ANNALES D'ÉCONOMIE ET DE STATISTIQUE. – N° 54 – 1999

Prévision ARFIMA des taux de change : les modélisateurs doivent-ils encore exhorter à la naïveté des prévisions ?

Sandrine LARDIC, Valérie MIGNON *

RÉSUMÉ. – L'objet de cet article est d'utiliser la caractéristique de mémoire longue de certaines séries de taux de change à des fins prévisionnelles. Ce travail propose ainsi de mener des prévisions au moyen de processus ARFIMA des taux de change $/$ canadien, $/Franc français et $/lire. Les résultats obtenus suggèrent que, dans de nombreux cas, les prévisions ARFIMA supplantent les prévisions naïves issues d'un processus de marche aléatoire.

ARFIMA Predictions of Foreign Exchange Rates: Does One Still Exhort to Naïve Forecasts?

ABSTRACT. – The purpose of this paper is to perform predictions of foreign exchange rates series by taking into account their long-term memory property. To this end, this paper proposes the use of ARFIMA processes in order to make predictions of three exchange rate series: $/Canadian $, $/French Franc and $/Italian Lira. Obtained results suggest that ARFIMA predictions generally outperform naïve predictions issued from random walk process.

---

* S. LARDIC : MODEM et CCF, Direction de la Recherche et de l'Innovation ; V. MIGNON : Université de Valenciennes et MODEM, Université Paris X – Nanterre. Une version initiale de ce papier a été présentée au colloque *Théories et Méthodes de la Macroéconomie* des 12 et 13 janvier 1996 à Paris. Nous remercions vivement Jean-Pierre LAFFARGUE ainsi que les deux rapporteurs anonymes des Annales dont les remarques ont permis d'améliorer de manière substantielle le présent article. Bien entendu, nous restons seules responsables des éventuelles erreurs ou omissions.

1 Introduction

Il est maintenant bien connu que les séries des cours des titres et des taux de change à fréquence élevée sont bien décrites par une imprévisibilité linéaire. L'implication immédiate d'une telle observation est que le meilleur prédicteur de ces séries correspond à une marche au hasard, soit des prévisions naïves : le marché est efficient et l'on ne peut donc prétendre, par le biais de la connaissance d'une information particulière, à la réalisation de profits anormaux. C'est à une telle constatation qu'aboutissent MEESE et ROGOFF [1983] lorsqu'ils concluent qu'à tous les horizons de prévision la marche au hasard supplante à la fois les modèles structurels les plus courants et divers types de modélisations ARMA (*Auto Regressive Moving Average*).

Un second fait apparaît cependant clairement établi : nombre de travaux empiriques établissent l'existence de non linéarités dans les prix des titres, non linéarités qui seraient exploitables dans un but prévisionnel. DIEBOLD et NASON [1990, p. 315] soulignent ainsi que « *(...) les rentabilités des titres, tout en étant approximativement non corrélées, ne sont cependant pas temporellement indépendantes ; la dépendance se produit à travers la persistance dans la variance conditionnelle et peut-être dans d'autres moments conditionnels* ». WEISS [1986] a par ailleurs souligné les difficultés liées à la distinction des modèles à dynamique dans la moyenne conditionnelle (modèles bilinéaires) et dans la variance conditionnelle (modèles Auto Régressifs Conditionnellement Hétéroscédastiques) : ainsi, la modélisation ARCH qui peut paraître bien s'ajuster aux données financières peut simplement servir de *proxy* à une non-modélisation explicite des non-linéarités dans la moyenne conditionnelle.

Nous nous proposons ici de poursuivre les travaux de MEESE et ROGOFF [1983] avec une étude de la dynamique des taux de change au travers de la modélisation ARFIMA (*Auto Regressive Fractionally Integrated Moving Average*). Une telle modélisation a pour objectif de tenir compte des phénomènes de mémoire longue présents dans les séries temporelles. L'objet de ce papier est ainsi de déterminer si la modélisation explicite de la dynamique de long terme des séries de taux de change permet d'obtenir de meilleures prévisions qu'un simple modèle de marche aléatoire.

La recherche de structures de dépendance de long terme dans les séries économiques et financières a fait l'objet de nombreuses contributions. On peut par exemple citer les études de DIEBOLD et RUDEBUSCH [1989] et SOWELL [1992b] sur le produit réel, DIEBOLD et RUDEBUSCH [1991] sur la consommation, SHEA [1991] et BACKUS et ZIN [1993] sur la structure par terme des taux d'intérêt ou encore LO [1991] sur le marché des actions. Notons qu'une explication possible de la présence de mémoire longue dans ces diverses séries réside dans les phénomènes d'agrégation, à la fois temporels et macroéconomiques (Cf. GRANGER [1980], GONÇALVES et GOURIÉROUX [1987] et LARDIC et MIGNON [1997]). L'intérêt des recherches sur la mémoire longue est en outre mis en avant par les développements récents afférant à la modélisation de la volatilité des séries par le biais des processus ARFIMA (Cf. BOLLERSLEV et MIKKELSEN [1996], BAILLIE *et al.* [1996] et DING et GRANGER [1996]) conduisant aux processus FIGARCH (GARCH fractionnairement intégré). Malgré le développement de ces diverses recherches, les études portant sur la prévision des séries au moyen des processus ARFIMA restent relativement rares dans la littérature. Dans le domaine des taux de change, il convient cependant de signaler les travaux de CHEUNG [1993] mettant en avant la supériorité du modèle de marche aléatoire sur les processus ARFIMA en termes de capacité prévisionnelle. Toutefois, cet auteur a utilisé la méthode d'estimation de GEWEKE et PORTER-HUDAK [1983], moins puissante que la technique du maximum de vraisemblance exact que nous nous proposons d'employer ici.

Nous reprenons succinctement dans un premier temps les principales spécificités de la modélisation ARFIMA et appliquons la technique d'estimation du maximum de vraisemblance exact aux séries mensuelles des variations logarithmiques des taux de change suivants : $/$ canadien, $/Lire, $/Livre, $/Yen, $/Mark et $/Franc sur une période allant de Janvier 1974 à Juillet 1995. Nous décelons la présence d'une mémoire longue pour les séries des taux de change $/Lire, $/$ Canadien et $/Franc. L'observation d'une telle structure de dépendance devrait avoir deux implications économiques : en premier lieu, l'efficience de ces trois marchés financiers est mise en doute, en second lieu, des prévisions basées sur ce type de modélisation devraient permettre une amélioration des résultats par rapport à la marche au hasard. La seconde partie de notre travail est consacrée à la comparaison des capacités prédictives des processus ARFIMA, de la marche aléatoire et des modèles structurels habituellement retenus dans la littérature (Cf. MEESE et ROGOFF [1983]). Les résultats que nous obtenons suggèrent qu'à un horizon temporel de un mois les prévisions issues de la modélisation ARFIMA « battent » systématiquement celles issues d'une simple marche au hasard pour toutes les séries considérées. A plus long terme, les processus ARFIMA supplantent la marche aléatoire pour le change canadien et les modèles structurels fournissent des résultats satisfaisants en ce qui concerne les taux de change italien et français.

2 Caractérisation des processus fortement dépendants et mesure du degré d'intégration fractionnaire

L'hypothèse d'indépendance des séries temporelles est dans la plupart des cas uniquement une approximation de la véritable structure de corrélation des séries. D'importantes corrélations pour de faibles retards peuvent parfois être détectées et des processus à mémoire courte, comme par exemple les processus ARMA, peuvent suffire à modéliser la structure de dépendance des séries.

Toutefois, il existe de nombreux exemples de données où les corrélations prises seules sont faibles, mais dont la somme est extrêmement élevée. Le périodogramme de ces séries indique un pic dans le spectre à la fréquence zéro. A l'origine, trois explications possibles d'un tel pic sur le périodogramme (ou de manière équivalente des corrélations décroissant lentement) existent : la non-stationnarité[1], les phénomènes transitoires et la stationnarité avec une dépendance à long terme.

