ANNALES D'ÉCONOMIE ET DE STATISTIQUE. – N° 53 – 1999

Concurrence à la Cournot, accumulation du capital et bulles

Bertrand CRETTEZ*

RÉSUMÉ. – Cet article étudie les effets macroéconomiques de la concurrence à la Cournot dans un modèle à générations imbriquées avec deux secteurs de production dont un avec oligopole.

Deux cas sont considérés selon que le stock de capital à l'équilibre concurrentiel est inférieur ou supérieur à celui de la règle d'or. Si l'équilibre concurrentiel est caractérisé par la sous-capitalisation (premier cas), un accroissement du nombre de firmes dans l'oligopole réduit leurs profits, augmente le stock de capital et l'utilité intertemporelle à l'équilibre stationnaire. Lorsque le nombre de firmes tend vers l'infini, l'équilibre stationnaire avec oligopole tend vers l'équilibre concurrentiel.

Si l'équilibre concurrentiel est caractérisé par la sur-capitalisation (second cas), un accroissement du nombre de firmes dans l'oligopole réduit les profits, augmente le stock de capital et diminue l'utilité intertemporelle. De plus, l'utilité intertemporelle des agents est supérieure à celle qu'ils obtiennent à l'équilibre concurrentiel.

La valeur des firmes de l'oligopole ne tend cependant pas vers zéro lorsque le nombre de ces dernières tend vers l'infini. Une bulle se forme et la limite de l'équilibre lorsque le nombre de firmes tend vers l'infini n'est pas l'équilibre concurrentiel mais l'optimum d'Allais-Diamond-Samuelson (la règle d'or est donc atteinte à la limite).

Nous montrons ainsi que les titres de créances sur les oligopoles constituent un moyen supplémentaire (avec la terre, la dette, les systèmes de retraites par répartition, les bulles) d'atténuer une sur-capitalisation éventuelle à l'équilibre concurrentiel.

Cournot Competition, Capital Accumulation and Bubbles

ABSTRACT. – This paper investigates the macroeconomic portfolio implications of monopoly rents.

We make use of a two-sectors overlapping generations model with a Cournot oligopoly in one sector.

We show that when the competitive equilibrium is characterized by under-capitalization with respect to the golden rule, an increase in the number of firms in the oligopoly leads to a decrease in profits, an increase in capital and life-cycle utility at steady-state. When the number of firms increases without limits, the steady-state equilibrium tends to the competitive equilibrium.

When the competitive equilibrium is characterized by over-capitalization with respect to the golden rule, an increase in the number of firms in the oligopoly results in a decrease in profits and in the life-cycle utility, and an increase in capital. The life-cycle utility of agents is strictly greater than the one they get at the competitive equilibrium.

Under the above assumption, the value of claims on firms in the oligopoly does not tend to zero when their number tends to infinity. There is a bubble on the claims on firms and the limit of the steady-state equilibrium is not the competitive equilibrium but the Allais-Diamond-Samuelson optimum. In the limit, the capital reaches its golden rule level.

We thus have shown that claims on oligopolistic firms are another asset (different from land, public debt, pay-as-you-go pensions systems, Tiroles's bubbles) which prevents an economy from over-accumulating.

* B. CRETTEZ : L.I.B.R.E, Université de Franche-Comté, et E.U.R.E.Qua, Université de Paris I, U.M.R. C.N.R.S 8594, Université de Paris I. Je remercie Jean-Pierre VIDAL, Jules NYSSEN et Philippe MICHEL pour leurs critiques constructives sur une version préliminaire de cet article. Je remercie également deux rapporteurs anonymes pour leurs commentaires inhabituellement nombreux et détaillés.

1 Introduction

Les oligopoles affectent le fonctionnement d'une économie de deux façons au moins.

En premier lieu, les oligopoles modifient l'allocation statique des ressources. Il est en effet bien connu que des prix non concurrentiels impliquent un écart entre les taux marginaux de substitution et de transformation ce qui engendrent des pertes d'efficacité.

En second lieu, les oligopoles changent l'allocation dynamique des ressources.

En effet, dans une économie concurrentielle, les « sur-profits » sont nuls et l'épargne des agents se compose uniquement de capital. Dans une économie avec oligopoles, les « sur-profits » sont en général strictement positifs et les droits à les recevoir s'échangent sur des marchés de titres ; ces droits se substituent au capital dans le portefeuille des agents. La dynamique d'accumulation du capital diffère donc de celle de l'économie concurrentielle.

L'effet des oligopoles sur l'allocation dynamique des ressources a reçu peu d'attention dans la littérature en dehors des contributions de LAITNER [1982] et d'EATON [1989].

Dans le cadre d'un modèle à générations imbriqués à la DIAMOND [1965] avec deux secteurs de production dont un avec oligopole à la COURNOT, LAITNER [1982] a montré qu'un accroissement du nombre de firmes dans l'oligopole accroît le produit global et le bien-être (mesuré par le surplus global) à l'équilibre stationnaire.

Ce résultat est dû au fait que la part de l'épargne investie sous forme de capital est plus forte et donc que les capacités de production et de consommation sont plus grandes.

A l'aide de simulations numériques, LAITNER a proposé pour l'économie des Etats-Unis une quantification des effets statiques et dynamiques des oligopoles sur le bien-être. L'effet dynamique est à l'origine d'une perte de bien-être équivalente à 10 % du produit intérieur brut ; l'effet statique n'est au plus responsable que d'une perte de bien-être équivalente à 5 % du produit intérieur brut. L'effet dynamique est donc quantitativement plus important.

Utilisant un modèle à générations à la BLANCHARD [1985], EATON [1989] montre quant à lui que des politiques modifiant la valeur capitalisée des profits dans une petite économie ouverte engendrent des mouvements corrélés du solde des comptes courants et du taux de change réel.

L'objectif de cet article est de reprendre les analyses de LAITNER et de comparer une économie avec oligopole (où prévaut une concurrence à la COURNOT) à une économie concurrentielle lorsque la concurrence s'intensifie à la suite d'un accroissement sans limite du nombre de compétiteurs. Nous ne chercherons cependant pas à réaliser une étude numérique et nous nous contenterons d'une approche théorique. Pour ce faire nous aurons recours à une version simplifiée du modèle de LAITNER.

Cette version reprend le cadre des modèles à générations à deux secteurs d'ALLAIS [1947] et ZEIRA [1987]. Les simplifications introduites par rapport au modèle de LAITNER – fonction d'utilité COBB-DOUGLAS, fonctions de production linéaire ou COBB-DOUGLAS – permettent d'obtenir une dynamique d'équilibre triviale (l'économie est toujours à l'équilibre stationnaire).

Nous montrons que le comportement limite de l'économie lorsque le nombre de firmes de l'oligopole tend vers l'infini dépend de la nature de l'équilibre concurrentiel stationnaire de l'économie.

Si l'équilibre concurrentiel stationnaire est caractérisé par une situation de sous-capitalisation par rapport au stock de capital de la règle d'or, la limite de l'économie avec oligopole lorsque le nombre de firmes de ce dernier tend vers l'infini est l'équilibre concurrentiel. De plus, le stock de capital et l'utilité intertemporelle des agents croissent avec le nombre de firmes ; les profits des firmes de l'oligopole décroissent avec leur nombre. On retrouve alors les résultats de LAITNER.

Si l'équilibre concurrentiel est caractérisé par une situation de sur-capitalisation par rapport au stock de capital de la règle d'or, la limite de l'économie avec oligopoles lorsque le nombre firmes de ce dernier tend vers l'infini est l'optimum d'ALLAIS-DIAMOND-SAMUELSON. Autrement dit le stock de capital converge vers celui de la règle d'or (le taux d'intérêt est égal au taux de croissance de la population). Nous montrons également que le stock de capital croît et que l'utilité décroît avec le nombre de firmes de l'oligopole.

Nous montrons de plus que lorsque le nombre d'oligopoles tend vers l'infini, la valeur des créances sur les firmes de l'oligopole reste strictement positive bien que la valeur de leurs profits tende vers zéro. Autrement dit, une bulle se forme sur les titres de propriété des firmes de l'oligopole. Cet article peut donc être vu comme une contribution à la littérature étudiant les bulles sur les actifs financiers (voir TIROLE [1985]). Il illustre également l'idée que les oligopoles peuvent réduire la sur-capitalisation qui pourrait exister à l'équilibre concurrentiel.

