t_i, l'innovation devient profitable. L'évolution de l'économie est décrite par le système (22). La trajectoire d'équilibre est la branche

FIGURE 6
Convergence vers l'état régulier pour une économie innovante

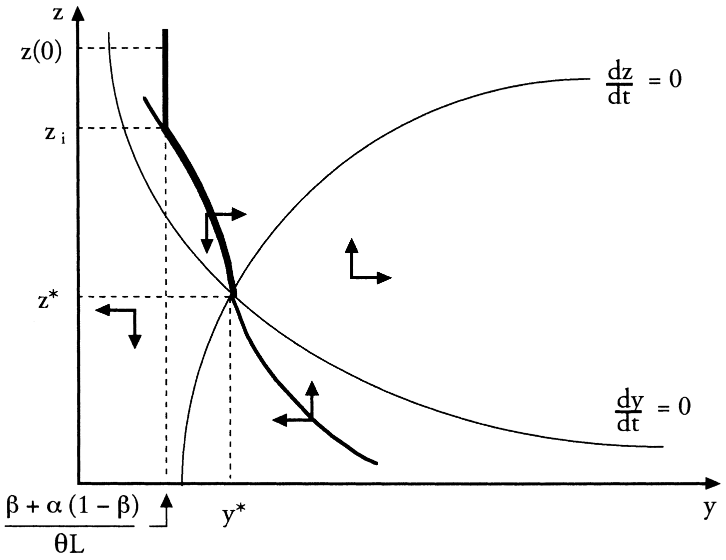
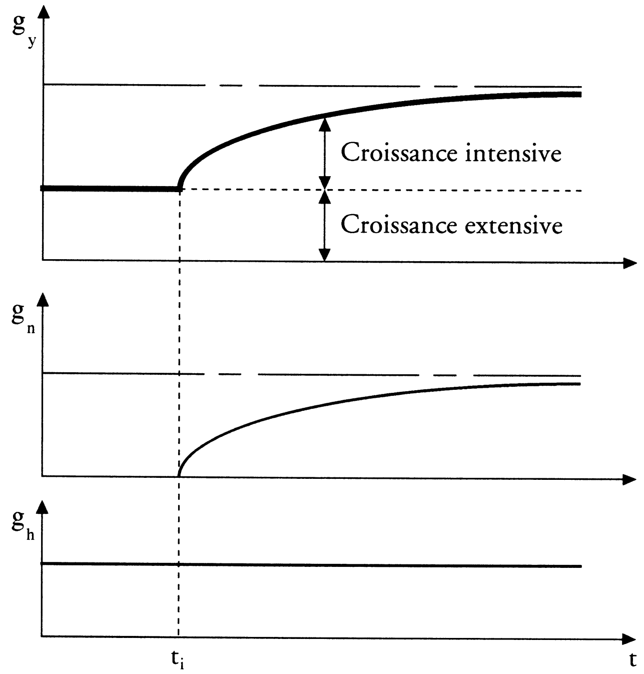


FIGURE 7
Les taux de croissance pour une économie innovante



stable d'un point selle défini par (z^*, y^*) tel que $\{\dot{z} = 0, \dot{y} = 0\}$. L'économie converge asymptotiquement vers cet état stationnaire pour lequel la valeur du taux d'innovation est égale à la valeur du taux de croissance du capital humain, et opposée à la valeur du taux de croissance du salaire. Ceci est logique, puisque c'est en réalité la réduction du coût relatif du capital humain qui entretient la rentabilité de l'innovation.

$$g_n = \frac{\dot{n}}{n} = \frac{\dot{h}}{h} = -\frac{\dot{w}}{w} = \delta - \rho$$

Les choix d'éducation ne sont pas modifiés par le changement de régime. Le capital humain continue de croître à un rythme constant, mais à partir de la date t_i, cette accumulation de capital humain engendre un taux d'innovation endogène égal à $\delta - \rho$. Dans le régime avec innovation (figure 7), l'économie est sur un sentier de croissance endogène à la fois *extensive* (par accroissement de l'offre de ressource primaire) et *intensive* (par amélioration de la productivité des facteurs). Le taux de croissance du produit reflète ces deux composantes.

$$g_y = \epsilon g_n + g_h = \frac{1 - \beta(1 - \alpha)}{\alpha} (\delta - \rho) > \delta - \rho$$

Deux remarques peuvent être faites au sujet de cette écriture. D'une part, le passage dans le régime avec innovation élève le taux de croissance du produit. D'autre part, le taux de croissance du produit n'est pas proportionnel au volume de capital humain engagé dans la R&D, mais au taux de croissance de ce capital.