Selon HOSKING [1984], la mémoire longue peut être définie de plusieurs manières correspondant aux différentes caractéristiques que toute modélisation de la mémoire longue doit prendre en compte :

(i) Par une fonction de corrélation ρ décroissant hyperboliquement au fur et à mesure que le retard k s'accroît, c'est-à-dire $\rho_k \sim k^{-\alpha}(0 < \alpha < 1)$, alors que celle des processus à mémoire courte décroît exponentiellement $(\rho_k \sim \varepsilon^k,\ 0 < \varepsilon < 1)$,

(ii) Par une densité spectrale s'accroissant sans limite quand la fréquence tend vers zéro,

(iii) Par l'étendue normalisée des sommes des écarts d'une série à sa moyenne (statistique R/S), se comportant comme la fonction $T^H,\ H > \dfrac{1}{2}$ et T étant la taille de l'échantillon, plutôt que comme la fonction $T^{\frac{1}{2}}$, caractéristique des processus à mémoire courte. Cette dernière caractéristique de la mémoire longue est appelée « phénomène de Hurst ».

Une classe possible de processus permettant de tenir compte de ces diverses caractéristiques est constituée des processus ARFIMA. Ces derniers sont définis ci-après.

2.1. **Spécification des processus à intégration fractionnaire**

Les modèles ARFIMA sont des processus à mémoire longue et permettent donc d'identifier les phénomènes de persistance. Ces modèles ont été développés par GRANGER et JOYEUX [1980] et HOSKING [1981] et constituent une généralisation des processus ARIMA de BOX et JENKINS dans lesquels l'exposant de différenciation d était un entier. Dans le cas des processus ARFIMA, d peut prendre des valeurs réelles, et non plus seulement des valeurs entières. Une série fractionnairement intégrée a pour caractéristique une dépendance entre des observations éloignées comme on peut le voir dans la fonction d'autocovariance ou dans la fonction de densité spectrale.

On notera ainsi que l'introduction des processus à intégration fractionnaire permet d'atténuer les contraintes qui pesaient sur les coefficients autorégressifs et moyenne mobile des modèles paramétriques[2].

DÉFINITION : Un processus ARFIMA (p,d,q) où $d \in \left]-\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{2}\right[$ est défini par :

(1) $$\Phi(L)X_t = \Theta(L)\varepsilon_t$$

1. Les séries temporelles fortement persistantes se comportent de façon très semblable aux séries non stationnaires, notamment par la présence de cycles et des changements de niveau de tous ordres de taille. Pour les autres explications, voir LARDIC et MIGNON [1996a,b].
2. Un processus à mémoire longue peut toujours être approximé par un processus ARMA (p,q), mais les ordres p et q nécessaires pour obtenir une approximation relativement bonne peuvent être trop grands et rendre l'estimation précise des paramètres très difficile.

où
$\varepsilon_t = \nabla^{-d} u_t,\, u_t : BB\left(0,\sigma^2\right)$
$\Phi(L)$ et $\Theta(L)$ sont des polynômes retard de degré p et q respectivement.

$$(2)\,\nabla^d = (1-L)^d = 1 - dL - \frac{d\,(1-d)}{2!}L^2 - \frac{d\,(1-d)\,(2-d)}{3!}L^3 - \cdots = \sum_{j=0}^{\infty} \pi_j L^j$$

$$(3)\ \pi_j = \frac{\Gamma\,(j-d)}{\Gamma\,(j+1)\,\Gamma\,(-d)} = \prod_{0<k\leqslant j} \left(\frac{k-1-d}{k}\right)$$

et $j = 0,1,\ldots$
Γ correspond à la fonction gamma (cf. ABRAMOWITZ et STEGUN [1972]).

Les processus ARFIMA (p,d,q) sont des processus à mémoire longue lorsque $d \in \left]-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right[$ et $d \neq 0$. Ils sont inversibles si $d > -\frac{1}{2}$ et stationnaires si $d < \frac{1}{2}$. Plus spécifiquement, trois cas peuvent être distingués en fonction des valeurs du paramètre d :

– Si $0 < d < \frac{1}{2}$, le processus ARFIMA est un processus stationnaire à mémoire longue. Les autocorrélations sont positives et diminuent hyperboliquement vers zéro lorsque le retard augmente. La densité spectrale est concentrée autour des faibles fréquences et tend vers l'infini lorsque la fréquence tend vers zéro.

– Si $d = 0$, le processus ARFIMA se réduit au processus ARMA standard.

– Si $-\frac{1}{2} < d < 0$, le processus est anti-persistant : les autocorrélations diminuent hyperboliquement vers zéro et la densité spectrale est dominée par les composantes de hautes fréquences (elle tend vers zéro lorsque la fréquence tend vers zéro).

2.2. **Extension de la méthode du maximum de vraisemblance exact aux processus fractionnairement intégrés**

Il existe diverses techniques d'estimation des processus ARFIMA : les méthodes en deux étapes et les procédures en une étape (cf. LARDIC et MIGNON [1996b]). Nous retiendrons ici, parmi les méthodes en une étape, la technique du maximum de vraisemblance exact. Cette procédure, malgré ses difficultés de mise en œuvre, semble constituer actuellement la méthode d'estimation des processus ARFIMA la plus efficace[3]. Nous ne développerons pas ici toute la procédure relative à l'estimation par le maximum de vraisemblance exact des processus ARFIMA et renvoyons le lecteur aux travaux de DAHLHAUS [1989] et SOWELL [1992a].

Signalons simplement que l'estimation des paramètres du modèle ARFIMA

3. On pourra se reporter pour une comparaison des diverses méthodes d'estimation à LARDIC et MIGNON (1996b) ainsi qu'aux simulations de SOWELL (1992b).

(p,d,q) par le maximum de vraisemblance nécessite l'évaluation de la fonction de vraisemblance pour un ensemble donné de paramètres. Il faut donc écrire la matrice de covariance, ou la fonction d'autocovariance, en fonction des paramètres du modèle. SOWELL [1992a] a alors démontré que la forme générale de la fonction d'autocovariance d'une série temporelle stationnaire générée par un processus ARFIMA pouvait s'exprimer au moyen de fonctions hypergéométriques (cf. SOWELL [1992a], équations (8) et (9), pp. 173-174).

L'apport d'une telle formulation provient du fait que les fonctions hypergéométriques peuvent être calculées de façon précise et rapide.

L'intérêt de la méthode du maximum de vraisemblance est qu'elle utilise toute l'information à court comme à long terme concernant le comportement des séries puisque sont estimés simultanément les paramètres autorégressif, moyenne mobile et le paramètre de différenciation fractionnaire d.

2.3. **Application**

Nous nous proposons d'appliquer la méthode du maximum exact sur diverses séries mensuelles de taux de change. La mise en œuvre de cette technique nécessitant la stationnarité des séries, nous avons en premier lieu appliqué les tests de racine unitaire de PHILLIPS et PERRON [1988].

Le tableau 1 ci-dessous reporte les valeurs de la statistique du test de PHILLIPS-PERRON. mod. 1 : modèle sans constante ni tendance. mod. 2 : modèle avec constante sans tendance.

Le test de PHILLIPS-PERRON nous conduisant à retenir, au seuil statistique

TABLEAU 1
Tests de stationnarité de PHILLIPS-PERRON

Série	Série en logarithme	Série en variation logarithmique
$/FF	– 1,2509 mod.2	– 11,8117 mod.1
$/$ Canadien	– 1,4260 mod.2	– 13,1163 mod.1
$/lire	1,5234 mod.1	– 11,8559 mod.1
$/DM	– 1,1416 mod.2	– 11,3780 mod.1
$/yen	– 1,9298 mod.2	– 10,9236 mod.1
$/£	– 1,9376 mod.2	– 10,4864 mod.1

traditionnel de 5 %, l'hypothèse de racine unitaire dans les séries des logarithmes des taux de change en niveau, et à la rejeter pour les séries en différence première, les statistiques descriptives reportées ci-après portent donc sur les variations logarithmiques des taux de change.