D'autres actifs dont l'existence permet de diminuer la sur-capitalisation éventuelle du capital ont été étudiés dans la littérature : la terre – en tant qu'actif à offre fixée – (ALLAIS [1947], SAMUELSON [1979] et HOMBURG [1992]) ; la dette publique (DIAMOND [1965])) ; les droits à recevoir des pensions dans les régimes de retraites par répartitions (SAMUELSON [1975]) ou les bulles (TIROLE [1985]). La terre, la dette publique et les bulles agissent d'une manière relativement similaire. En effet, lorsque ces actifs existent, ils évincent le capital des portefeuilles privés. Le stock de capital diminue parce que les taux d'intérêt sont plus forts. Les régimes de retraites par répartition agissent de façon un peu différente. L'existence d'un droit à pension influence l'épargne décidée par les agents privés. S'attendant à recevoir des ressources à la fin du cycle de vie, ceux-ci diminuent leur épargne et l'accumulation du capital est donc moindre.

Il existe une différence importante entre les créances sur les oligopoles et les autres actifs. Les oligopoles sont comme on l'a vu à l'origine d'une perte de bien-être due à une mauvaise allocation statique des ressources. Nous montrons cependant que l'utilité des agents à l'équilibre stationnaire est strictement supérieure à celle qu'ils éprouvent à l'équilibre concurrentiel avec sur-capitalisation. La concurrence imparfaite peut donc être bénéfique.

L'article est organisé de la façon suivante. Le cadre d'analyse est exposé dans la section deux. La règle d'or est brièvement rappelée dans la section trois. Nous étudions la dynamique d'équilibre dans la section quatre. Les modifications de l'équilibre en fonction du nombre de firmes dans l'oligopole sont analysées dans la section cinq. La section six contient des remarques de conclusion.

2 Le Modèle

Nous allons utiliser une version du modèle à générations à la ALLAIS [1947] [1]. L'économie est composée d'agents et de firmes.

2.1. Les agents

A chaque date t, naissent L_t agents identiques. Chaque agent vit deux périodes (la jeunesse et la vieillesse), offre inélastiquement une unité de travail au cours de sa jeunesse et consomme aux deux périodes. Le nombre des naissances croît au taux n, *i.e.* : $L_t = (1+n)L_{t-1}$, avec $n > 0$.

Un agent né en t a une fonction d'utilité intertemporelle :

$$U_t = (1-\theta)\ln c_t + \theta \ln d_{t+1} \tag{1}$$

où : $0 < \theta < 1$.

c_t et d_{t+1} désignent respectivement les consommations des jeunes durant leur jeunesse et leur vieillesse. θ est un paramètre décrivant la propension à épargner. Plus θ est grand, plus l'agent substitue sa consommation durant la vieillesse à sa consommation durant la jeunesse et donc plus grande est son épargne.

2.2. Les firmes

L'économie comporte deux secteurs de production. Il y a concurrence pure et parfaite dans le premier secteur et concurrence à la Cournot dans le second. Nous supposons qu'il existe une firme représentative dans le premier secteur et N firmes dans le second ($N > 1$).

La firme représentative dans le premier secteur produit un bien de capital avec une fonction de production linéaire :

$$Y_t^k = aL_t^1 \tag{2}$$

où $a > 0$, et L_t^1 est le volume de travail utilisé dans le premier secteur.

Les N firmes dans le second secteur produisent un bien de consommation avec une fonction de production Cobb-Douglas :

$$Y_{i,t}^c = (K_{i,t})^\alpha (L_{i,t}^2)^{1-\alpha} \tag{3}$$

1. Les différences entre le modèle d'ALLAIS et le nôtre seront précisées par la suite.

où $0 < \alpha < 1$, $K_{i,t}$ et $L^2_{i,t}$ désignent respectivement le capital et le volume de travail utilisés par la firme i, $i = 1,\ldots,N$. Nous supposerons que le capital se déprécie totalement en une période.

Le modèle précédent se distingue de celui de LAITNER sur trois aspects.

Tout d'abord, il n'y a qu'un seul bien de consommation tandis que LAITNER suppose qu'il en existe deux (le bien produit par le premier secteur pouvant servir de bien de capital ou de bien de consommation).

Ensuite, au lieu d'utiliser une fonction d'utilité intertemporelle avec aversion relative au risque constante (C.R.R.A) et des sous-fonctions d'utilité COBB-DOUGLAS, nous ne retenons qu'une fonction d'utilité intertemporelle COBB-DOUGLAS.

Enfin, nous supposons que la fonction de production du bien de capital est linéaire alors que Laitner fait l'hypothèse que les fonctions de production utilisées dans les deux secteurs de production sont identiques et de type COBB-DOUGLAS.

Notre modèle est différent du modèle original d'ALLAIS puisque nous excluons la terre de l'ensemble des facteurs de production du bien de consommation, le nombre de naissances n'est pas constant et il y a concurrence imparfaite dans un secteur.

Notre modèle est en fait proche de celui qu'utilise ZEIRA [1987]. Il y a trois différences entre le modèle de ZEIRA et le nôtre. Tout d'abord, contrairement à ce que nous supposons, ZEIRA fait l'hypothèse que le bien produit dans le premier secteur sert à la fois de bien de capital et de bien de consommation. Ensuite, chaque agent peut consommer les biens produits dans les deux secteurs mais ne connaît pas avec certitude la fonction d'utilité qu'il aura au cours de sa vieillesse. Enfin, ZEIRA suppose que les deux secteurs sont concurrentiels.

Le cadre proposé dans cet article permet de simplifier considérablement l'étude de la dynamique d'équilibre et de l'état stationnaire. Le propos principal de l'article de LAITNER est de donner des ordres de grandeur plausibles des pertes de bien-être causées par les rentes des oligopoles. Notre objectif est différent et requiert une modélisation simplifiée.

Avant d'étudier l'équilibre de l'économie, nous rappellerons brièvement dans la section suivante comment l'on peut calculer un optimum social et la règle d'or d'accumulation du capital dans un modèle à deux secteurs de production.

3 Optimum social et règle d'or

Nous consacrons cette section au calcul de l'optimum d'ALLAIS [1947]-DIAMOND [1965]-SAMUELSON [1958].

Les contraintes physiques prises en compte par le planificateur social sont : l'égalité entre les quantités produites et distribuées du bien de consommation ; le fait que le stock de capital disponible à une période doit avoir été produit à la période précédente ; l'égalité entre les quantités de travail utilisées dans les secteurs et la quantité de travail disponible. Formellement, ces contraintes physiques s'écrivent :

$$Y_t^c = L_t c_t + L_{t-1} d_t \tag{4}$$

$$Y_t^k = K_{t+1} \tag{5}$$

$$L_t = L_t^1 + L_t^2 \tag{6}$$

Il est commode de reformuler le modèle en termes de variables par jeunes. En utilisant (2), (3), (5) et (6), définissons :

$$\varphi_t = \frac{L_t^2}{L_t}$$

$$k_t = \frac{K_t}{L_t} = \frac{Y_{t-1}^k}{L_t} = \frac{aL_{t-1}^1}{L_t} = \frac{a(1-\varphi_{t-1})}{1+n}$$

$$q_t = \frac{Y_t^c}{L_t} = k_t^\alpha \varphi_t^{1-\alpha} = \left(\frac{a(1-\varphi_{t-1})}{1+n}\right)^\alpha \varphi_t^{1-\alpha} \tag{7}$$

Pour déterminer l'optimum social (stationnaire), nous allons chercher les valeurs stationnaires de c, d, φ, k, et q qui sont solutions du problème :

$$\max_{c,\, d,\, \varphi} \; (1-\theta)\ln c + \theta \ln d$$

tel que [2] :

$$q = \left(\frac{a}{1+n}\right)^\alpha (1-\varphi)^\alpha \varphi^{(1-\alpha)} = c + \frac{d}{1+n}$$

Le choix optimal de φ va déterminer le stock de capital par travailleurs de la règle d'or. Il est immédiat de vérifier que la valeur optimale de φ satisfait :

$$\varphi = 1 - \alpha \tag{8}$$

Les consommations optimales sont alors : $c = (1-\theta)q$ et $d = (1+n)\theta q$.