Enfin, si le degré relatif de diversification à l'état initial est faible, c'est-à-dire inférieur à sa valeur stationnaire z^*, alors l'économie converge vers son état stationnaire avec z croissant, c'est-à-dire en développant des nouveaux produits à un rythme plus rapide que celui du niveau d'éducation.

6 Politique économique

L'objet de cet article ne concerne pas directement le rôle de la politique économique dans la convergence d'une économie. De plus, la définition d'une politique optimale d'aide à l'éducation ou à l'innovation sur la base de la maximisation du bien-être de l'agent représentatif pose d'importantes difficultés techniques dans un modèle dynamique avec changement de régime tel que celui-ci. On peut, cependant, déduire facilement du modèle quelques indications à propos de l'impact d'une aide à l'éducation ou à la R&D sur la croissance de long terme.

La première chose qui vient à l'esprit concernant l'action publique dans ce type de modèle concerne la question de l'existence d'une modalité permettant à une économie de sortir d'un piège de pauvreté. Dans un contexte différent, en présence de complémentarités stratégiques et d'équilibres multiples, REDDING [1996] montre que lorsque l'économie est « *bloquée* » dans un équilibre « *bas* », une subvention temporaire à la R&D peut la faire basculer durablement vers l'équilibre « *haut* » et être autofinancée, puisqu'elle agit principalement en tant qu'instrument de coordination des anticipations des agents.

Un tel résultat ne peut-être retrouvé, ici, pour la raison simple qu'il n'existe qu'un seul équilibre de long terme, ceci dans les deux modèles. Ces équilibres sont définis par des paramètres purement structurels et les anticipations des agents ne jouent, donc, aucun rôle quand à la sélection d'un équilibre. Ainsi, dans nos deux modèles, une économie ne peut prétendre accéder au développement que si elle est structurellement capable de supporter un équilibre de long terme avec innovation.

Dans ce contexte, le rôle de l'État peut consister à intervenir par le biais de la politique fiscale pour soutenir soit l'éducation, soit la R&D. Par le biais de subventions, l'État peut en effet « *artificiellement* » augmenter la rentabilité privée de l'éducation ou de l'innovation, et affaiblir ainsi la condition d'accès au développement intensif. Considérons successivement les deux modèles présentés dans cet article. Lorsque l'innovation est le moteur de la croissance de long terme, une subvention à l'innovation permet d'abaisser le niveau seuil de capital humain h_i à un niveau $\tilde{h}_i < h_i$. Si le niveau d'équilibre de long terme du capital humain $h^* < h_i$ est supérieur à cette nouvelle valeur $\tilde{h}_i$, alors l'économie peut basculer, grâce à la subvention, dans un régime intensif. Cependant, il est nécessaire de maintenir en permanence cette aide fiscale. Il n'y a pas d'effet multiplicateur. Si la subvention disparaît, la rentabilité privée de la R&D revient à son niveau initial et l'économie retombe dans un régime sans innovation puisque $h^* < h_i$. Une subvention à l'éducation produit *grosso modo* les mêmes effets. Matérialisable par une hausse de δ, elle conduit à une hausse de h^*. Si la nouvelle valeur $\tilde{h}^*$ est supérieure à h_i l'économie converge vers un régime avec innovation. Comme pour le soutien à la R&D, cette subvention n'a pas d'effet durable. Notons, enfin, que si l'on applique l'une ou l'autre de ces subventions à une économie dans laquelle l'innovation est structurellement rentable à long terme, l'effet produit sera une diminution de la date à laquelle les activités d'innovation deviennent effectives. Une subvention à l'éducation n'aura pas d'impact sur le taux de croissance de long terme, au contraire d'une subvention à la R&D qui stimulera la croissance de long terme. Dans tous les cas, ces opérations peuvent être menées à budget équilibré, grâce à un prélèvement forfaitaire ou une taxe à la valeur ajoutée prélevée sur le produit final.

