ANNALES D'ÉCONOMIE ET DE STATISTIQUE. – N° 52 — 1998

Dynamique comparative et substitution intertemporelle Une analyse dans les modèles de cycle de vie et d'équilibre intertemporel

Xavier FAIRISE*

RÉSUMÉ. – L'objectif de cet article est de caractériser les effets de substitution intertemporelle dans le cadre dynamique d'équilibre général du modèle canonique des cycles réels. Précisément, on propose de prolonger les résultats de dynamique comparative à λ donné issus de la littérature du cycle de vie à un cadre d'équilibre général. Ceci permet en particulier de déterminer dans quelle mesure l'élasticité frischienne de l'offre de travail (l'effet d'une variation du salaire sur l'offre de travail à utilité marginale de la richesse λ constante) utilisée pour caractériser les effets de substitution intertemporelle dans les modèles de cycle de vie caractérise également de tels effets dans les modèles de cycles réels.

Comparative Dynamics and Intertemporal Substitution

ABSTRACT. – The aim of this article is to characterize the intertemporal substitution effects in the dynamical general equilibrium framework of the canonical real business cycle model. Precisely, we propose to extend the λ constant comparative dynamic results of the life cycle literature to a general equilibrium framework. This allows us to determine to what extent the frischian labor supply elasticity (the effect of a wage variation on the labor supply, the marginal utility of wealth λ being constant) used to characterize the intertemporal substitution effect in life cycle models also characterizes such an effect in real business cycle models.

* X. FAIRISE : Université d'Angers, GEAPE, EUREQUA, Université de Paris I et THEMA, Université de Cergy-Pontoise. Je remercie particulièrement A. d'Autume pour les nombreuses discussions que nous avons eues au sujet de cet article. Cet article doit aussi beaucoup aux conseils et critiques formulées par J.O. Hairault et F. Langot. J'ai également bénéficié des conseils et suggestions de J. Glachant et de nombreuses discussions avec J. Chateau, lesquelles ont permis de clarifier plusieurs points de cet article. Je tiens également à remercier deux rapporteurs anonymes de la revue pour leurs précieuses suggestions. Je remercie particulièrement J.P. Laffargue dont les conseils et suggestions ont permis d'améliorer la qualité de cet article.

1 Introduction

La notion de substitution intertemporelle joue un rôle fondamental en macro-économie. Les enjeux qui l'entourent sont considérables et elle renvoit à un grand nombre de controverses. Le degré de substitution intertemporelle occupe ainsi une place centrale dans les modèles de cycles de vie sur la consommation et l'offre de travail (*Cf.* HECKMAN [1974], MACURDY [1981]), les modèles de cycles réels (*Cf.* KYDLAND et PRESCOTT [1982], KING, PLOSSER et REBELO [1988], ou encore dans la littérature relative à la taxation optimale (*Cf.* JUDD [1987], CHATEAU [1997]). Néanmoins, l'hypothèse de substitution intertemporelle est controversée. Son réalisme et sa pertinence empirique font l'objet de débats. Elle pose également des problèmes d'ordre méthodologique, surtout lorsqu'elle s'insère dans un cadre dynamique complexe.

La controverse sur l'hypothèse de substitution intertemporelle est particulièrement vive au sujet de l'explication qu'elle offre des fluctuations du marché du travail. L'objectif est alors d'expliquer le fait stylisé selon lequel les fluctuations cycliques de l'emploi sont supérieures à celles du salaire réel. Les fluctuations de l'emploi ont alors pour origine celles du salaire auxquelles les agents répondent optimalement en modifiant leur offre de travail. Ainsi, lorsqu'un choc induit une hausse transitoire du salaire réel, les agents sont incités à accroître temporairement leur offre de travail contemporaine. Les agents opèrent une substitution d'une période à l'autre entre le travail et le loisir en fonction des niveaux de salaire qu'ils anticipent. Mentionnons que l'introduction de l'hypothèse de substitution intertemporelle est due aux travaux de LUCAS et RAPPING [1969]. L'objectif poursuivi est d'expliquer la forte baisse de l'emploi (et donc la montée du chômage) observée aux Etats-Unis durant les années trente à partir de la baisse du salaire réel durant cette période. On perçoit dès lors les limites d'une telle théorie. Pour être valable d'un point de vue empirique, elle doit être en mesure d'expliquer comment de petites variations cycliques du salaire réel peuvent engendrer d'importantes fluctuations de l'emploi.