La mise en œuvre de la méthode du maximum de vraisemblance exact nécessite la fixation de valeurs initiales pour les paramètres du modèle. Ce choix est crucial dans la mesure où la fonction de log-vraisemblance n'est pas globalement concave.

TABLEAU 2

Statistiques descriptives sur les variations logarithmiques des taux de change

Série	Nb. obs	Moyenne	Ecart type	Skewness	Kurtosis
$/FF	258	– 0,0001	0,0266	0,1588	3,1815
$/$ Canadien	258	0,0012	0,0103	0,1770	2,9396
$/lire	258	0,0036	0,0276	0,7559	5,6752
$/DM	258	– 0,0027	0,0275	0,0091	2,9857
$/yen	258	– 0,0047	0,0276	– 0,5342	3,5164
$/£	258	– 0,0013	0,0271	– 0,1467	4,1444

SOWELL [1992a, pp. 175-176] a proposé deux techniques pour choisir ces valeurs initiales :

– estimer tout d'abord le paramètre de différenciation fractionnaire à l'aide de la procédure de GEWEKE et PORTER-HUDAK [1983][4] (ou par l'analyse R/S) et calculer ensuite les paramètres des polynômes autorégressifs et moyenne mobile ainsi que la variance du bruit blanc pour la série $(1-L)^d X_t$ où la transformation $(1-L)^d$ est appliquée pour le polynôme tronqué.

– choisir un ensemble de valeurs de *d*. Pour chaque valeur de *d*, on calcule la série $(1-L)^d X_t$ et on estime les paramètres ARMA et la variance du bruit blanc. On retiendra comme valeurs initiales les paramètres ARMA, *d* et la variance du bruit blanc associés à l'estimation dotée de la variance du bruit blanc la plus faible.

SOWELL [1992a] indique que dans de petits échantillons, la première technique souffre de l'estimation imprécise de *d* et la seconde technique souffre de l'estimation imprécise de la variance du bruit blanc.

Cependant, s'il paraît important, pour des échantillons de petite taille, de retenir différentes valeurs initiales pour être sûr que le maximum global a été atteint, LARDIC et MIGNON [1996a, b] ont montré dans des études antérieures que, pour des échantillons suffisamment grands, il ressortait une insensibilité marquée quant au choix de la technique retenue.

Pour chaque valeur de *d* initiale et chaque modèle, sont estimées les valeurs des différents paramètres (*d*, autorégressifs et moyenne mobile) pour lesquels la log vraisemblance est maximale. Une fois la convergence assurée, le « meilleur » modèle est sélectionné au moyen du critère d'Akaike (*Akaike Information Criterion* version Corrigée) et du critère bayésien SIC (*Bayesian Criterion of Schwarz*)[5].

4. Il s'agit d'une méthode d'estimation en deux étapes. La première étape consiste à régresser le logarithme du périodogramme sur le logarithme de la fréquence afin d'obtenir une estimation de *d*. Les paramètres autorégressifs et de moyenne mobile se déduisent ensuite dans la seconde étape.

5. Pour une présentation de ces différents critères, on pourra notamment consulter BROCKWELL et DAVIS [1991], pp. 301-306.

Dans le tableau 3 apparaît sur la première ligne (pour chaque série) le modèle {ARFIMA(p,d,q)} retenu au moyen des critères d'information d'AKAIKE corrigé (première colonne) et de SCHWARZ (seconde colonne) comprenant la valeur estimée du paramètre d'intégration fractionnaire d.

TABLEAU 3
Estimation ARFIMA par la méthode du maximum de vraisemblance exact

Séries	AICc	SIC
$/FF	(1;0,1526;1) $t_d = 2{,}3518$ $LV = 567{,}3839$	(0;0,2275;0) $t_d = 3{,}9275$ $LV = 563{,}8973$
$/$ Canadien	(1;0,1678;3) $t_d = 1{,}2329$ $LV = 803{,}7375$	(0;0,1376;0) $t_d = 2{,}6010$ $LV = 797{,}4395$
$/lire	(1;0,0910;0) $t_d = 0{,}9085$ $LV = 554{,}2522$	(0;0,2195;0) $t_d = 4{,}0306$ $LV = 553{,}0336$
$/DM	(0;0,0466;1) $t_d = 0{,}6719$ $LV = 558{,}5443$	(0;0,0466;1) $t_d = 0{,}6719$ $LV = 558{,}5443$
$/yen	(2;0,0444;3) $t_d = 0{,}6083$ $LV = 570{,}9905$	(0;0,0034;1) $t_d = 0{,}0522$ $LV = 565{,}8915$
$/£	(0;0,00098;1) $t_d = 0{,}0191$ $LV = 570{,}0628$	(0;0,00098;1) $t_d = 0{,}0191$ $LV = 570{,}0628$

La seconde ligne donne la valeur de la statistique de STUDENT associée au coefficient d estimé (t_d). La dernière ligne fournit la valeur de la log-vraisemblance (LV). Les cases grisées renvoient à la présence de mémoire longue. Toutes les séries ont été transformées en variation logarithmique (séries stationnaires).

Les résultats indiquent que sur les six séries étudiées, trois sont caractérisées par une mémoire de long terme : les séries $/FF, $/$ canadien et $/lire. En effet, pour ces trois taux de change, le paramètre d'intégration fractionnaire estimé est significativement différent de zéro et positif. La présence d'une mémoire longue dans les séries de taux de change est en accord avec les travaux de BOOTH, KAEN et KOVEOS [1982] détectant un tel phénomène au moyen de l'analyse R/S ou encore ceux de CHEUNG [1993] utilisant la procédure R/S et la méthode d'estimation des processus ARFIMA DE GEWEKE et PORTER-HUDAK [1983]. La section suivante a pour objet d'évaluer les performances des processus ARFIMA par le biais d'essais prévisionnels.

3 Analyse comparative de la qualité prévisionnelle des processus fractionnairement intégrés

La prise en compte du phénomène de mémoire longue dans la modélisation ARFIMA permet-elle d'obtenir des prévisions satisfaisantes à long terme ? Afin de répondre à cette interrogation, la méthodologie adoptée pour effectuer les prévisions est présentée dans un premier temps, ainsi que les trois modèles structurels retenus. Dans un second temps, sont analysées et comparées les capacités prédictives des diverses modélisations.

3.1. Présentation du cadre analytique

3.1.1. Prévisions issues des processus fractionnairement intégrés : méthodologie

Soit un processus $\{X_t\}$, causal [6] et inversible [7], ARFIMA (p,d,q) :

$$\Phi(L) \nabla^d X_t = \Theta(L)\varepsilon_t \tag{4}$$

$\{\varepsilon_t\} \sim BB(0,\sigma^2)$

$d \in \left]-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right[$

L'algorithme des innovations peut être appliqué à la fonction de covariance de $\{X_t\}$ pour calculer le meilleur estimateur de X_{n+h}, noté $\widetilde{X}_{n+h}$, en termes de $X_1,\ldots,X_n$; h étant l'horizon de prévision.

Comme nous avons supposé la causalité et l'inversibilité, on a :

$$X_t = \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j \varepsilon_{t-j} \tag{5}$$

$$\varepsilon_t = \sum_{j=0}^{\infty} \pi_j X_{t-j} \tag{6}$$

où $\sum_{j=0}^{\infty} \psi_j z^j = \Theta(z)\Phi^{-1}(z)(1-z)^{-d}$

et $\sum_{j=0}^{\infty} \pi_j z^j = \Phi(z)\Theta^{-1}(z)(1-z)^{d}$

$|z| < 1$

6. Un processus est causal si $\Phi(z) \neq 0$ pour $|z| \leqslant 1$.
7. Un processus est inversible si $\Theta(z) \neq 0$ pour $|z| \leqslant 1$.