Lorsque l'éducation est le moteur de la croissance de long terme, les choses se passent de façon similaire. Une subvention à l'éducation dans une économie où les agents ne ressentent pas les incitations privées suffisantes $\delta < \rho$ peut restaurer l'intérêt des individus pour la formation et engendrer un taux de croissance positif du capital humain, qui, lui-même, entraîne l'économie vers un régime intensif. Si les agents se forment spontanément, la subvention accroît le taux de croissance. Dans tous les cas, elle n'a pas d'effet durable si elle n'est pas maintenue. Une subvention à la R&D dans une économie où les individus ne se forment pas peut, éventuellement, entraîner l'existence temporaire d'activités d'innovation en décalant la valeur seuil z_i vers $\tilde{z}_i > z_i$. La rentabilité de celles-ci tendant quoi qu'il arrive vers 0, cette subvention a des effets décroissants même si elle est permanente. Dès que le nombre relatif de variétés atteint le seuil $\tilde{z}_i$ par rapport au stock (constant) de capital humain, l'innovation cesse. Une subvention à la R&D dans une économie avec éducation active accélère le changement de régime, mais n'exerce pas d'effet sur la croissance de long terme qui ne dépend que du taux de croissance du capital humain.

On peut donc dire qu'il n'existe pas de subvention temporaire ayant des effets durables. Par contre, une subvention permanente à l'éducation ou à la R&D peut conduire l'économie vers un régime intensif. Enfin, la subvention n'exerce d'effet sur le taux de croissance de long terme que lorsqu'elle s'applique au secteur (innovation ou éducation) qui est le moteur de la croissance à long terme.

Pour conclure, notons qu'il existe en fait une exception à l'absence d'effet persistant d'une subvention. Imaginons une économie dans laquelle l'accumulation de capital humain, à l'image du modèle de la section 5, se fait avec des rendements constants sans dépréciation ($\gamma = 1$ et $\mu = 0$) et dans laquelle les rendements de la R&D sont, à l'instar des sections 3 et 4, non décroissants. Cette économie, sorte de « *mélange* » des deux précédentes, a une croissance de long terme qui peut être assurée aussi bien par l'éducation que par l'innovation du moment que ces sources ne sont pas simultanément actives (sans quoi la croissance serait explosive). Supposons, également, que dans cette économie, les individus ne ressentent pas les incitations privées nécessaires pour faire un investissement en éducation ($\delta < \rho$). Supposons, enfin, que le niveau individuel de capital humain soit tel que l'innovation n'est pas rentable. Dans ces conditions, une subvention à la R&D n'a pas d'effet persistant au contraire d'une subvention à l'éducation. Si cette dernière est correctement calibrée, elle a, en effet, pour conséquence d'entraîner l'accumulation de capital humain, à un taux constant. Tant que la subvention est active, h croît exponentiellement, de sorte que le seuil h_i est atteint de façon certaine en un temps fini. Dès que ce seuil est franchi, l'innovation démarre et se maintient même si la subvention stoppe.

7 Conclusion

Dans cet article, ont été explorées les interactions entre deux sources de croissance (l'éducation et l'innovation) en mettant l'accent sur les effets de seuil qui caractérisent les phénomènes d'innovation. Ces effets de seuil sont responsables du fait qu'en dessous d'un certain niveau de ressource primaire, l'innovation n'est pas profitable. La combinaison de deux sources de croissance permet de dépasser ce problème.

L'éducation permet en effet à l'économie d'élargir sa base de ressources productives en faisant du *travail effectif* un facteur reproductible : le capital humain. Ce dernier est accumulé lors d'une phase de croissance *extensive* et son stock peut, dans certains cas, atteindre et dépasser la valeur seuil avant laquelle l'innovation n'est pas rentable. L'économie rentre, alors, dans un régime de croissance *intensive* dans lequel la spécialisation croissante des *inputs* génère des gains de productivité de façon continue. Dans ce régime, la force qui constitue le moteur de la croissance de long terme peut-être soit l'éducation, soit l'innovation.

Les principaux résultats sont les suivants. D'une façon générale, une économie trop « *pauvre* » convergera vers un état stationnaire sans croissance. Lorsque l'innovation est le moteur de la croissance de long terme, il est toutefois possible, grâce à l'éducation, d'amener une économie « *pauvre* » à un niveau qui lui permette d'atteindre assez vite une phase perpétuelle de croissance intensive. Lorsque l'éducation est le moteur de la croissance, une économie richement dotée avec un fort taux d'innovation peut très bien converger vers une situation stationnaire de croissance nulle si les agents sont trop impatients par rapport à la productivité du processus d'éducation. Dans ce cas, en effet, il n'y a pas d'élévation du stock de capital humain et les rendements décroissants de l'activité de R&D entraînent un arrêt des activités d'innovation. Enfin, toujours dans le cas où l'éducation est le moteur de la croissance, on observe à long terme que l'accumulation du capital humain entraîne une croissance du produit à la fois extensive (c'est l'effet direct de l'accroissement du volume de capital humain) et intensive (parce qu'elle maintient la rentabilité et donc l'existence d'activités d'innovation). Ceci montre que l'innovation est la composante essentielle du résidu de Solow.