Finalement, le stock de capital de la règle d'or, k_g, est :

$$k_g = \frac{a(1-\varphi)}{1+n} = \frac{a\alpha}{1+n} \tag{9}$$

4 Etude de l'équilibre

Dans la suite de l'article nous supposerons que les agents achêtent le bien de capital produit au cours de leur jeunesse et le loue à la période suivante. Les agents achêtent également des titres de créances sur les firmes qu'ils

2. En utilisant (4) et (7) prises à l'état stationnaire.

revendent au cours de leur vieillesse et qui leur donnent droit de recevoir les profits. La richesse des agents se composent donc de bien de capital et de créances sur les firmes.

Avant d'analyser l'équilibre de l'économie, nous étudions les choix des agents et des firmes.

4.1. **Les agents**

Le bien de capital est le *numéraire*. Le salaire unitaire et le taux d'intérêt entre les périodes $t-1$ et t sont respectivement notés w_t et r_t. On définit respectivement par p_t, M_t, Π_t le prix du bien de consommation, la valeur totale des créances sur les firmes appartenant à l'oligopole, la valeur totale des profits de ces dernières. On désigne respectivement par S_t^k et $s_t^m M_t$ l'épargne en bien de capital et la part des créances qu'un agent choisit à la date t ($0 \leqslant s_t^m \leqslant 1$).

Le problème d'un agent né en t est donc :

$$\max_{c_t, d_{t+1}, S_t^k, s_t^m} (1-\theta)\ln c_t + \theta \ln d_{t+1}$$

sous les contraintes :

$$\begin{cases} p_t c_t + S_t^k + M_t s_t^m & = w_t \\ p_{t+1} d_{t+1} & = (1+r_{t+1})S_t^k + (M_{t+1} + \Pi_{t+1})s_t^m \end{cases}$$

Les agents peuvent investir leur épargne en créances sur les firmes ou en bien de capital de sorte qu'à l'équilibre le rendement des créances s'égalise à celui du capital :

$$1 + r_{t+1} = \frac{M_{t+1} + \Pi_{t+1}}{M_t} \tag{10}$$

Sous cette hypothèse, les choix intertemporels optimaux d'un agent sont donnés par :

$$c_t = \frac{(1-\theta)w_t}{p_t} \tag{11}$$

$$d_{t+1} = \theta \frac{(1+r_{t+1})w_t}{p_{t+1}} \tag{12}$$

$$s_t = S_t^k + M_t s_t^m = \theta w_t \tag{13}$$

4.2. **Les firmes**

Commençons par considérer le secteur fabriquant le bien de capital. Le profit de la firme représentative dans ce secteur est :

$$B_t^k = Y_t^k - w_t L_t^1 = (a - w_t)L_t^1$$

Clairement, à l'équilibre $w_t = a$.

Maintenant, considérons le secteur fabriquant le bien de consommation. Rappelons qu'il y a N firmes similaires. Dans ce qui suit, nous calculons l'équilibre de COURNOT-NASH symétrique du secteur en considérant les prix des facteurs comme donnés.

Le profit de la firme i s'écrit :

$$B_{i,t}^c = p_t Y_{i,t}^c - w_t L_{i,t}^2 - (1+r_t)K_{i,t}$$

Sa fonction de coût total minimum est :

$$C(Y_{i,t}^c, w_t, 1+r_t) = w_t^{1-\alpha}(1+r_t)^\alpha \alpha^{-\alpha}(1-\alpha)^{-(1-\alpha)} Y_{i,t}^c = \Omega_t Y_{i,t}^c \tag{14}$$

avec $\Omega_t \equiv w_t^{1-\alpha}(1+r_t)^\alpha \alpha^{-\alpha}(1-\alpha)^{-(1-\alpha)}$.

On désigne par D_t la valeur totale de la demande adressée au second secteur. Cette demande est supposée être parfaitement anticipée par les firme. Elle émane des agents jeunes ainsi que des agents âgés (lesquels désépargnent). A l'équilibre, à chaque date $t \geqslant 1$, nous avons donc [3] :

$$D_t = L_t p_t c_t + L_{t-1} p_t d_t = L_t(1-\theta)w_t + L_{t-1}\theta(1+r_t)w_{t-1} \tag{15}$$

L'équilibre sur le marché du bien de consommation est réalisé lorsque :

$$Y_t^c = \sum_{i=1}^N Y_{i,t}^c = L_t c_t + L_{t-1} d_t = \frac{D_t}{p_t} \tag{16}$$

Le profit de la firme i dans le secteur se ré-écrit avec (16) :

$$B_{i,t}^c = \frac{D_t}{Y_t^c} Y_{i,t}^c - \Omega_t Y_{i,t}^c \tag{17}$$

A l'équilibre de COURNOT-NASH symétrique, on vérifie que les firmes maximisent leurs profits en choisissant leurs quantités $Y_{i,t}^c$ de façon à ce que :

$$p_t = \frac{N}{N-1}\Omega_t \tag{18}$$

$\frac{N}{N-1}$ est le taux de marge obtenu par les firmes.

On vérifie que la somme des profits des firmes du second secteur est :

$$\Pi_t = \frac{Y_t^c}{N-1}\Omega_t \tag{19}$$

Des équations (18) et (19), on tire finalement :

$$p_t Y_t^c = N \Pi_t \tag{20}$$

4.3. L'équilibre général de l'économie avec oligopole

A chaque date t, il y a cinq marchés pour les cinq biens échangés dans l'économie : le bien de capital (qui sera offert en $t+1$), le bien de consom-

3. Le cas de la période $t = 0$ sera étudiée par la suite.

mation, le bien de capital (offert en t), le travail et les titres de créances sur les firmes du second secteur. A l'équilibre, l'offre s'égalise à la demande sur les cinq marchés :

$$Y_t^k = K_{t+1} = L_t S_t^k \tag{21}$$

$$Y_t^c = L_t c_t + L_{t-1} d_t \tag{22}$$

$$K_t = \sum_{i=1}^{N} K_{i,t} \tag{23}$$

$$L_t = L_t^1 + \sum_{i=1}^{N} L_{i,t}^2 \tag{24}$$

$$1 = L_t s_t^m \tag{25}$$

Notre objectif est maintenant de déterminer les prix d'équilibre. Nous allons procéder en deux temps. Nous verrons tout d'abord l'équilibre instantané. Nous allons montrer que tous les prix – à l'exception du salaire – sont des fonctions de m_t, c'est-à-dire de la valeur totale des créances sur les firmes rapportée au nombre de travailleurs. Nous étudierons alors l'équilibre dynamique en montrant que celui-ci se ramène à une équation de récurrence non-linéaire du premier ordre en m_t.

4.3.1. **L'équilibre instantané**

Pour $t > 0$, la production de biens de consommation doit être égale aux demandes exprimées par les agents jeunes et âgés (équation (22)) et nous avons :

$$\begin{aligned} Y_t^c &= L_t c_t + L_{t-1} d_t \\ &= \frac{L_t(1-\theta)w_t}{p_t} + \frac{\theta L_{t-1}(1+r_t)w_{t-1}}{p_t} \end{aligned}$$

$$p_t Y_t^c = a L_t((1-\theta) + \frac{\theta(1+r_t)}{1+n}) \tag{26}$$

A l'équilibre du marché du capital, nous avons d'après (23) $K_t = \sum_{i=1}^{N} K_{i,t}^2$. A l'équilibre de Cournot symétrique, nous pouvons écrire :

$$L_t^2/K_t = \left(\sum_{i=1}^{N} L_{i,t}^2\right) / \left(\sum_{i=1}^{N} K_{i,t}^2\right).$$

Des conditions de minimisation du coût total de chaque firme, nous tirons :

$$\begin{aligned} \frac{1+r_t}{p_t} &= \alpha(\frac{L_t^2}{K_t})^{1-\alpha} \\ \frac{w_t}{p_t} &= \frac{a}{p_t} = (1-\alpha)(\frac{K_t}{L_t^2})^{\alpha} \end{aligned}$$

de sorte que :

$$\frac{1+r_t}{w_t} = \frac{\alpha}{1-\alpha}\frac{L_t^2}{K_t}$$

En reportant l'expression de $\dfrac{1+r_t}{w_t}$ dans l'équation (19) donnant les profits totaux, il vient [4] :

$$\begin{aligned} \Pi_t &= \frac{Y_t^c}{N-1}\Omega_t \\ &= \frac{1}{N-1}(K_t)^{\alpha}(L_t^2)^{1-\alpha}w_t^{1-\alpha}(1+r_t)^{\alpha}\alpha^{-\alpha}(1-\alpha)^{-(1-\alpha)} \\ &= \frac{K_t(1+r_t)}{\alpha(N-1)} \end{aligned} \tag{27}$$