Au-delà des critiques portant sur son réalisme ou la vision du marché du travail qu'elle implique, l'hypothèse de substitution intertemporelle pose également un certain nombre de problèmes d'ordre méthodologique. Ceci est plus particulièrement le cas avec les modèles dynamiques d'équilibre général. Les interprétations en termes d'effets de substitution et richesse sont extrêmement utiles et aident à la compréhension des mécanismes sous-jacents à ces modèles. Ainsi, la notion de substitution intertemporelle a permis de préciser dans les modèles de cycles réels suivant quels mécanismes se propagent les chocs perturbant l'économie. Un autre domaine d'application privilégié est représenté par l'évaluation des conséquences des politiques fiscales dans un cadre d'équilibre intertemporel tel que le modèle de croissance néo-classique (*Cf.* CHATEAU [1997]). S'il est fructueux, ce mode d'interprétation des modèles d'équilibre général intertemporel n'est pas sans poser des problèmes de méthode. Contrairement au cas de l'équilibre partiel, les mécanismes de substitution intertemporelle ne sont d'ordinaire pas formellement analysés. En d'autres termes, la discussion de ces mécanismes est de nature intuitive et les effets de substitution et richesse ne sont pas précisément caractérisés. En définitive, les modèles dynamiques d'équilibre général procurent un cadre d'analyse très riche, prenant en compte des aspects qu'ignore une structure d'équilibre partiel. Il importe donc d'améliorer la compréhension formelle des mécanismes gouvernant les modèles d'équilibre intertemporel et d'aller au-delà des intuitions et résultats habituellement exposés dans la littérature. Telle est la perspective de notre travail.

La poursuite de notre objectif requiert donc une identification complète des effets de substitution et richesse à l'œuvre dans les modèles d'équilibre général intertemporel. La difficulté de l'exercice provient du fait que les prix et salaires suivent un processus endogène. Les chocs perturbant l'économie induisent alors des mouvements des prix et des salaires affectant eux mêmes les offres et les demandes des agents. Comment dès lors évaluer les effets richesse et de substitution? Cette question est délicate et nécessite de revenir dans un premier temps sur les analyses réalisées en équilibre partiel et sur les notions habituelles de micro-économie.

La littérature du cycle de vie offre un cadre d'analyse des effets d'une variation du salaire sur l'offre de travail en termes d'effets de substitution et richesse. La méthode suivie est néanmoins originale par rapport à l'analyse micro-économique standard. Ainsi, au lieu de décomposer l'effet d'une variation du salaire sur l'offre de travail en un effet à utilité U donnée et un effet à U variable, les théoriciens du cycle de vie retiennent une décomposition alternative en un effet à utilité marginale de la richesse λ donnée et un effet à λ variable. Cette démarche s'écarte bien sûr des notions traditionnelles d'effet de substitution et d'effet richesse. Pourquoi a-t-elle néanmoins été l'objet d'une attention particulière dans la littérature?

L'utilisation de la décomposition à λ donné dans l'analyse du modèle de cycle de vie, ou encore modèle intertemporel d'offre de travail, est originellement due à HECKMAN [1974]. MACURDY [1981] a cependant été le premier à mettre en lumière tout l'intérêt de cette décomposition. Il a ainsi analysé le lien qui existe entre une variation du salaire le long de son profil durant le cycle de vie de l'agent et l'exercice de statique comparative à λ donné. Par ailleurs, l'utilisation de fonctions d'offre de travail à λ donné a pour avantage de faciliter le travail d'estimation. L'utilité marginale de la richesse, inobservable et constante durant la vie de l'agent, peut être traitée comme un effet fixe dans les analyses économétriques avec données de panel. Finalement, on signalera que la dynamique comparative du modèle de cycle de vie, et plus spécifiquement le rôle central qu'y joue l'élasticité à λ donné (ou *frischienne*) de l'offre de travail, ont fait l'objet d'une littérature abondante. Les contributions des BROWNING, DEATON et IRISH [1985], PENCAVEL [1986] ou encore d'AUTUME [1991] en témoignent.