Les modèles présentés ici sont trop simplificateurs pour que l'on puisse déduire de leurs prédictions de véritables recommandations de politique économique. On peut, cependant, noter qu'une subvention orientée vers l'une ou l'autre des sources de la croissance peut aider une économie à changer de régime. Sauf dans un cas très particulier, cette subvention n'a pas d'effet persistant parce que les effets externes mis en jeu ne sont pas suffisants pour générer des équilibres multiples. Contrairement à ce qui se passe chez REDDING [1996], la subvention ne peut donc jouer, ici, un rôle de coordination dans la sélection d'un équilibre. Des évolutions ultérieures de ce travail pourraient permettre d'intégrer ce point.

• Références bibliographiques

AGHION P., HOWITT P. (1999). – « A Model of Growth through Creative Destruction », *Econometrica*, 60, pp. 323-51.

BARRO R. J. (1990). – « Governement Spending in a Simple Model of Economic Growth », *Journal of Political Economy*, 98, pp. S103-S125.

GROSSMAN G., HELPMAN E. (1991). – *Innovation and Growth in the Global Economy*, MIT Press, Cambridge MA.

EICHER T.S. (1996). – « Interaction between Endogenous Human Capital and Technological Change », *Review of Economic Studies*, 63, pp. 127-44; 110, pp. 495-527.

GOODFRIEND M. MC DERMOT J. (1995). – « Early Development », *American Economic Review*, 85, pp. 116-33.

KELLER W. (1996). – « Absorptive Capacity: On the Creation and Acquisition of Technology in Development », *Journal of Development Economics*, 49, pp. 199-227; 22, pp. 342.

LUCAS R. E. JR. (1988). – « On the Mechanisms of Economic Development », *Journal of Monetary Economics*, 22, pp. 3-42.

LUCAS R. E. JR. (1993). – « Making a Miracle », *Econometrica*, 61, pp. 251-272.

NYSSEN J. (1995). – *Le modèle de croissance endogène avec microéconomie de l'innovation : un bon instrument pour l'analyse macroéconomique*, Thèse de doctorat nouveau régime, Université de la Méditerannée (Aix-Marseille II).

REDDING S. (1996). – « The Low-Skill, Low Quality Trap: Strategic Complementarities between Human Capital and R&D », *Economic Journal*, 106, pp. 458-70.

ROMER P. M. (1986). – « Increasing Returns and Long-Run Growth », *Journal of Political Economy*, 94, pp. 1002-37.

ROMER P. M. (1987). – « Growth Based on Increasin Returns Due to Specialization », *American Economic Review*, 77, pp. 56-62.

ROMER P. M. (1990). – « Endogenous Technical Change », *Journal of Political Economy*, 98, pp. S71-S102.

SOLOW R. (1956). – « A Contribution to the Theory of Economic Growth », *Quarterly Journal of Economics*, 70, pp. 65-94.

ANNEXE A

Choix d'éducation endogène

L'objet de cette annexe consiste à donner un aperçu du modèle de la section 4 lorsque la part du temps consacré à l'éducation (θ) est endogène. Les résultats obtenus montrent que les deux modèles se comportent globalement de la même façon. Ainsi, lorsque θ est endogène, on retrouve l'idée selon laquelle une économie initialement trop faiblement dotée en capital humain, dans laquelle l'innovation n'est pas rentable, peut évoluer et basculer vers un régime de croissance intensif si elle accumule suffisamment de compétences individuelles. Comme dans le modèle de la section 4, si cette économie est telle que l'innovation n'est pas rentable à l'état régulier, alors, elle ne peut connaître de régime intensif et est bloquée dans une trappe de sous-développement.