Des équations (20), (26) et (27), nous déduisons :

$$p_t Y_t^c = N\Pi_t = \frac{K_t N(1+r_t)}{\alpha(N-1)} = aL_t((1-\theta) + \frac{\theta(1+r_t)}{1+n}) \tag{28}$$

Il vient alors :

$$1+r_t = \frac{(1-\theta)a}{\dfrac{N}{\alpha(N-1)}k_t - \dfrac{a\theta}{1+n}} \tag{29}$$

Etudions maintenant l'équation d'équilibre sur les marchés d'actifs. Pour cela, additionnons les équations (21) et (25) (en multipliant les membres de cette dernière par M_t) ; en tenant compte du choix d'épargne optimal, il vient :

$$K_{t+1} + M_t = L_t s_t = L_t\theta a \tag{30}$$

En variables par travailleurs l'équation précédente s'écrit :

$$(1+n)k_{t+1} + m_t = \theta a \tag{31}$$

Cette dernière équation signifie que la valeur totale des actifs émis en t est égale à l'épargne constituée à cette même date.

Lorsque (31) et (29) sont vérifiées simultanément, la loi de Walras assure que l'équilibre sur le marché du travail (24) est réalisé.

Nous allons maintenant construire l'équation donnant la dynamique de l'économie.

En exprimant la condition d'arbitrage (10) en variable par travailleurs pour tout $t \geqslant 0$,

$$1+r_{t+1} = \frac{M_{t+1} + \Pi_{t+1}}{M_t}$$

il vient :

$$(1+r_{t+1})m_t = (1+n)(m_{t+1} + \frac{\Pi_{t+1}}{L_{t+1}}) \tag{32}$$

---

4. Rappelons que : $\Omega_t \equiv w_t^{1-\alpha}(1+r_t)^{\alpha}\alpha^{-\alpha}(1-\alpha)^{-(1-\alpha)}$

En utilisant les expressions Π_t (27), de $1+r_t$ (29) et $k_{t+1} = \dfrac{\theta a - m_t}{1+n}$ (31), et en ré-arrangeant l'équation (32), nous avons finalement :

$$m_{t+1} = \left(m_t(1+\frac{1}{\alpha(N-1)}) - \frac{\theta a}{\alpha(N-1)}\right) \frac{(1-\theta)a}{\theta a(\frac{N}{\alpha(N-1)}-1) - m_t\frac{N}{\alpha(N-1)}} \tag{33}$$

On notera qu'il n'y a pas de conditions initiales pour m_t (pour m_0). L'équation précédente est donc orientée vers le futur (*forward looking*). Ceci signifie que la valeur des créances aujourd'hui dépend de la valeur des créances demain et ainsi de suite...

Cette équation, une fois résolue à la date $t=0$, permet de déterminer les stocks de capital des dates $t \geqslant 1$ et donc l'ensemble des grandeurs d'équilibre, y compris le prix du bien de consommation et les profits.

La détermination du prix et des profits du second secteur est cependant différente. La différence principale entre la date zéro et une date t ultérieure est que : $L_{t-1}d_t = L_{t-1}\theta w_{t-1}(1+r_t)/p_t$ $(t \geqslant 1)$ tandis que $L_{-1}d_0 = (1+r_0)K_0 + M_0 + \Pi_0/p_0$ [5].

A la date zéro, l'équilibre sur le marché des biens de consommations est :

$$\begin{aligned} Y_0^c &= L_0c_0 + L_{-1}d_0 \\ &= L_0\frac{(1-\theta)a}{p_0} + \frac{(1+r_0)K_0 + M_0 + \Pi_0}{p_0} \end{aligned}$$

A la date zéro, nous avons encore : $p_0Y_0^c = N\Pi_0$ et $1+r_0 = \alpha(N-1)\Pi_0/K_0$. La condition d'équilibre du marché du bien de consommation est donc :

$$N\Pi_0 = L_0(1-\theta)a + \alpha(N-1)\Pi_0 + \Pi_0 + M_0$$

La valeur de $M_0 = L_0m_0$ est déterminée par l'équation orientée vers l'avant : (33). Cette valeur permet de calculer ensuite celles de Π_0, et l'on obtient alors celles de p_0 et $1+r_0$.

4.3.2. **L'équilibre dynamique**

Nous allons maintenant étudier l'équation (33) qui permet de déterminer l'équilibre dynamique de l'économie :

$$m_{t+1} = \left(m_t(1+\frac{1}{\alpha(N-1)}) - \frac{\theta a}{\alpha(N-1)}\right) \frac{(1-\theta)a}{\theta a(\frac{N}{\alpha(N-1)}-1) - m_t\frac{N}{\alpha(N-1)}}$$

---

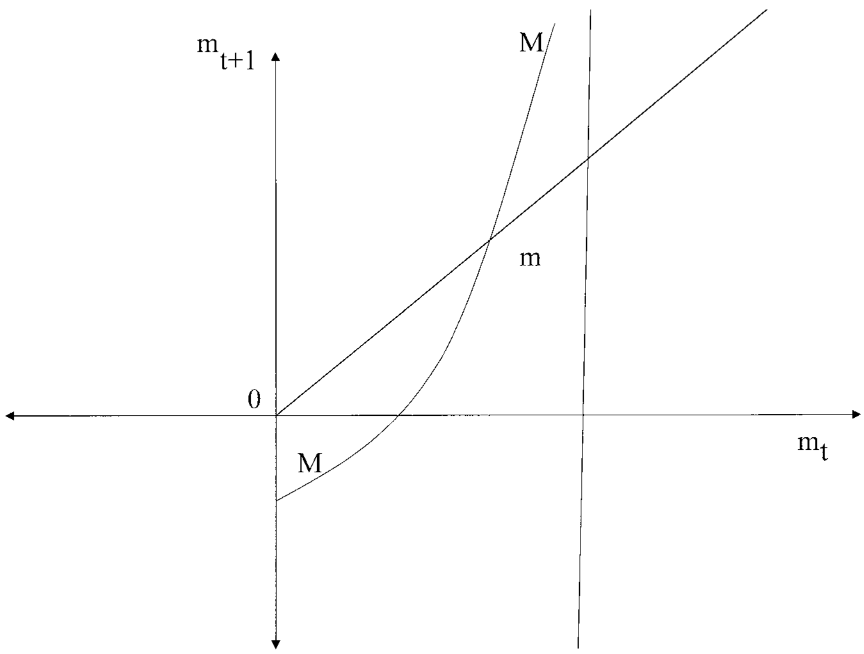
5. Mais il reste vrai que $L_{t-1}d_t = \dfrac{(1+r_t)K_t + M_t + \Pi_t}{p_t}$. Ces affirmations découlent de l'observation des contraintes budgétaires des agents à la date zéro.

Nous avons vu qu'il n'existait pas de condition initiale pour cette équation. Il existe donc *a priori* un nombre infini de solutions (il suffit de prendre n'importe quelle valeur de m_0). Nous allons cependant montrer qu'il n'existe qu'une seule solution économiquement raisonnable : la trajectoire constante $m_t = m_{t+1} = m$.

Le graphe de la fonction $\phi(.)$ exprimant m_{t+1} en fonction de m_t ($m_{t+1} = \phi(m_t)$) est représenté sur le graphique 1 par la courbe MM [6].

GRAPHIQUE 1

Dynamique de m_t



On s'aperçoit que la seule trajectoire avec des valeurs positives et bornées qui soit solution de l'équation précédente est la trajectoire constante $m_{t+1} = m_t = m$, *i.e.* le point fixe de $\phi(.)$ [7]. La solution constante m est un équilibre instable : on ne l'atteint jamais si l'on a m_0 est différent de m. Or tout choix d'une condition initiale différente conduit à une dynamique économiquement peu pertinente. Ou $m_0 < m$ et inévitablement nous aurons $m_t < 0$ à partir d'une date t finie, mais ceci n'a pas de sens puisque la valeur d'une firme est nécessairement positive ; ou $m_0 > m$ et $m_t \to +\infty > a$ ce qui est impossible puisque la valeur du salaire finançant l'épargne est finie (les agents ne peuvent pas acquérir de firmes dont la valeur dépasse celle de leur salaire).