Le théorème 5.5.1 de BROCKWELL et DAVIS [1991, p. 183] peut être généralisé de sorte à inclure le processus $\Phi(L) \bigtriangledown^d X_t = \Theta(L)\varepsilon_t$, donnant :

$$\widetilde{X}_{n+h} = -\sum_{j=1}^{\infty} \pi_j \widetilde{X}_{n+h-j} = \sum_{j=h}^{\infty} \psi_j \varepsilon_{n+h-j} \tag{7}$$

et

$$\widetilde{\sigma}_n^2(h) = E(X_{n+h} - \widetilde{X}_{n+h})^2 = \sigma^2 \sum_{j=0}^{h-1} \psi_j^2 \tag{8}$$

Les prévisions sont calculées en utilisant une version tronquée et corrigée de la moyenne de la relation (7)[8].

Nous avons retenu, dans un but de prévision, parmi toutes les séries celles qui semblaient caractérisées, à la suite des modélisations ARFIMA, par la présence d'une mémoire longue. Dans le tableau 3, on observe ainsi la présence d'une telle mémoire pour les séries des variations logarithmiques des taux de change \$/\$canadien, \$/Franc et \$/Lire. On peut noter, au demeurant, que les séries étudiées par MEESE et ROGOFF [1983] (\$/Mark, \$/Yen et \$/Livre), certes sur une période échantillonnalle plus courte, ne présentent pas de mémoire longue dans les variations logarithmiques. Ne peut-on alors en déduire que c'est l'absence de dynamique à long terme qui induit cette supériorité quasi-permanente du modèle de marche aléatoire sur les modèles structurels qu'ils observent, alors que l'on pourrait s'attendre *a priori* à ce qu'à un horizon éloigné les modèles structurels retrouvent une certaine actualité ?

Pour les trois séries étudiées, les observations vont de janvier 1974 à juillet 1995. Nous avons réalisé, à partir des observations mensuelles des taux de change, des prévisions à divers horizons. Pour cela, nous avons estimé pour chacune des trois séries le meilleur modèle ARFIMA (p,d,q) au sens des critères de l'AIC et/ou du SIC sur une période allant de janvier 1974 à décembre 1985. Les prévisions portent sur une période s'étendant de janvier 1986 à juillet 1995. Une fois le modèle estimé, nous avons donc effectué des prévisions à un mois, trois mois, six mois et douze mois. Dans ce type de travail, une mise à jour du modèle peut être effectuée à chaque nouvelle observation introduite dans la série étudiée (régression roulante). Toutefois, nous n'avons effectué cette mise à jour que de manière annuelle (soit au mois de janvier des différentes années). Cette simplification peut être justifiée par le fait que pour les trois séries étudiées (\$/\$ canadien, \$/Lire et \$/Franc), le meilleur modèle (quelle que soit la date de fin de la période d'estimation) est un ARFIMA $(0,d,0)$, c'est-à-dire ne comportant pas de modélisation spécifique du court terme. En conséquence, le seul paramètre qui doit être mis à jour est le paramètre *d* modélisant le long terme. Or on a pu observer (à travers les dix modèles estimés pour chaque série) une certaine stabilité de la valeur de ce paramètre, en particulier pour les séries \$/Lire et \$/Franc (Cf. Annexe 1).

Afin d'analyser les résultats des processus ARFIMA en termes de capacité prévisionnelle, deux autres types de modélisations ont été effectuées : la marche aléatoire et trois variantes de modèles structurels[9]. Nous nous réfé-

8. La troncature consiste à remplacer la somme allant à l'infini par une somme allant à $n-1+h$ (Cf. BROCKWELL et DAVIS [1991], p. 533).

9. Notons que nous avons également modélisé nos séries par des processus ARIMA traditionnels. Nous n'avons cependant pas reporté les résultats dans la mesure où ces modélisations, même si elles s'avèrent correctes à court terme, nous ont conduit à retenir des ordres très élevés pour les polynômes retards. Afin de répondre au souci de parcimonie, nous n'avons donc pas retenu de telles modélisations.

rons alors explicitement à l'étude de MEESE et ROGOFF [1983]. Dans leur étude, devenue une référence dans le domaine des prévisions de taux de change, MEESE et ROGOFF estiment nombre de modèles et concluent que quel que soit l'horizon de prévision (un mois, trois mois, six mois et douze mois), le modèle de marche aléatoire est celui qui permet de minimiser l'erreur de prévision des logarithmes des taux de change. Une telle conclusion, même si elle reste attachée à l'étude de quatre séries particulières ($/Mark, $/Yen, $/Livre et $/ moyenne pondérée des monnaies de dix pays plus la Suisse) et d'une période échantillonnalle spécifique (mars 1973 – juin 1981), n'en reste pas moins extrêmement significative : elle implique que les modèles structurels ne permettent de réaliser de bonnes prévisions ni à court terme, ce que l'on soupçonnait, ni à long terme, puisque les prévisions naïves (marche aléatoire), qui consistent à retenir la dernière valeur observée comme valeur prévue, induisent des erreurs de prévisions moindres. Conclure que le modèle de marche aléatoire est celui qui permet d'obtenir les meilleures prévisions au sens des critères habituels, c'est conclure à notre incapacité à prédire les variations logarithmiques des taux de change, qui sont alors considérées comme un bruit blanc.

Il nous a semblé dès lors que la domination en termes d'erreurs de prévision minimales des modèles de type marche aléatoire puisse être liée à l'absence de dynamique à long terme dans ces séries. Or, une littérature abondante depuis une vingtaine d'années vise à montrer que si l'intérêt des modèles structurels est quasi nul à court terme (il n'est qu'à observer le comportement des agents prenant des décisions à très court terme sur les marchés financiers) et que les agents adoptent davantage une stratégie chartiste que fondamentaliste, il est possible à un horizon décisionnel plus long de réhabiliter des modèles explicatifs de l'évolution des cours basés sur des variables fondamentales. Face à ce dénouement, l'alternative offerte par la modélisation ARFIMA paraît centrale : si les variations logarithmiques des taux de change sont caractérisées par une mémoire longue, cela implique que l'on peut les prévoir et en conséquence que les logarithmes des cours peuvent être prévus. Il reste maintenant à déterminer si cet affinement de la connaissance de la mémoire de la série peut permettre une amélioration substantielle en termes prévisionnels. Par ailleurs, il semble opportun de revenir simultanément sur les capacités prévisionnelles des modèles structurels les plus usités : n'a-t-on pas observé précédemment l'absence de mémoire longue dans les variations logarithmiques des séries étudiées par MEESE et ROGOFF ? La présence d'une dynamique de long terme dans les trois séries que nous avons retenues nous incite à réétudier les capacités prévisionnelles des modèles structurels.

3.1.2. **Description des modèles structurels alternatifs**[10]

Nous reprendrons les trois modélisations proposées par MEESE et ROGOFF [1983] correspondant à une forme structurelle de trois types de modélisations : le modèle monétaire à prix flexibles (FRENKEL-BILSON), le modèle monétaire à prix visqueux (DORNBUSCH-FRANKEL) et un modèle à prix rigides incorporant le compte courant (HOOPER-MORTON). Ce dernier modèle

10. Des tests de cointégration sur nos séries de taux de change ont mis en évidence l'intérêt d'une représentation à correction d'erreur. Cependant, l'instabilité des résultats par rapport aux variables retenues nous a conduit à ne pas retenir ce type de modélisation à des fins prévisionnelles.

correspond à un enrichissement du modèle monétaire à prix rigides où l'on prend en compte la possibilité de variations dans le taux de change à long terme. La forme structurelle de ces trois modèles est la suivante :

$$(9)\quad s = a_0 + a_1\left(m - m^*\right) + a_2\left(y - y^*\right) + a_3\left(r_s - r_s^*\right) + a_4\left(\pi^e - \pi^{e*}\right) + a_5\overline{Tb} + a_6\overline{Tb}^* + u$$

où

s est le logarithme du prix du dollar en valeur étrangère,

$(m - m^*)$ est le logarithme du rapport de l'offre de monnaie américaine à l'offre de monnaie étrangère,

$(y - y^*)$ correspond au logarithme du rapport du revenu réel américain sur le revenu réel étranger,

$\left(r_s - r_s^*\right)$ est le différentiel de taux d'intérêt à court terme,

$\left(\pi^e - \pi^{e*}\right)$ est le différentiel de taux d'inflation à long terme anticipés,

$\overline{Tb}$ et $\overline{Tb}^*$ sont les balances commerciales cumulées américaines et étrangères et u est un terme d'erreur.