A.1 Modélisation des choix éducatifs

Le choix d'une stratégie d'éducation privée résulte d'un arbitrage entre temps consacré à une activité rémunérée et niveau de capital humain. Les agents étant preneurs de prix, cet arbitrage est décrit par le programme suivant

$$\begin{cases} \max\limits_{\{\theta(t)\}_0^\infty} & \displaystyle\int_0^\infty e^{-\rho t}\theta(t)h(t)w(t)dt \\ \text{s.c.} & \dot{h}(t) = \delta[1-\theta(t)]h(t)^\gamma - \mu h(t) \end{cases}$$

où le niveau du salaire est considéré comme une donnée. On peut résoudre ce problème par la méthode du calcul des variations. En tirant θ de la contrainte et en substituant dans l'objectif, l'intégrale à maximiser devient $\displaystyle\int_0^\infty F(t,h,\dot{h},w)dt$ avec

$$F(t,h,\dot{h},w) = e^{-\rho t}w(t)\left(h(t) - \frac{\mu}{\delta}h(t)^{2-\gamma} - \frac{\dot{h}(t)}{\delta}h(t)^{1-\gamma}\right).$$

L'équation d'Euler associée est $F'_h = dF'_{\dot{h}}/dt$, soit

$$\frac{\dot{w}(t)}{w(t)} = \rho + (2-\gamma)\mu - \frac{\delta}{h(t)^{1-\gamma}}. \tag{24}$$

Cette équation définit implicitement la trajectoire optimale de h en fonction de w et de $\dot{w}$. Le bouclage du modèle s'effectue en combinant cette équation avec celle qui donne l'évolution du salaire d'équilibre, soit (17) ou (16) selon que l'on se trouve dans un régime avec ou sans innovation. Notons immédiatement que, comme dans le modèle avec θ exogène, le niveau de capital humain à l'état stationnaire est indépendant du régime. Il vaut :

$$h^* \equiv \left[\frac{\delta}{(2-\gamma)\mu+\rho}\right]^{1/(1-\gamma)}.$$

A.2 Le régime sans innovation

Le niveau de capital humain dans le régime sans éducation est donné en fonction de w et de $\dot{w}$ par l'équation (24). Le niveau de salaire est donné par la contrainte de ressource dans laquelle on suppose $\dot{n} = 0$, soit :

$$\theta(t)h(t)L = \frac{\beta + \alpha(1-\beta)}{w(t)}. \tag{25}$$

En notant que

$$\theta(t)h(t) = \Lambda[h(t),\dot{h}(t)] = \left[h(t) - \frac{h(t)^{2-\gamma}}{\delta}\left(\mu + \frac{\dot{h}(t)}{h(t)}\right)\right]$$

et en posant le changement de variable $1/w(t) = y(t)$ ce régime est donc caractérisé par le système suivant.

$$\begin{cases} \dot{y}(t) = -\left(\rho + (2-\gamma)\mu - \dfrac{\delta}{h(t)^{1-\gamma}}\right)y(t) \\ \dot{h}(t) = \delta h(t)^{\gamma} - \mu h(t) - \dfrac{\delta}{L}[\beta + \alpha(1-\beta)]\dfrac{y(t)}{h(t)^{1-\gamma}} \end{cases}$$

Ce système admet un état stationnaire unique (h^*,y^*)de type point-selle avec

$$y^* = \frac{L\Lambda(h^*,0)}{\beta + \alpha(1-\beta)} = \frac{L}{\beta + \alpha(1-\beta)}\left(h^* - \frac{\mu}{\delta}(h^*)^{2-\gamma}\right).$$

On montre facilement que sur la trajectoire d'équilibre (c'est-à-dire la variété stable du point-selle), pour $h(0) < h^*$, les variables h et y sont croissantes, c'est-à-dire que

$$\dot{h}(t) > 0 \quad \text{et} \quad \dot{y}(t) > 0.$$

Pour une condition initiale $h(0) < h^*$ donnée, l'économie ne se trouve dans le régime sans innovation que si cette dernière présente, au niveau de salaire en vigueur, une rentabilité négative. Examinons, donc, le régime avec innovation.

A.3 Le régime avec innovation

Dans ce régime, les choix éducatifs sont toujours représentés par l'équation (24), et le salaire d'équilibre est défini conditionnellement à l'offre de capital humain par la même équation que celle de l'économie avec θ exogène, soit :

$$\frac{\dot{w}(t)}{w(t)} = \frac{\theta(t)h(t)L}{a} + \rho - \frac{1}{aw(t)}. \tag{26}$$

En combinant (26) et (24), on obtient

$$\theta(t)h(t)L = \frac{1}{w(t)} + a(2-\gamma)\mu - \frac{a\delta}{h(t)^{1-\gamma}}. \tag{27}$$