---

6. L'ordonnée à l'origine égale à $-(1-\theta)/(N-\alpha(N-1))$. L'abscisse de l'asymptote verticale est égale à $a\theta(1-(\alpha(N-1)/N))$.
7. Graphiquement, m est le point d'intersection entre le graphe de $\phi(.)$, la courbe MM et la droite à 45°.

L'instabilité de l'équilibre stationnaire assure la stabilité de l'équilibre économique : cette instabilité permet une coordination des anticipations des agents sur la seule trajectoire économiquement pertinente [8]. L'argument utilisé ici est une application au cas d'une dynamique à une dimension de la propriété de point-selle utilisée dans les dynamiques avec des dimensions plus grandes.

Des considérations précédente, nous tirons le lemme :

> LEMME : A chaque période $t \geqslant 0$, la valeur d'équilibre des firmes du secteur oligopolistique est constante et donnée par l'équation (34)
>
> La valeur stationnaire de m_t, m est :
>
> $$(34) \quad m = \left[\sqrt{\Delta} - \left(1 + \frac{1}{\alpha(N-1)} + \frac{\theta}{1-\theta}(1 - \frac{N}{\alpha(N-1)})\right)\right] \frac{\alpha a(N-1)(1-\theta)}{2N}$$
>
> où :
>
> $$(35) \quad \Delta = \left(1 + \frac{\theta}{1-\theta} + \frac{1}{\alpha(N-1)}(1 - \frac{N\theta}{1-\theta})\right)^2 + \frac{4N\theta}{\alpha(1-\theta)(N-1)^2}$$

La valeur d'équilibre de m permet de déterminer les autres grandeurs de l'économie par substitution dans les équations d'équilibre.

Les principales équations satisfaites par un équilibre général à chaque date $t > 0$ sont donc :

$$m = \left[\sqrt{\Delta} - \left(1 + \frac{1}{\alpha(N-1)} + \frac{\theta}{1-\theta}(1 - \frac{N}{\alpha(N-1)})\right)\right] \frac{\alpha a(N-1)(1-\theta)}{2N}$$

$$k = \frac{\theta a - m}{1+n}$$

$$1 + r = \frac{a(1-\theta)}{\frac{\theta a}{1+n}(\frac{N}{\alpha(N-1)} - 1) - \frac{m}{1+n}\frac{N}{\alpha(N-1)}}$$

$$\pi = \frac{1}{\alpha(N-1)} \frac{\theta a - m}{1+n} \frac{a(1-\theta)}{\frac{\theta a}{1+n}(\frac{N}{\alpha(N-1)} - 1) - \frac{m}{1+n}\frac{N}{\alpha(N-1)}}$$

L'équilibre à la date zéro est un peu différent (*cf.* ci-dessus) puisque k_0 est donné. Ceci implique que l'économie rejoint l'équilibre stationnaire en une période. La dynamique d'équilibre est donc très simple. Cette simplicité résulte des hypothèses particulières que nous avons adoptées (l'hypothèse

8. C'est l'argument développé initialement par SARGENT et WALLACE [1973]. Des développements plus contemporains peuvent être trouvés par exemple dans AZARIADIS [1993], pages 27-30 ou MICHEL et WIGNIOLLE [1993].

d'une fonction de production linéaire dans le secteur produisant le bien de capital simplifie considérablement l'analyse en fixant le salaire réel).

Une conséquence intéressante du lemme ci-dessus est que dans une économie avec oligopole et un nombre fini de firmes le stock de capital d'équilibre est toujours strictement inférieur au stock de capital de la règle d'or. Pour s'en apercevoir, il suffit de regarder l'équation (10) exprimée en variables par jeunes agents.

$$(1 + r_t)m_t = (1 + n)(m_{t+1} + \pi_{t+1}) \tag{36}$$

A l'équilibre stationnaire nous vérifions :

$$m = \frac{(1 + n)\pi}{r - n} \tag{37}$$

Comme les valeurs d'équilibres de m et π sont positives et finies, ceci entraîne $r > n$, *i.e.* il y a sous-capitalisation.

L'observation de l'équation (36) montre que si l'on avait à chaque période t, $n > r_t$, la valeur des titres serait infinie et dépasserait le salaire touché par les agents jeunes. Ceux-ci seraient donc dans l'impossibilité d'acquérir des titres et l'équilibre général ne pourrait pas être réalisé.

Nous en concluons qu'un secteur oligopolistique empêche la sur-capitalisation. Les créances sur les oligopoles constituent en effet un actif supplémentaire sur lequel peut se porter l'épargne des agents. A l'équilibre, les titres donnant droit à recevoir les profits de l'oligopole évincent le capital du portefeuille détenu par les agents. L'accumulation du capital est donc réduite ce qui évite la sur-capitalisation. De ce point de vue, les oligopoles ont un effet semblable à celui de la terre, des bulles ou la dette publique sur l'accumulation du capital.

Il existe cependant une différences importante entre les titres de propriété des firmes de l'oligopole et les autres actifs tels que la terre, les bulles ou la dette publique [9]. En effet, de par leur existence, les oligopoles sont à l'origine d'une mauvaise allocation des ressources puisque les prix ne reflètent plus les coûts marginaux. Les oligopoles comportent donc un avantage : ils évitent la sur-accumulation du capital, c'est-à-dire une mauvaise allocation dynamique des ressources ; ils entraînent un inconvénient : la mauvaise allocation statique des ressources. Il est donc légitime de se demander quel est l'effet net sur le bien-être. Pour en juger, nous aurons besoin d'une allocation de référence, *i.e.* l'allocation à l'équilibre concurrentiel.

4.4. **Une allocation de référence : l'équilibre concurrentiel**

On reprend l'étude de l'équilibre en supposant que les deux secteurs de production sont concurrentiels ; les profits sont donc nuls dans les deux secteurs. A l'équilibre concurrentiel, l'équation d'équilibre du marché pour le

9. Il existe en outre une différence entre d'une part les bulles et la dette publique et d'autre part la terre et les titres de propriétés de firmes en oligopoles. En effet, contrairement aux bulles et à la dette, la terre et les titres sont des actifs productifs.

bien de capital est maintenant : $K_{t+1} = L_t \theta w_t$. Cette équation peut se s'écrire également $k_{t+1} = k_e = \dfrac{\theta a}{1+n}$. On voit ainsi qu'il y a sous-capitalisation par rapport à la règle d'or (équation (9)) si $\theta < \alpha$ et sur-capitalisation sinon. Les autres grandeurs s'obtiennent facilement à partir de la valeur de k_e.

5 Oligopole et Bien-être

Nous consacrons cette section à la comparaison des avantages et inconvénients d'un secteur oligopolistique. Cette étude repose sur l'analyse des effets en équilibre général d'un accroissement du nombre de firmes de l'oligopole. Nous nous intéressons particulièrement aux effets d'un accroissement de la taille de l'oligopole sur le stock de capital et le bien-être. Nous commençons par calculer ce dernier à l'équilibre.

5.1. Etude du Bien-être à l'équilibre général d'une économie avec oligopole

Avec les expressions de la fonction d'utilité intertemporelle (1) et celles des fonctions de demande (11) et (12) nous pouvons calculer la fonction d'utilité indirecte :

$$V(p,r) = (1-\theta)\ln(1-\theta) + \ln w - \ln p + \theta \ln(1+r) \tag{38}$$

Nous savons qu'à l'équilibre $w_t = a$ et que,

$$\frac{1+r_t}{p_t} = \alpha\left(\frac{L_t^2}{K_t}\right)^{1-\alpha}$$
$$\frac{w_t}{p_t} = \frac{a}{p_t} = (1-\alpha)\left(\frac{K_t}{L_t^2}\right)^{\alpha}$$

On en déduit donc que :

$$H\left(\frac{K_t}{L_t^2}\right) = V\left(p\left(\frac{K_t}{L_t^2}\right), r\left(\frac{K_t}{L_t^2}\right)\right) = C + (\alpha-\theta) \times \ln\frac{K_t}{L_t^2} \tag{39}$$

où C est une constante.