Pour retrouver chacun des trois modèles, on impose alors des contraintes sur les coefficients du modèle structurel. En premier lieu, tous les modèles supposent que, toutes choses égales par ailleurs, le taux de change est homogène de degré un dans le différentiel des logarithmes des offres de monnaie, ce qui induit $a_1 = 1$.

– Le modèle monétaire à prix flexibles, qui suppose vérifiée la parité des pouvoirs d'achat, implique $a_4 = a_5 = a_6 = 0$.

– Le modèle monétaire à prix rigides, qui suppose une inertie dans l'ajustement des prix domestiques et en conséquence des déviations à la parité des pouvoirs d'achat, impose la contrainte $a_5 = a_6 = 0$.

– Dans le modèle de HOOPER-MORTON, aucun des coefficients de la forme structurelle n'est contraint à la nullité. Ce modèle étend celui de DORNBUSCH-FRANKEL en permettant des variations à long terme dans le taux de change. Ces variations à long terme sont supposées corrélées avec les chocs non anticipés sur la balance commerciale.

Les diverses modélisations présentées, nous avons dans un second temps comparé leurs capacités prédictives à court comme à long terme.

3.2. Comparaison des prévisions

Il apparaît tout d'abord central de comprendre l'implication de la modélisation ARFIMA. On a précédemment indiqué que la présence d'une mémoire longue dans les séries de rentabilités impliquait une certaine prévisibilité des rentabilités futures à partir des rentabilités passées. A cette différence, le modèle de type marche aléatoire appliqué au logarithme des cours induit que les rentabilités sont indépendamment et identiquement distribuées et que l'on ne peut donc pas prévoir les rentabilités à partir de l'historique de la série. Pour les séries pour lesquelles on décèle la présence d'une mémoire de long terme, on pourrait cependant s'attendre à ce que les prévisions soient améliorées avec une modélisation ARFIMA par rapport à une modélisation de type marche aléatoire, justement parce qu'un paramètre d réel permet de mieux prendre en compte les phénomènes de mémoire. Toutefois, on sait que le calcul de ce paramètre d reste entaché d'erreurs d'approximation et que s'adjoint à la valeur prévue de la variable par ce biais une erreur liée à la troncation du polynôme $(1-L)^d$. On peut alors penser que le gain, en termes prévisionnels, produit d'un meilleur ajustement, pourrait bien être compensé par les erreurs inhérentes aux prévisions issues des modélisations ARFIMA.

Il reste maintenant à déterminer si cet affinement de la connaissance de la mémoire de la série peut permettre une amélioration substantielle en termes prévisionnels.

Les critères de sélection des « meilleures » prévisions retenus sont les suivants :

La racine de l'erreur quadratique moyenne (RMSE)

$$(10) \qquad RMSE = \left\{ \frac{\sum_{i=0}^{N_k-1} [F(t+i+k) - A(t+i+k)]^2}{N_k} \right\}^{1/2}$$

L'erreur absolue moyenne (MAE)

$$(11) \; MAE = \frac{\sum_{i=0}^{N_k-1} |F(t+i+k) - A(t+i+k)|}{N_k}$$

où

$k = 1, 3, 6, 12$ correspond à l'incrément de la prévision,

N_k est le nombre total de prévisions correspondant à l'incrément k sur la période janvier 1986 - juillet 1995.

$F(t+k)$ correspond à la valeur prévue en t pour $(t+k)$ et

$A(t+k)$ correspond à la valeur observée en $(t+k)$ [11].

TABLEAU 4

Comparaison des qualités prévisionnelles des différentes modélisations pour la série du taux de change $/$Canadien

Horizon	Critère	Marche aléatoire	ARFIMA	Hooper-Morton	Dornbusch-Frankel	Frenkel-Bilson
1 mois	RMSE	0,010327	0,010135	0,081690	0,245001	0,256722
	MAE	0,008545	0,008261	0,076478	0,233107	0,243084
3 mois	RMSE	0,020911	0,020714	0,084649	0,250366	0,261346
	MAE	0,016346	0,016181	0,079897	0,235356	0,244277
6 mois	RMSE	0,030943	0,029652	0,080726	0,248564	0,256454
	MAE	0,024861	0,023475	0,075528	0,229495	0,236237
12 mois	RMSE	0,053147	0,052370	0,071476	0,244030	0,250367
	MAE	0,044653	0,043170	0,065641	0,215239	0,223287

11. Le critère RMSE est selon MEESE et ROGOFF [1983] un mauvais critère si la série étudiée est « *gouvernée par un processus paretien stable non normal avec variance infinie* ». Il vaut mieux alors se référer au critère de l'erreur absolue moyenne (MAE). Ils signalent par ailleurs que la MAE est également un critère utile si la série étudiée a des queues de distribution épaisses, même si sa variance est finie.

TABLEAU 5

Comparaison des qualités prévisionnelles des différentes modélisations pour la série du taux de change $/FF.

Horizon	Critère	Marche aléatoire	ARFIMA	Hooper-Morton	Dornbusch-Frankel	Frenkel-Bilson
1 mois	RMSE	0,026540	0,025530	0,043319	0,072751	0,082684
	MAE	0,021808	0,020725	0,034576	0,060888	0,068153
3 mois	RMSE	0,054931	0,056747	0,095838	0,104490	0,105607
	MAE	0,044312	0,045470	0,072678	0,084495	0,085289
6 mois	RMSE	0,080771	0,083235	0,114406	0,110991	0,108832
	MAE	0,068161	0,069013	0,084837	0,089146	0,093033
12 mois	RMSE	0,106589	0,113901	0,089243	0,124042	0,104472
	MAE	0,090586	0,098093	0,068659	0,098257	0,089957

TABLEAU 6

Comparaison des qualités prévisionnelles des différentes modélisations pour la série du taux de change $/Lire.

Horizon	Critère	Marche aléatoire	ARFIMA	Hooper-Morton	Dornbusch-Frankel	Frenkel-Bilson
1 mois	RMSE	0,029142	0,027819	0,032108	0,218485	0,263189
	MAE	0,023292	0,021861	0,025993	0,192731	0,229420
3 mois	RMSE	0,062463	0,064033	0,061868	0,226886	0,270392
	MAE	0,048994	0,049182	0,052487	0,190718	0,222519
6 mois	RMSE	0,091573	0,093778	0,088253	0,227493	0,276099
	MAE	0,070438	0,071229	0,070839	0,180933	0,213481
12 mois	RMSE	0,122437	0,126161	0,067934	0,214158	0,240039
	MAE	0,095415	0,099772	0,051868	0,164311	0,179840

Les tableaux ci-dessus[12] comparent les qualités des prévisions issues des modèles ARFIMA, des prévisions issues d'une simple marche au hasard, et celles correspondant aux modèles structurels retenus, par le biais des critères RMSE et MAE (avec un écart allant de 1,86 % pour la série $/$ Canadien selon le critère du RMSE à 6,14 % pour la série $/Lire selon le critère MAE). Même si l'écart entre les qualités des prévisions n'apparaît pas toujours très important, ce qui nous importe dans le cas présent c'est son caractère systématique : la différence entre la marche au hasard et la modélisation ARFIMA n'est pas simplement une différence de valeur du paramètre d'intégration d (qui vaut 1 dans le cas de la marche aléatoire et est compris entre $-\frac{1}{2}$ et $\frac{1}{2}$ dans le cas d'un processus ARFIMA stationnaire et inversible) mais est essentiellement une différence de « conception ». On observe que, quel que soit l'horizon de prévision (1 mois, 3 mois, 6 mois et 12 mois), la modélisation ARFIMA fournit des prévisions meilleures que la marche au hasard pour la série en logarithme $/$ Canadien, avec une « qualité » maximale à un horizon de six mois. Par contre, pour les deux autres séries, les prévisions ARFIMA

12. Les cases grisées renvoient aux cas où la marche aléatoire est battue.

ne supplantent les prévisions issues de la marche au hasard qu'à un horizon de un mois. On observe également que c'est à long terme (12 mois) que la marche au hasard dépasse le plus fortement la modélisation ARFIMA.