En substituant $\Lambda(h,\dot{h})$ à θh, on obtient une seconde équation différentielle qui définit $\dot{h}$ en fonction de h et w. Enfin, le régime avec innovation n'existe que si l'offre de capital humain à l'industrie est suffisante pour que des ressources soient engagées dans la R&D, c'est-à-dire si

$$\frac{1}{w(t)} < \frac{\theta(t)h(t)L}{\beta + \alpha(1-\beta)}.$$

En effectuant le changement de variable $1/w(t) = y(t)$, on peut donc caractériser le régime avec innovation par le système dynamique suivant.

$$(28) \qquad \begin{cases} \dot{y}(t) = -\left(\rho + (2-\gamma)\mu - \dfrac{\delta}{h(t)^{1-\gamma}}\right) y(t) \\ \dot{h}(t) = -\left(\rho + (2-\gamma)\mu - \dfrac{\delta}{h(t)^{1-\gamma}}\right) \dfrac{a\delta}{L} \dfrac{1}{h(t)^{1-\gamma}} \\ \qquad\qquad + \dfrac{\delta}{Lh(t)^{1-\gamma}}[\rho a - y(t)] - \mu h(t) + \delta h(t)^{\gamma} \\ y(t) < \dfrac{L\Lambda[h(t),\dot{h}(t)]}{\beta + \alpha(1-\beta)} \end{cases}$$

Ce système admet un état régulier [9] unique (h^*,y^*) de type point-selle avec

$$y^* = L\Lambda(h^*,0) + a\rho = \left(h^* - \frac{\mu}{\delta}(h^*)^{2-\gamma}\right) L + a\rho$$

Mais cet état régulier n'existe, sur le plan économique, qu'à la condition qu'il soit associé à une rentabilité non négative pour l'innovation. Il doit, donc, vérifier la dernière inégalité du système (28), soit

$$(29) \qquad a\rho < \frac{(1-\alpha)(1-\beta)}{\beta + \alpha(1-\beta)} L\Lambda(h^*,0).$$

Notons que la fonction $\Lambda(h,0)$ est une fonction concave de h qui atteint son maximum pour

$$h = \left(\frac{\delta}{(2-\gamma)\mu}\right)^{1/(1-\gamma)} > h^*.$$

On peut, donc, conclure que

$$\frac{d}{dh}\Lambda(h^*,0) > 0.$$

Par ailleurs, on a

$$\frac{dh^*}{d\delta} > 0 \quad \frac{dh^*}{d\mu} < 0 \quad \frac{dh^*}{d\rho} < 0 \quad \frac{dh^*}{d\gamma} > 0.$$

---

9. Le terme *régulier* est préféré ici à *stationnaire* puisque cet état est associé à un taux de croissance positif du produit par tête.

L'inégalité qui caractérise l'existence d'un état régulier avec innovation est satisfaite pour une économie bien dotée en force de travail (L/a élevé), dans laquelle le processus éducatif est performant (δ et γ importants, μ faible), et où les agents sont patients (ρ faible). Ces conditions correspondent à celles obtenues dans l'économie avec θ exogène.

Examinons, à présent, le sens de variation des variables h et y sur la trajectoire d'équilibre qui converge vers l'état régulier lorsque $h(0) < h^*$ à partir du système (28). La première équation de ce système permet de conclure que : $h < h^* \Rightarrow \dot{y} > 0$. En tenant compte du sens de variation de y, on déduit de la deuxième équation que, pour $h < h^*$, $\dot{h} \geqslant 0$ si

$$\frac{\delta}{Lh^{1-\gamma}}(\rho a - y) - \mu h + \delta h^{\gamma} \geqslant 0.$$

La variable y étant bornée supérieurement par $y^* = 1/w^*$, cette inégalité est toujours vérifiée si elle est vérifiée en y^*. Or, pour $y = y^*$, le membre de gauche de l'inégalité vaut 0. On en déduit que quel que soit $y < y^*$, $\dot{h} > 0$. En clair, ceci signifie que sur la trajectoire d'équilibre du régime avec innovation, l'évolution du niveau individuel de capital par tête est croissante.