Il est commode finalement d'exprimer l'utilité indirecte en fonction de k. Or :

$$\frac{K_t}{L_t^2} = \frac{K_t}{L_t - L_t^1} = \frac{K_t}{L_t - \dfrac{K_{t+1}}{a}} = \frac{ak}{a-(1+n)k} \tag{40}$$

Il vient donc,

$$BE(k) = H\left(\frac{K_t}{L_t^2}(k)\right) = C + (\alpha-\theta)\ln\frac{ak}{a-(1+n)k} \tag{41}$$

Le bien-être à l'équilibre BE est donc une fonction croissante de k si et seulement si $\alpha > \theta$. Nous nous intéressons aux effets d'un accroissement de N sur le bien-être ; pour cela, nous étudions les effets de cet accroissement sur k.

5.2. **Effets d'un accroissement du nombre de firmes *N* sur le stock de capital et la valeur des firmes de l'oligopole à l'équilibre général**

Nous reprenons de façon légèrement différente l'analyse de l'équilibre stationnaire.

Nous utilisons les équations (10) (exprimée en variables par travailleurs) et (31).

Nous avons donc :

$$1 + r_{t+1} = \frac{(1+n)(m_{t+1} + \pi_{t+1})}{m_t}$$
$$(1+n)k_{t+1} + m_t = a\theta$$

Nous avons vu que les profits par tête et le taux d'intérêt s'expriment par les équations :

$$\pi_t = \frac{\Pi_t}{L_t} = \frac{k_t(1+r_t)}{\alpha(N-1)}$$
$$1 + r_t = \frac{a(1-\theta)}{\dfrac{N}{\alpha(N-1)}k_t - \dfrac{a\theta}{1+n}}$$

En reportant ces expressions dans l'avant-dernier système, nous trouvons deux équations qui permettent d'exprimer (k,m) à l'équilibre stationnaire. Ces deux équations sont :

(42) $$k = \frac{\alpha a(N-1)m}{(1+n)(a(1-\theta) + Nm))}$$

(43) $$k = \frac{a\theta - m}{1+n}$$

Nous allons analyser comment les solutions en (k,m) de ce système d'équations varient en fonction de N. Il est commode de distinguer trois cas : $\alpha > \theta$, $\alpha < \theta$ et $\alpha = \theta$.

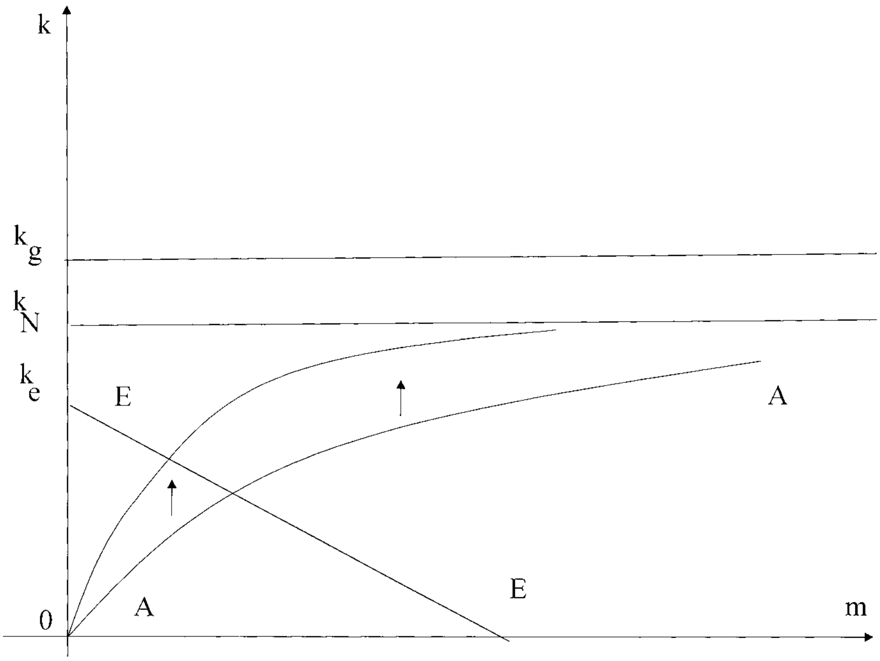
5.3. **Cas $\alpha > \theta$ (équilibre concurrentiel avec sous-capitalisation)**

Lorsque les paramètres α et θ satisfont l'inégalité $\alpha > \theta$, l'équilibre concurrentiel est caractérisé par la sous-capitalisation par rapport au stock de capital de la règle d'or.

Les équations (42) et (43) sont représentées sur le graphique 2 [10].

GRAPHIQUE 2

Cas d'un équilibre concurrentiel avec sous-capitalisation



Sur ce graphique, $k_e = \dfrac{\theta a}{1+n}$ est la valeur du capital à l'équilibre concurrentiel stationnaire, $k_g = \dfrac{\alpha a}{1+n}$ est le stock de capital de la règle d'or, $k_N = \dfrac{\alpha a(N-1)}{(1+n)N}$ est l'ordonnée de l'asymptote horizontale vers laquelle tend k lorsque l'on fait tendre m vers l'infini dans (42). La droite d'ordonnée à l'origine k_e, la courbe EE, représente le graphe de l'équation (43), la courbe AA représente l'équation d'arbitrage (42).

Lorsque N augmente la courbe AA représentant l'équation d'arbitrage (42) se déplace vers le haut (*cf.* le sens des flèches sur le graphique). Le point d'intersection des deux courbes représentant les équations (42) et (43), c'est-à-dire l'équilibre stationnaire en $(k,\ m)$ – se caractérise par une valeur des créances plus faibles et un stock de capital plus fort.

L'intuition de ce résultat est la suivante : lorsque le nombre de firmes de l'oligopole augmente, la concurrence en quantités devient plus vive ce qui aboutit à une baisse des prix et donc des profits. La valeur des firmes de l'oligopole diminue. L'épargne des agents est inchangée – c'est une proportion

10. Nous supposons que N est assez grand, *i.e* $N \geqslant \dfrac{\alpha}{\alpha-\theta}$ de sorte que $\dfrac{\alpha a(N-1)}{(1+n)N} \geqslant \dfrac{\theta a}{1+n}$.

constante du salaire dont la valeur réelle est fixe – mais sa composition est modifiée. L'investissement en bien de capital occupe une place plus grande au fur et à mesure que la valeur des profits et donc des créances diminue. L'effet d'éviction du capital par les créances sur les firmes de l'oligopole est donc moindre. L'allocation du facteur travail entre les deux secteurs est également modifiée. En effet, comme $(1+n)k = a\frac{L_t^1}{L_t}$, une augmentation de N conduit à un transfert de la main-d'œuvre du deuxième secteur vers le premier. Ceci permet de produire plus de capital. Ce transfert est la conséquence de la diminution du ratio coût du capital sur coût du travail après un accroissement de N (on a en effet : $1 + r_t/w_t = (\alpha/(1-\alpha))(L_t^2/K_t)$ qui est une fonction décroissante de k. Le travail devenant relativement plus cher que le capital, le second secteur substitue celui-ci à celui-là.

Que se passe-t-il lorsque le nombre de firmes tend vers l'infini ? Le mouvement identifié plus haut s'intensifie. A la limite, le point d'intersection des deux courbes est $(k,m) = (\frac{a\theta}{1+n},0)$. Par conséquent, l'équilibre avec oligopole tend vers l'équilibre concurrentiel.

Reste à étudier l'évolution du bien-être en fonction du nombre de firmes. Nous savons que lorsque N augmente le stock de capital augmente. Par hypothèse, $\theta < \alpha$. Utilisant (41), on en déduit que lorsque N augmente, l'utilité indirecte et donc le bien-être des agents augmentent à l'équilibre stationnaire [11]. On retrouve donc le résultat de LAITNER [1982].

Nous avons donc démontré la proposition suivante.