Un tel résultat pourrait *a priori* paraître extrêmement curieux : on s'attendrait à ce que les processus à longue mémoire permettent des prévisions bonnes à court terme, certes, mais surtout à long terme. Or on s'aperçoit dans le cas présent que les qualités prévisionnelles des modèles ARFIMA apparaissent pour l'essentiel à un horizon court.

Toutefois, on peut montrer que la mémoire longue décelée dans les séries n'implique pas nécessairement des prévisions à long terme améliorées. Autrement dit, mémoire longue ne correspond pas à prévisions à horizon long.

• En termes de prévisions à court terme, il semble relativement cohérent que les modèles ARFIMA permettent une amélioration des résultats par rapport à la marche au hasard, en particulier pour nos séries qui sont caractérisées par une absence de dynamique de court terme (paramètres autorégressifs et moyenne mobile nuls dans la modélisation ARFIMA) : on sait que la marche au hasard ne prend en compte que la mémoire de court terme de la série (puisque pour la prévision en $(t+1)$, elle ne prend en compte que la dernière valeur observée de la série), et néglige en conséquence totalement la mémoire de long terme. A l'inverse, la modélisation ARFIMA prend en compte explicitement, même pour une prévision à court terme, la mémoire longue de la série (par le biais du polynôme tronqué) en plus de la mémoire courte. La prise en compte de cette mémoire longue par la modélisation ARFIMA implique que pour une prévision à court terme (1 mois), on utilise non seulement la dernière valeur observée de la série, mais également tout l'historique pondéré de cette série.

La conclusion de ces observations est alors la suivante : si la série étudiée se caractérise par une absence de dynamique de court terme et la présence d'une dynamique de long terme, la modélisation ARFIMA permet le calcul de meilleures prévisions à horizon court que la marche au hasard. En effet, cette dernière ne prend pas en compte la dynamique de long terme (qui existe) et prend en compte uniquement celle de court terme (qui est dans le cas présent inexistante[13]), alors que la modélisation ARFIMA prend en compte le comportement de court terme de la série (qui n'existe pas ici) mais également le comportement à long terme, ce qui lui donne une supériorité évidente sur la marche au hasard.

Dès lors, les résultats supérieurs à court terme en termes de critères RMSE et MAE des prévisions issues de la modélisation ARFIMA sur ceux issus de la marche au hasard paraissent relativement logiques.

• A moyen-long terme, on note en premier lieu une disparité des conclusions : pour la série $/$ canadien les prévisions ARFIMA dépassent toujours celles de la marche au hasard, alors que pour les séries $/Lire et $/Franc les résultats s'inversent. Concernant les deux dernières séries, on peut expliquer un tel comportement au travers de la spécificité des prévisions : bien entendu ces prévisions sont dynamiques, c'est-à-dire que pour prévoir la variable en $(t+3)$, on utilise les prévisions de $(t+2)$ et de $(t+1)$ et non pas les vraies observations.

---

13. Ce qui induit dans les faits que la marche au hasard ne «comprend» ni la dynamique de long terme, ni celle de court terme de la série étudiée.

Or, dans le cas de la marche au hasard, la prévision pour $(t+3)$ est égale à la prévision pour $(t+2)$, elle même égale à celle pour $(t+1)$ qui vaut pour finir la vraie valeur de la série à la date *t*. Ainsi, la prévision faite en *t* pour $(t+3)$ correspond à la valeur de *t* affectée d'un coefficient unitaire.

Si l'on opère le même travail pour les prévisions ARFIMA, on s'aperçoit pour finir que la prévision faite en *t* pour la date $(t+3)$ accorde un poids important à la prévision faite pour $(t+2)$, un poids un peu moins important pour celle faite pour la date $(t+1)$ et un poids allant en décroissant pour les vraies observations de la série : ainsi, plus l'horizon de prévision est éloigné, moins les prévisions ARFIMA « s'appuient » sur les observations passées de la série et plus elles vont accumuler les erreurs de prévision successives.

Bien entendu, on peut suggérer une telle explication dans le cas des deux séries $/Franc et $/Lire pour lesquelles les qualités prévisionnelles des modèles ARFIMA s'étiolent avec l'accroissement de l'horizon de prévision. Pour la série $/$ Canadien, la seule remarque que l'on puisse avancer est que cette série est la seule pour laquelle *tous* les tests de mémoire longue que nous avons précédemment effectués[14] ont décelé de la mémoire longue. Pour les autres séries, selon le test ou la technique utilisée, la mémoire longue pouvait ne pas apparaître. On peut sans doute en conclure que cette série est véritablement caractérisée par une mémoire de long terme, même si son degré de mémoire longue n'est pas le plus élevé.

Concernant les modèles structurels, nous retiendrons seulement que, quel que soit le modèle retenu, leurs qualités prévisionnelles sont nettement en deçà de celles issues des modèles ARFIMA ou même de la simple marche au hasard pour la série $/$ Canadien, ce qui abonde dans le sens des résultats de l'étude de MEESE et ROGOFF [1983]. On notera cependant que pour les séries $/Lire et $/Franc, le modèle de HOOPER-MORTON bat la marche aléatoire à un horizon de douze mois et même à un horizon semestriel pour le taux de change $/Lire. Les modèles de DORNBUSCH-FRANKEL et FRENKEL-BILSON restent quant à eux très inférieurs en termes prévisionnels aux modèles ARFIMA et de marche aléatoire.

4 Conclusion

« *Comment battre la marche au hasard* ? » (KOEDIJK et SCHOTMAN [1990]), ou autrement dit peut on arriver à prévoir les taux de change ? Etre capable de prévoir les taux de change, on le sait, ravive le débat sur l'efficience des marchés des changes. Or l'hypothèse d'une efficience des marchés financiers en général constitue une « pierre angulaire » de la majorité des modèles

14. Dans une précédente étude (LARDIC et MIGNON, 1995), nous avons appliqué divers tests de mémoire longue aux séries des logarithmes des taux de change (rapports de variances, analyses R/S et R/S modifiée, test BDS, modélisations ARFIMA (estimations par la procédure de GEWEKE et PORTER-HUDAK [1983], la méthode du maximum de vraisemblance approximé et la technique du maximum de vraisemblance exact).

économétriques. *A priori*, un opérateur maîtrisant l'outil économétrique ne pourra pas mieux prévoir l'évolution des changes qu'un simple agent réalisant des prévisions naïves.

Toutefois, les années récentes ont vu se développer une remise en cause du caractère blanc des variations logarithmiques des changes. La modélisation non linéaire par exemple s'est attachée à découvrir des dépendances, indécelables par les méthodes économétriques traditionnelles, entre des observations plus ou moins éloignées. Les techniques ARFIMA nous ont en outre permis de mettre à jour des dépendances de long terme dans les séries des variations logarithmiques des taux de change $/$ Canadien, $/Lire et $/Franc. Une telle constatation empirique jette ainsi un doute sur l'efficience de ces marchés.