A.4 Changement de régime

Considérons, ici, l'existence simultanée des deux régimes, sans nous soucier pour l'instant de la rentabilité du régime avec innovation. Les équations (25) et (27) nous donnent le volume de capital humain effectivement utilisé par l'industrie (production et éventuellement R&D) respectivement dans le régime sans innovation et dans celui avec innovation. Notons

$$A(t) = \frac{\beta + \alpha(1-\beta)}{w(t)}$$

ce volume dans le régime sans innovation et

$$B(t) = \frac{1}{w(t)} + a(2-\gamma)\mu - \frac{a\delta}{h(t)^{1-\gamma}}$$

ce volume dans le régime avec innovation. Remarquons que $A(t)$ représente, pour un niveau de salaire donné $w(t)$, le volume de capital humain nécessaire à l'équilibre pour les activités de production pure (hors R&D). Dès lors, si à un instant t donné, $B(t) < A(t)$, l'innovation ne peut être soutenue dans l'économie. En effet, au taux de salaire courant, le capital humain effectivement employé sur le régime avec innovation, $B(t)$, est plus faible que ce qui est nécessaire pour les seules activités de production, $A(t)$. Si l'économie était sur la trajectoire d'équilibre du régime avec innovation, cela signifierait que le volume de capital humain affecté à la R&D est négatif. Cette solution, cohérente sur le plan technique, est bien évidemment à exclure sur le plan économique. Il faut, donc, en conclure que l'économie se trouve dans un régime sans innovation lorsque $A(t) > B(t)$. À l'inverse, lorsque $A(t) < B(t)$, le volume de capital humain utilisé pour la production des biens, $A(t)$, est plus faible, étant donné le niveau du salaire, que le volume total utilisé $B(t)$ dans le régime avec innovation. Dans ce dernier, un volume positif de ressource peut donc être affecté à la R&D et l'innovation est soutenable. Le changement de régime s'opère lorsque $A(t) = B(t)$.

On se souvient que dans les deux régimes, pour une situation initiale $h(0) < h^*$, l'évolution sur la trajectoire d'équilibre correspond à une hausse de h et une baisse de w. On en déduit immédiatement que $A(t)$ et $B(t)$ sont des fonctions croissantes. De plus, comme $[\beta + \alpha(1 - \beta)] < 1$, pour une vitesse d'évolution donnée de h et de w, la fonction $B(t)$ croît plus vite que la fonction $A(t)$. Par conséquent, si $A(0) > B(0)$ et que $\lim_{t\to\infty} A(t) < \lim_{t\to\infty} B(t)$, les fonctions $A(t)$ et $B(t)$ se coupent en un point unique.

Ce résultat est très important puisqu'il signifie qu'une économie qui se trouve initialement dans un régime sans innovation peut basculer dans un régime avec innovation. La condition pour qu'un tel basculement ait lieu est simplement que cette économie puisse soutenir un état régulier avec innovation, c'est-à-dire que l'inégalité (29) soit satisfaite. En effet, s'il existe un état régulier avec innovation où la R&D est rentable, c'est que $\lim_{t\to\infty} A(t) < \lim_{t\to\infty} B(t)$. À l'inverse, une économie qui ne satisfait pas à cette condition se trouve bloquée dans un régime sans innovation et converge vers un état stationnaire sans croissance. Dans ce cas, en effet, la fonction $A(t)$ est toujours supérieure à la fonction $B(t)$, c'est-à-dire que l'économie n'est à aucun moment suffisamment dotée en capital humain pour autoriser le démarrage d'activités d'innovations rentables.

On retrouve donc, pour ce modèle avec choix d'éducation endogène, le même comportement dynamique que celui du modèle avec θ exogène.

Résolution du programme d'éducation dans le modèle de la section 5

$$\begin{cases} \max\limits_{\theta} & \int_0^{\infty} e^{-\rho t}\theta(t)h(t)w(t)dt \\ \text{s.c.} & \dot{h}(t) = \delta[1-\theta(t)]h(t). \end{cases}$$

Le hamiltonien en valeur courante de ce programme s'écrit :

$$\mathrm{H} = \sigma h\theta + \lambda\delta h \quad \text{avec} \quad \sigma = w - \lambda\delta.$$

Les conditions d'optimisation sont :

$$\left.\begin{array}{l} \sigma < 0 \Rightarrow \theta = 0 \\ \sigma > 0 \Rightarrow \theta = 1 \\ \sigma = 0 \Rightarrow \theta \in [0,1] \end{array}\right\} \quad \text{et} \quad \dot{\lambda} = (\rho-\delta)\lambda - \sigma\theta.$$

La solution $\sigma < 0$ qui implique $\theta = 0$ étant à exclure, deux possibilités restent à examiner : $\sigma > 0$ et $\sigma = 0$.