PROPOSITION 1 : Sous l'hypothèse $\theta < \alpha$, la valeur des créances sur les firmes m est une fonction décroissante du nombre N de firmes dans l'oligopole. Le stock de capital k et le bien-être à l'équilibre sont des fonctions croissantes de N. De plus, lorsque $N \to \infty$ la limite de la valeur des créances est nulle et la limite du stock de capital par jeunes agents est égale à la valeur de celui-ci à l'équilibre concurrentiel.

$$\lim_{N \longrightarrow \infty} m(N) = 0$$

$$\lim_{N \longrightarrow \infty} k(N) = \frac{\theta a}{1+n}$$

5.4. **Cas $\theta > \alpha$ (équilibre concurrentiel avec sur-capitalisation)**

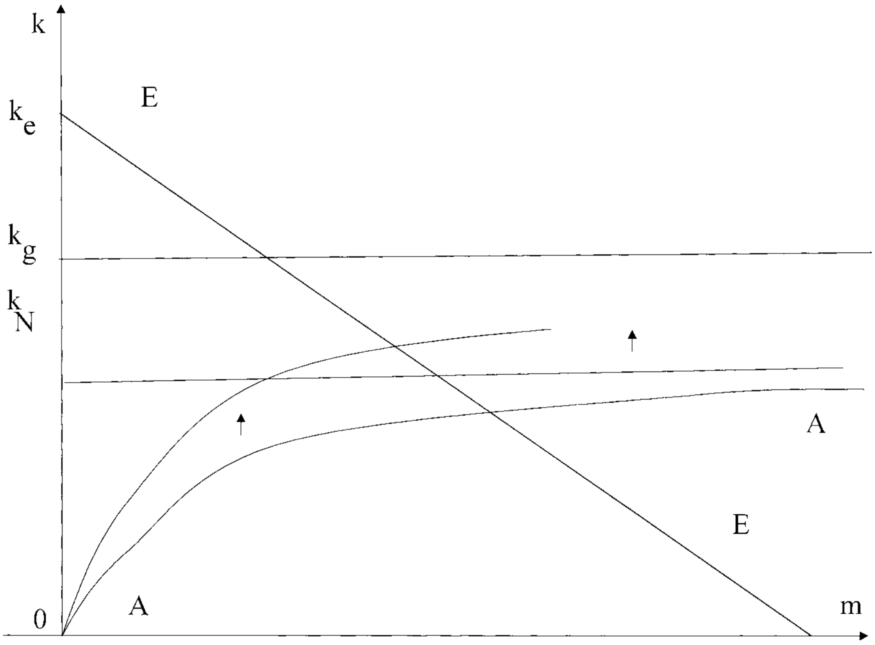
Lorsque les paramètres vérifient cette inégalité, l'équilibre concurrentiel est caractérisé par une sur-capitalisation par rapport au stock de capital de la règle d'or.

11. Notons cependant, que la génération d'agents âgés vivant au moment précis où se produit l'accroissement subit une perte d'utilité puisque la valeur de ses créances baisse.

Le graphique 3 illustre les graphes correspondant aux fonctions définies par les équations (42) et (43). Les variables sont celles utilisées pour le graphique 2.

GRAPHIQUE 3

Cas d'un équilibre concurrentiel avec sur-capitalisation



Que se passe-t-il lorsque le nombre de firme N augmente ? De nouveau, la courbe AA associée à l'équation (42) se déplace vers le haut (*cf.* sens des flèches sur le graphique). Le nouveau point d'intersection est donc caractérisé par une valeur moindre des créances sur les firmes et un stock de capital par travailleurs plus fort.

Lorsque $N \to +\infty$, le point d'intersection se déplace jusqu'au point $(a(\theta - \alpha), \dfrac{\alpha a}{1+n})$. Par conséquent, la valeur des créances ne s'annule pas lorsque le nombre de firme du second secteur devient infiniment grand. Comme les profits de ces firmes s'annulent, on en déduit qu'une bulle se forme sur la valeur des créances des firmes du secteur fabriquant le bien de consommation. De plus, à la limite, le stock de capital tend vers le stock de capital de la règle d'or.

Pour comprendre l'existence de bulles à la limite dans le cas $\theta > \alpha$ considérons la reformulation suivante de l'équation (10) à l'équilibre stationnaire :

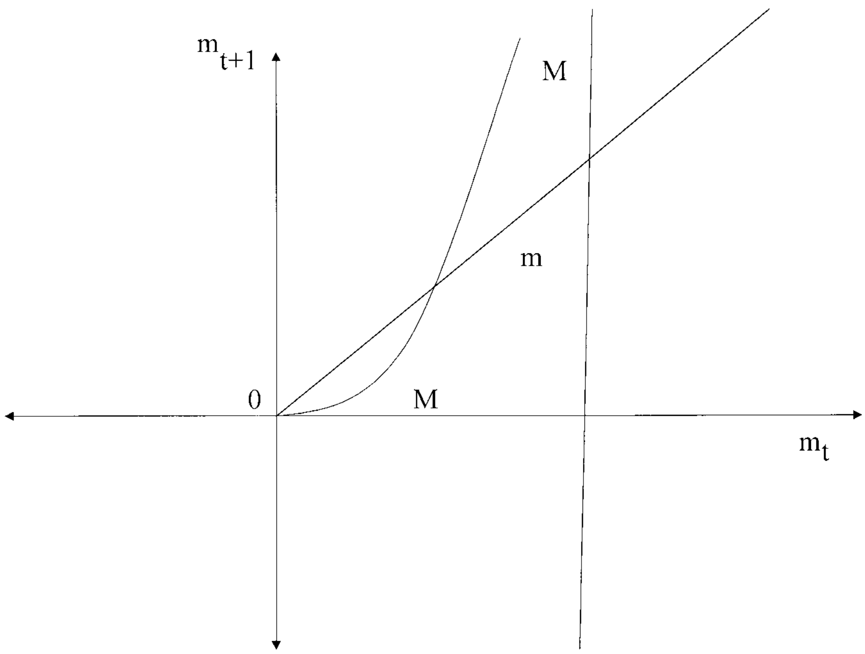
$$m = \frac{1+n}{r-n}\pi \tag{44}$$

Sous l'hypothèse $\theta > \alpha$ lorsque $N \to +\infty$, $r \to n$ et π s'annule. Donc la limite de m est a priori indéterminée $(\frac{0}{0})$ ce qui rend possible que m tende vers une valeur strictement positive. L'intuition du résultat est la suivante. La valeur d'un titre aujourd'hui dépend de sa valeur de revente et des profits à recevoir demain. Lorsque les profits disparaissent, la valeur d'un titre aujourd'hui ne dépend plus que de sa valeur de revente demain. On peut le revendre demain $(1+n)$ sa valeur aujourd'hui puisqu'il y aura un nombre $(1+n)$ fois plus grand d'épargnants (n est le taux d'intérêt biologique de Samuelson). Mais, en raison des possibilités d'arbitrage, le seul taux d'intérêt compatible avec l'achat de capital et de titre à l'équilibre est $r = n$.

L'observation du graphique 4 qui représente le graphe de l'équation (33) pourrait faire penser que 0 est une limite de m lorsque $N \to +\infty$. En fait, comme le montre la discussion précédente, 0 est un équilibre stationnaire de la dynamique en m_t mais ce n'est pas l'équilibre vers lequel tend l'économie lorsque le nombre s'accroît sans limite. $m = a(\theta - \alpha)$ est la limite des équilibres instables de la dynamique en m_t lorsque $N \to +\infty$, c'est donc la limite des équilibres sur lesquels les agents peuvent se coordonner. Or 0 est un équilibre stable et il y a une infinité de trajectoires d'équilibre avec $0 \leqslant m_0 < m = a(\theta - \alpha)$ qui converge vers cet équilibre (voir le graphique 4). Il y a donc une multiplicité d'équilibres possibles ce qui rend impossible la coordination des anticipations. Ces trajectoires correspondent aux équilibres asymptotiquement sans bulle de TIROLE [1985] et leur équilibre limite est alors l'équilibre concurrentiel stationnaire avec sur-capitalisation. L'équilibre limite sur lequel les anticipations des agents se coordonnent est $m = a(\theta - \alpha)$ (cet équilibre est localement instable et correspond à l'équilibre avec bulles de TIROLE [1985]).

GRAPHIQUE 4

Dynamique de m_t. Cas N infini.



Comment varie le bien-être en fonction de N ? Comme $\theta > \alpha$ et que le stock de capital diminue, on déduit de l'équation (41) que le bien-être à l'équilibre stationnaire baisse lorsque le nombre de firme augmente. A la limite, lorsque le nombre de firmes tend vers plus l'infini, le bien-être décroît vers l'optimum de Samuelson.