Par ailleurs, du point de vue des qualités prévisionnelles, on observe que la modélisation ARFIMA bat systématiquement la marche au hasard pour un horizon court, ce qui induirait que les variations des taux de change pour les séries caractérisées par une mémoire longue sont prévisibles. Bien entendu, pour les séries caractérisées par une absence de structure de dépendance, la marche au hasard reste le meilleur modèle de prédiction. Pour la série $/$ Canadien, on obtient un résultat remarquable, à savoir que quel que soit l'horizon retenu, la modélisation ARFIMA est supérieure, en termes prévisionnels, à la marche au hasard. On peut cependant penser que les deux marchés sont suffisamment liés pour pouvoir expliquer une telle prévisibilité. Rappelons de plus que nous avions montré (LARDIC et MIGNON [1995]) que la série $/$ Canadien présentait une structure de dépendance de long terme quel que soit le test utilisé.

Le second résultat intéressant ressortant de notre analyse est la bonne qualité en termes de prévisions à long terme du modèle HOOPER-MORTON puisque ce dernier bat la marche aléatoire pour les séries $/Lire et $/Franc. On pourrait donc penser que le marché canadien répond davantage à une logique de type chartiste, alors que les marchés français et italiens seraient plutôt gouvernés à long terme par les fondamentaux. Quoi qu'il en soit, l'apport principal de notre analyse est que l'on est capable de battre, sur certains horizons, la simple marche aléatoire ; l'hypothèse d'efficience peut alors être sérieusement remise en cause : ce n'est pas tant le pourcentage d'amélioration de la prévision issue de la modélisation ARFIMA par rapport à la marche au hasard (la plupart du temps relativement faible) qui importe, mais bien le fait qu'à un horizon court certains taux de change seraient prévisibles.

Mises à jour des estimations ARFIMA

Ce tableau retrace les mises à jour annuelles des processus ARFIMA pour les trois séries. $\widehat{d}$ est la valeur estimée du paramètre d'intégration fractionnaire d. Les valeurs de la statistique de STUDENT associées au coefficient d estimé figurent entre parenthèses. $\widehat{\sigma}^2$ est l'estimation de la variance du bruit blanc. AIC et SIC sont respectivement les critères d'information d'AKAIKE corrigé et de SCHWARZ. 2LV est la valeur du critère maximisant 2 fois la log-vraisemblance.

TABLEAU 7
Mises à jour des estimations ARFIMA.

Dates	\$/Lire	\$/\$ Canadien	\$/FF
1986: 1	$\hat{d} = 0{,}1307$ (1,9279) $\hat{\sigma}^2 = 0{,}9708$ AICc = 643,8006 SIC = 640,8377 2LV = 645,8006	$\hat{d} = 0{,}0483$ (0,6092) $\hat{\sigma}^2 = 0{,}9972$ AICc = 906,7169 SIC = 903,6653 2LV = 908,6282	$\hat{d} = 0{,}2076$ (2,8958) $\hat{\sigma}^2 = 0{,}9211$ AICc = 643,8589 SIC = 640,8960 2LV = 645,8589
1987: 1	$\hat{d} = 0{,}1898$ (3,1851) $\hat{\sigma}^2 = 0{,}9252$ AICc = 702,7169 SIC = 699,6670 2LV = 704,7169	$\hat{d} = 0{,}051$ (0,6667) $\hat{\sigma}^2 = 0{,}9969$ AICc = 989,7740 SIC = 986,6143 2LV = 991,6577	$\hat{d} = 0{,}2135$ (2,9862) $\hat{\sigma}^2 = 0{,}9155$ AICc = 649,0029 SIC = 646,0331 2LV = 651,0029
1988: 1	$\hat{d} = 0{,}1920$ (3,3985) $\hat{\sigma}^2 = 0{,}9185$ AICc = 761,5635 SIC = 758,4395 2LV = 763,5635	$\hat{d} = 0{,}096$ (1,1491) $\hat{\sigma}^2 = 0{,}9875$ AICc = 1065,2519 SIC = 1062,1339 2LV = 1067,2519	$\hat{d} = 0{,}2222$ (3,9447) $\hat{\sigma}^2 = 0{,}8969$ AICc = 763,0966 SIC = 759,9727 2LV = 765,0967
1989: 1	$\hat{d} = 0{,}1934$ (3,3354) $\hat{\sigma}^2 = 0{,}9245$ AICc = 814,8012 SIC = 811,6082 2LV = 816,8012	$\hat{d} = 0{,}1359$ (2,1804) $\hat{\sigma}^2 = 0{,}9690$ AICc = 1135,0618 SIC = 1131,8744 2LV = 1137,0618	$\hat{d} = 0{,}2267$ (4,0402) $\hat{\sigma}^2 = 0{,}9009$ AICc = 813,1564 SIC = 809,9690 2LV = 815,1564
1990: 1	$\hat{d} = 0{,}1961$ (3,5027) $\hat{\sigma}^2 = 0{,}9236$ AICc = 870,0927 SIC = 866,8352 2LV = 872,0927	$\hat{d} = 0{,}1369$ (2,3435) $\hat{\sigma}^2 = 0{,}9660$ AICc = 1219,2720 SIC = 1216,0197 2LV = 1221,2720	$\hat{d} = 0{,}2261$ (3,8356) $\hat{\sigma}^2 = 0{,}9055$ AICc = 868,3219 SIC = 865,0645 2LV = 870,3219
1991: 1	$\hat{d} = 0{,}1950$ (3,6209) $\hat{\sigma}^2 = 0{,}9210$ AICc = 6909,5365	$\hat{d} = 0{,}1187$ (2,0988) $\hat{\sigma}^2 = 0{,}9741$ AICc = 1270,3889	$\hat{d} = 0{,}2244$ (4,2462) $\hat{\sigma}^2 = 0{,}9036$ AICc = 903,6695

Dates	\$/Lire	\$/\$ Canadien	\$/FF
	SIC = 906,2382	SIC = 1267,0906	SIC = 904,7733
	2LV = 911,5365	2LV = 1272,3889	2LV = 910,0717
	$\hat{d}$ = 0,2031	$\hat{d}$ = 0,1191	$\hat{d}$ = 0,2337
	(3,7605)	(2,1841)	(4,4004)
1992: 1	$\hat{\sigma}^2$ = 0,9205	$\hat{\sigma}^2$ = 0,9738	$\hat{\sigma}^2$ = 0,9040
	AICc = 970,2709	AICc = 1376,6613	AICc = 966,5039
	SIC = 966,9003	SIC = 1373,2907	SIC = 963,1333
	2LV = 972,2709	2LV = 1378,6613	2LV = 968,5039
	$\hat{d}$ = 0,2258	$\hat{d}$ = 0,1437	$\hat{d}$ = 0,2362
	(3,7934)	(2,5895)	(4,4943)
1993: 1	$\hat{\sigma}^2$ = 0,9159	$\hat{\sigma}^2$ = 0,9650	$\hat{\sigma}^2$ = 0,9064
	AICc = 1004,4288	AICc = 1447,9548	AICc = 1017,4789
	SIC = 1001,0038	SIC = 1444,5298	SIC = 1014,0540
	2LV = 1006,4288	2LV = 1449,9548	2LV = 1019,4789
	$\hat{d}$ = 0,2278	$\hat{d}$ = 0,1402	$\hat{d}$ = 0,2269
	(3,9128)	(2,5967)	(3,8071)
1994: 1	$\hat{\sigma}^2$ = 0,9144	$\hat{\sigma}^2$ = 0,9666	$\hat{\sigma}^2$ = 0,9145
	AICc = 1053,4227	AICc = 1524,7848	AICc = 1070,1969
	SIC = 1049,9462	SIC = 1521,3083	SIC = 1066,7204
	2LV = 1055,4227	2LV = 1526,7848	2LV = 1072,1969
	$\hat{d}$ = 0,2195	$\hat{d}$ = 0,1376	$\hat{d}$ = 0,2275
	(4,0306)	(2,6010)	(3,9275)
1995: 1	$\hat{\sigma}^2$ = 0,9208	$\hat{\sigma}^2$ = 0,9680	$\hat{\sigma}^2$ = 0,9139
	AICc = 1104,0672	AICc = 1592,8790	AICc = 1125,7946
	SIC = 1100,5457	SIC = 1589,3576	SIC = 1122,2731
	2LV = 1106,0672	2LV = 1594,8790	2LV = 1127,7946

Données utilisées pour les modèles structurels

Toutes les séries sont issues de la base de données de REXECODE.