1^er^ cas $\boxed{\sigma > 0}$

$$\sigma > 0 \begin{cases} \Rightarrow \theta = 1, \quad \dot{h} = 0, \quad \dot{\lambda} = \rho\lambda - w \\ \Leftrightarrow w > \lambda\delta \end{cases}$$

Deux sous-cas peuvent alors se présenter :

1.1 $\dot{n} = 0$

Dans ce cas, le salaire est défini par (21) et il est constant. Le multiplicateur prend instantanément sa valeur stationnaire $\lambda = w/\rho$, ce qui impose la condition $\rho > \delta$.

1.2 $\dot{n} > 0$

Dans ce cas, les trajectoires de n et de w sont définies par le système (20). Ce système admet un état stationnaire unique de type point-selle. La trajectoire d'équilibre est la branche stable de ce point selle, ce qui impose une convergence du salaire vers sa valeur stationnaire constante w^*. Le multiplicateur doit donc également converger vers sa valeur stationnaire, ce qui impose, comme dans le cas précédent, la condition $\rho > \delta$.
Dans le premier cas, on peut conclure que

$$\dot{h} = 0 \Rightarrow \rho > \delta$$

2[e] cas : $\boxed{\sigma = 0}$

$$\sigma = 0 \left\{ \begin{array}{l} \left. \begin{array}{l} \Leftrightarrow w = \lambda\delta \\ \Rightarrow \dot{\lambda} = (\rho - \delta)\lambda \end{array} \right\} \Rightarrow \dfrac{\dot{w}}{w} = \dfrac{\dot{\lambda}}{\lambda} = \rho - \delta \\ \Rightarrow \dot{h} = \delta(1-\theta)h \quad \text{avec } \theta \in [0,1] \end{array} \right.$$

Deux sous-cas peuvent ici encore se présenter.

2.1 $\dot{n} = 0$

Le système (21) impose $\dot{h}/h = -\dot{w}/w - \dot{\theta}/\theta$, soit :

$$\delta(1-\theta) = \delta - \rho - \frac{\dot{\theta}}{\theta} \Longleftrightarrow \dot{\theta} = \theta(\delta\theta - \rho)$$

Cette équation admet deux états stationnaires en $\theta = 0$ et $\theta = \theta^* = \rho/\delta$. Le premier est stable, mais n'est pas économiquement acceptable. Le second est instable, les agents choisissent donc directement la valeur θ^*, tout autre choix $\theta(0) \neq \theta^*$ conduisant à des valeurs de θ irrationnelles. Pour une solution intérieure $\theta \in]0,1]$ l'accumulation du capital humain sans innovation impose donc $\rho \leqslant \delta$ avec $\rho < \delta \Leftrightarrow \theta \in]0,1[$.

2.2 $\dot{n} > 0$

Dans cette configuration, la trajectoire d'équilibre du salaire est définie par (20). En combinant l'équation en $\dot{w}$ de ce système avec $\dot{w} = (\rho - \delta)w$, on peut calculer la relation qui lie w à n, soit

$$\delta a w = (1-\alpha)(1-\beta)/n.$$

Cette écriture montre que

$$\frac{\dot{n}}{n} = -\frac{\dot{w}}{w} = \delta - \rho.$$

Il y a innovation ($\dot{n} > 0$) lorsque la condition $\rho < \delta$ est vérifiée. La valeur de θ est définie implicitement par le système et vaut $\theta = \rho/\delta$ à l'état régulier.

Dans le second cas, on peut conclure que

$$\dot{h} = 0 \Leftrightarrow \rho = \delta \quad \text{et} \quad \dot{h} > 0 \Leftrightarrow \rho < \delta$$

Notons enfin que si $\rho > \delta$, la configuration $\sigma = 0$ est à exclure puisqu'elle impliquerait soit $\dot{h} < 0$, soit $\dot{n} > 0$, ce qui est impossible. La seule possibilité est donc $\sigma > 0$, qui implique $\dot{h} = 0$. On peut donc conclure que, dans tous les cas de figure, $\rho > \delta \Rightarrow \dot{h} = 0$. Dès lors, la combinaison des différentes conclusions permet de montrer que la condition nécessaire ou suffisante pour avoir une accumulation de capital humain est que le taux de préférence pour le présent soit inférieur à la productivité privée du capital humain engagé dans l'éducation, soit

$$\dot{h} > 0 \Leftrightarrow \rho < \delta \quad \text{et} \quad \dot{h} \leqslant 0 \Leftrightarrow \rho \geqslant \delta.$$