Quelle est l'intuition de ce résultat ? Lorsque θ est relativement grand, les agents accordent davantage de poids à leurs consommations futures qu'à leurs consommations présentes. Ces consommations sont financées par le produit de leur épargne, c'est-à-dire une fraction de leur salaire réel de première période multipliée par le facteur d'intérêt. Formellement :

$$\frac{\theta(1+r)w}{p} = \theta a\alpha(\frac{L_t^2}{K_t})^\alpha = \theta a\alpha(\frac{a-(1+n)k}{ak})^\alpha$$

Le produit de l'épargne est une fonction décroissante de k. La consommation de première période de vie est une fraction constante du salaire réel :

$$\frac{(1-\theta)w}{p} = (1-\theta)(1-\alpha)(\frac{K_t}{L_t^2})^\alpha = (1-\theta)(1-\alpha)(\frac{ak}{a-(1+n)k})^\alpha$$

Cette consommation est une fonction croissante de k. Autrement dit, lorsque k augmente la consommation de première période de vie augmente tandis que la consommation de seconde période de vie diminue : comme les agents accordent relativement plus d'importance à celle-ci, leur utilité baisse. Lorsque N augmentent, le salaire réel augmente mais le taux d'intérêt réel diminue. Les agents préfèrent donc un salaire réel plus faible et un taux d'intérêt fort à la situation inverse.

Résumons les résultats obtenus.

PROPOSITION 2 : Sous l'hypothèse $\theta < \alpha$, la valeur des créances sur les firmes m et le bien-être à l'équilibre sont des fonctions décroissantes du nombre N de firmes dans l'oligopole. Le stock de capital k à l'équilibre est une fonction croissante de N. De plus, on vérifie que lorsque $N \to \infty$ la valeur des créances tend vers $a(\theta - \alpha)$ (les créances sur les firmes deviennent une bulle) et la valeur du stock de capital par jeunes agents tend vers celle prise à la règle d'or.

$$\lim_{N\longrightarrow\infty} m(N) = a(\theta-\alpha)$$

$$\lim_{N\longrightarrow\infty} k(N) = \frac{a\alpha}{1+n} = k^g$$

Nous pouvons maintenant comparer le bien-être à l'équilibre avec oligopole à l'équilibre concurrentiel.

PROPOSITION 3 : Sous l'hypothèse $\theta > \alpha$ une économie avec oligopole engendre un bien-être strictement supérieur à celui atteint à l'équilibre concurrentiel.

Preuve : Nous savons que l'équilibre concurrentiel sous les hypothèses de la proposition est caractérisé par une sur-capitalisation. Le taux d'intérêt est inférieur au taux de croissance de la population. D'après l'équation (41), le bien-être à l'équilibre stationnaire (concurrentiel ou avec oligopole) est une fonction décroissante du capital. Par conséquent, le bien-être à l'équilibre avec oligopole est toujours plus élevé que celui obtenu à l'équilibre concurrentiel. □

L'équilibre concurrentiel est donc toujours dominé par l'équilibre avec oligopole dans le cas où celui-là est caractérisé par une sur-accumulation du capital. Nous savons que les oligopoles entraînent une mauvaise allocation statique des ressources (les taux de transformation des produits n'étant plus égaux aux taux marginaux de substitution). Nous savons que les oligopoles peuvent améliorer l'allocation dynamique des ressources en réduisant la sur-capitalisation. La proposition précédente illustre un cas où les conséquences dynamiques positives l'emportent toujours sur les conséquences statiques négatives. Les deux propositions précédentes complètent l'analyse de bien-être de Laitner.

5.5. **Cas $\theta = \alpha$ (coïncidence de l'équilibre concurrentiel et de l'optimum de Samuelson)**

Nous sommes dans le cas où l'équilibre concurrentiel coïncide avec l'optimum de Samuelson : l'accumulation du capital se fait selon la règle d'or (la productivité marginale du capital est égale au taux d'intérêt). Un examen de l'équation (41) montre que le bien-être des agent n'est plus sensible aux variations du stock de capital. Par conséquent, le passage de l'équilibre concurrentiel à l'équilibre avec oligopole n'affecte pas les agents. Les agents perdent en revenus salariaux ce qu'ils gagnent en taux d'intérêt lorsque l'on passe d'un équilibre concurrentiel à un équilibre avec oligopole.

6 Conclusion

Cet article a été consacré à l'étude des effets macro-dynamique des oligopoles.

Nous avons montré que les titres de créances sur les oligopoles constituent un moyen supplémentaire (en plus de la terre, de la dette, des systèmes de retraites par répartition, des bulles) de réduire une sur-capitalisation éventuelle à l'équilibre concurrentiel.

Nous avons également montré que lorsque l'équilibre concurrentiel est caractérisé par une sous-capitalisation par rapport à la règle d'or, un accroissement du nombre de firmes de l'oligopole réduit leurs profits, augmente le stock de capital et l'utilité intertemporelle à l'équilibre stationnaire. Lorsque le nombre de firmes de l'oligopole tend vers l'infini, l'équilibre stationnaire tend vers l'équilibre concurrentiel.

Lorsque l'équilibre concurrentiel est caractérisé par une sur-capitalisation par rapport au stock de capital de la règle d'or, un accroissement du nombre de firmes dans l'oligopole augmente le stock de capital, réduit les profits et l'utilité intertemporelle. La valeur des créances sur les firmes de l'oligopole ne tend cependant pas vers zéro lorsque le nombre de ces dernières tend vers l'infini. Il apparaît donc une bulle sur ces créances et la limite de l'équilibre stationnaire lorsque le nombre de firmes tend vers l'infini n'est pas l'équilibre concurrentiel mais l'optimum d'Allais-Diamond-Samuelson. Autrement dit, la règle d'or est atteinte à la limite. Enfin, l'utilité intertemporelle des agents est supérieure à celle qu'ils ont à l'équilibre concurrentiel stationnaire.

Cet article repose sur des hypothèses qui rendent l'analyse éventuellement particulière. Une voie de recherche immédiate consisterait à reprendre l'analyse dans un cadre plus général et ou en introduisant d'autres formes de concurrence. En effet, la concurrence imparfaite peut s'expliquer par l'existence de coûts fixes ou de barrières à l'entrée dont la prise en compte pourrait modifier les conclusions obtenues dans cet article.

• Références bibliographiques

ALLAIS, M. (1947). – *Economie et intérêt*. Imprimerie nationale, Paris.

AZARIADIS, C. (1993). – *Intertemporal Macroeconomics*, Blackwell, Cambridge.

BLANCHARD, O.J. (1985). – "Debt, Deficits, and Finite Horizons", *Journal of Political Economy*, 93, pp. 1069-1087.

DIAMOND, P. (1965). – "National Debt in a neoclassical Growth Model". *American Economic Review,* 55, pp. 1126-1150.

EATON, J. (1989). – "Monopoly Wealth and International Debt", *International Economic Review*, Vol. 30, 1, pp. 33-48.

HOMBURG, S. (1992). – *Efficient Economic Growth*, Springer Verlag, Economic Studies.

LAITNER, J. (1982). – "Monopoly and Long-run Capital Accumulation", *Bell Journal of Economics*, 13, pp. 143-158.

MICHEL, P., WIGNIOLLE, B. (1993). – "Une présentation simple des dynamiques complexes", *Revue Economique*, 44, pp. 885-911.

SAMUELSON, P.A. (1958). – "An Exact Consumption-Loan Model of Interest with or without the Social Contrivance of Money", *Journal of Political Economy*, 66, pp. 467-482.

SAMUELSON, P.A. (1975). – "Optimum Social Security in a Life Cycle Growth Model", *International Economic Review*, 16, 3, pp. 539-544.

SAMUELSON, P.A. (1979). – "Land and the Rate of Interest", in *Theory for Economic Efficiency: Essays in Honor of Abba P. Lerner*, H.I. GREENFIELD, A.M. LEVENSON, W. HAMOVITCH, E. ROTWEIN editors, The M.I.T. Press, Cambridge, Massachusetts.

SARGENT, T., WALLACE, N. (1973). – "The stability of models of money and growth", *Econometrica*, 41, pp. 1043-1048.

TIROLE, J. (1985). – "Asset Bubbles and Overlapping Generations", *Econometrica*, 53, pp. 1071-1100.

ZEIRA, J. (1987). – "Risk Reducing Fiscal Policies and Economic Growth", in *Economic Policy in Theory and Practice: Essays in Memory of Abba Lerner*, A. RAZIN and E. SADKA editeurs, London, Macmillan.