Les données nécessaires à la mise en œuvre des modèles de FRENKEL-BILSON, DORNBUSCH-FRANKEL et HOOPER-MORTON sont :

– les taux de change $/$ canadien, $/FF et $/lire.

– l'offre de monnaie. Nous avons ici utilisé les séries de la masse monétaire M2 pour tous les pays.

– le revenu réel : séries de PIB en volume

– les taux d'intérêt à court terme : pour tous les pays, nous avons considéré les séries de taux sur les bons du Trésor à 3 mois.

– les taux d'inflation anticipés. Nous avons utilisé les taux à long terme en tant que prédicteurs de l'inflation, comme le suggèrent MEESE et ROGOFF.

Les séries de taux longs diffèrent légèrement selon les pays :

- États-Unis : taux sur les obligations du Trésor à 10 ans
- Canada : taux de rendement des bons d'Etat à long terme (plus de 10 ans)
- France : taux de rendement des obligations (plus de 10 ans)
- Italie : taux de rendement des obligations du Trésor (plus de 5 ans)

– les balances courantes cumulées.

La variable expliquée est le logarithme du taux de change. Les variables explicatives sont constituées du différentiel de l'offre de monnaie (en logarithme), du différentiel du PIB (en logarithme), du différentiel de taux courts, du différentiel de taux longs et des balances courantes cumulées américaines et étrangères.

• Références bibliographiques

ABRAMOWITZ, M., STEGUN, I. (1972). – *Handbook of Mathematical Functions*, Dower Publications.

BACKUS, D.K., ZIN, S.E. (1993). – « Long Memory Inflation Uncertainty: Evidence from the Term Structure of Interest Rates », *Money, Credit and Banking*, 25, pp. 681-708.

BAILLIE, R.T., BOLLERSLEV, T., MIKKELSEN, H.O. (1996). – «Fractionally Integrated Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity », *Journal of Econometrics*, 74, pp. 3-30.

BOLLERSLEV, T. , MIKKELSEN, H.O. (1996). – « Modeling and Pricing Long Memory in Stock Market Volatility », *Journal of Econometrics*, 73, pp. 151-184.

BOOTH, G.G., KAEN, F.R., KOVEOS, P.E. (1982). – « R/S Analysis of Foreign Exchange Rates under Two International Monetary Regimes », *Journal of Monetary Economics*, pp. 407-415.

BROCKWELL, P.J., DAVIS, R.A.,(1991). – *Time Series: Theory and Methods*, Springer Verlag.

CHEUNG, Y.W. (1993). – « Long Memory in Foreign Exchange Rates », *Journal of Business and Economic Statistics*, 11, n° 1, pp. 93-101.

DAHLHAUS, R. (1989). – « Efficient Parameter Estimation for Self-Similar Processes », *Annals of Statistics*, 17, n° 4, pp. 1749-1766.

DIEBOLD, F.X., NASON, J.A. (1990). – « Nonparametric Exchange Rate Prediction? », *Journal of International Economics*, 28, pp. 315-322.

DIEBOLD, F.X., RUDEBUSCH, G.D. (1989). – « Long Memory and Persistence in Aggregate Output », *Journal of Monetary Economics*, 24, pp. 189-209.

DIEBOLD, F.X., RUDEBUSCH, G.D. (1991). – « Is Consumption too Smooth? Long Memory and the Deaton Paradox », *Review of Economics and Statistics*, LXXIII, pp. 1-9.

DING, Z., GRANGER, C.W.J. (1996). – « Modeling Volatility Persistence of Speculative Returns: A New Approach », *Journal of Econometrics*, 73, pp. 185-215.

DORNBUSCH, R. (1976). – « Expectations and Exchange Rate Dynamics », *Journal of Political Economy*, 84, pp. 1161-1176.

DORNBUSCH, R., FRANKEL, J.A. (1987). – « The Flexible Exchange Rate System: Experience and Alternatives », *NBER*, n° 2464.

FRENKEL, J.A. (1976). – « A Monetary Approach to the Exchange Rate: Doctrinal Aspects and Empirical Evidence », *Scandinavian Journal of Economics*, 78, pp. 200-224.

GEWEKE, J. , PORTER-HUDAK, S. (1983). – « The Estimation and Application of Long Memory Time Series Models », *Journal of Time Series Analysis*, 4, n° 4, pp. 221-238.

GONÇALVES, E., GOURIEROUX, C. (1987). – « Agrégation de processus autorégressifs d'ordre 1 », *Annales d'Economie et de Statistique*, n° 12.

GRANGER, C.W.J., JOYEUX, R. (1980). – « An Introduction to Long-Memory Time Series Models and Fractional Differencing », *Journal of Time Series Analysis*, 1, n° 1, pp. 15-29.

HOOPER, P., MORTON, J. (1982). – « Fluctuations in the Dollar: A Model of Nominal and Real Exchange Rate Determination », *Journal of International Money and Finance*, 1, pp. 39-56.

HOSKING, J.R.M. (1981). – « Fractional Differencing », *Biometrika*, 68, n° 1.

HOSKING, J.R.M. (1984). – « Modeling Persistence in Hydrological Time Series Using Fractional Differencing », *Water Resources Research*, 20, pp. 1898-1908.

KOEDIJK, K.G., SCHOTMAN, P. (1990). – « How to Beat The Random Walk. An Empirical Model of Real Exchange Rates », *Journal of International Economics*, 29, pp. 311-332.

LARDIC, S., MIGNON, V. (1995). – « Les tests de mémoire longue appartiennent-ils au camp du démon ? », version longue, Working Paper MODEM, Université Paris X-Nanterre.

LARDIC, S., MIGNON, V. (1996a). – « Les tests de mémoire longue appartiennent-ils au camp du démon ? », *Revue Economique*, 47, n° 3, pp. 531-540.

LARDIC, S., MIGNON, V. (1996b). – « Vingt ans de tests de mémoire longue au travers des processus ARFIMA », *Actes du Colloque de l'AEA*, 11-12 janvier 1996, Paris.

LARDIC, S., MIGNON, V. (1997). – « Essai de mesure du degré de mémoire longue des séries. L'exemple de la modélisation ARFIMA », *Economie Appliquée*, n° 2, pp. 161-195.

LO, A.W. (1991). – « Long-Term Memory in Stock Market Prices », *Econometrica*, 59, pp. 1279-1313.

MEESE, R.A., ROGOFF, K. (1983). – « Empirical Exchange Rate Models of The Seventies. Do They Fit Out of Sample ? », *Journal of International Economics*, 14, pp. 3-24.

MEESE, R.A., ROGOFF, K. (1988). – « Was it Real? The Exchange Rate -Interest Differential Relation over the Modern Floating Rate Period », *Journal of Finance*, 43, pp. 933-948.

PHILLIPS, P.C.B., PERRON, P. (1988). – « Testing for a Unit Root in Time Series Regression », *Biometrika*, 75, pp. 335-346.

SHEA, G.S. (1991). – « Uncertainty and Implied Variance Bounds in Long Memory Models of the Interest Rate Term Structure », *Empirical Economics*, 16, pp. 287-312.

SOWELL, F. (1990). – « The Fractional Unit Root Distribution », *Econometrica*, 58, n° 2, pp. 495-505.

SOWELL, F. (1992a). – « Maximum Likelihood Estimation of Stationary Univariate Fractionally Integrated Time Series Models », *Journal of Econometrics*, 53, pp. 165-188.

SOWELL, F. (1992b). – « Modeling Long-Run Behavior with the Fractional ARIMA Model », *Journal of Monetary Economics*, 29, pp. 277-302.

WEISS, A.A. (1986). – « ARCH and Bilinear Time Series Models: Comparison and Combination », *Journal of Business and Economic Statistics*, 4, pp. 59-70.