A ce stade de la littérature, plusieurs questions relatives à la substitution intertemporelle et à la statique comparative à λ donné émergent. En premier lieu, pour quelles raisons un exercice de statique comparative à λ donné permet-il de caractériser des effets de substitution intertemporelle? En second lieu, les notions d'effets de substitution intertemporelle, issues des modèles de cycle de vie, sont-elles applicables à des modèles d'équilibre général? Un certain nombre de contributions récentes ont apporté des éclaircissements en ce qui concerne la première interrogation. Ainsi, McLaughlin [1995] établit que l'exercice de statique comparative à λ donné est valide pour caractériser avec précision la substitution intertemporelle dès lors que les préférences sont additivement intertemporellement séparables. De cela découle l'appellation d'élasticité de substitution intertemporelle pour l'élasticité de l'offre de travail à λ donné. En revanche, la seconde question, relative à la validité de l'extension de ces résultats à un cadre dynamique d'équilibre général reste posée.

L'élasticité *frischienne* de l'offre de travail donne-t-elle une mesure des effets de substitution intertemporelle dans un modèle dynamique d'équilibre général? Supposons qu'un choc de productivité provoque une hausse transitoire du salaire réel. Dans le but de bénéficier d'opportunités de salaire temporairement plus élevées, les agents répondent par une augmentation de leur offre de travail. On peut dès lors envisager que la sensibilité de la réponse de l'emploi à ce choc de productivité soit liée à la valeur de l'élasticité *frischienne* de l'offre de travail. Quelle est cependant la justesse de ce raisonnement? Les analyses relatives à l'élasticité de substitution intertemporelle effectuées dans le modèle de cycle de vie peuvent-elles être prolongées à un cadre d'équilibre général? La réponse à ces interrogations est *a priori* incertaine. L'élasticité *frischienne* de l'offre de travail est en premier lieu une caractéristique essentielle de la fonction d'offre de travail. Or, dans un contexte d'équilibre général, les prix (salaire et taux d'intérêt) sont endogènes et dépendent donc eux-mêmes des caractéristiques des fonctions d'offre — *i.e.* de l'élasticité *frischienne* de l'offre de travail. Il semble dès lors difficile de conclure, sans l'avoir formellement établi, que l'élasticité *frischienne* mesure l'effet d'un choc technologique (*via* son influence sur le salaire) sur l'emploi.

Plus largement, la structure d'équilibre général rend elle-même difficile la définition des notions d'effet de substitution et d'effet richesse. De tels effets sont usuellement définis dans le cadre du modèle de cycle de vie à partir du problème dual, l'objectif étant de minimiser la dépense nécessaire pour atteindre un niveau donné d'utilité. En revanche, l'écriture d'un problème dual dans le cadre d'un modèle d'équilibre intertemporel avec accumulation de capital n'est pas réalisable. Une autre voie doit être empruntée pour définir les effets de substitution. En définitive, il apparaît que l'extension des résultats de la littérature du cycle de vie à un cadre d'équilibre général — *i.e.* décomposition à λ donné et définition des effets de substitution — est en réalité plus délicate que la pratique habituelle ne le laisserait croire.

Notre contribution dans cet article est précisément de discuter, dans le prolongement de la littérature du cycle de vie, de la portée de la décomposition à λ donné dans un cadre d'équilibre général. En outre, nous nous proposons d'y définir les notions d'effet de substitution et d'effet richesse sans recourir à l'écriture d'un problème dual. Le rôle que l'élasticité *frischienne* de l'offre de travail joue en équilibre général et plus spécifiquement dans un modèle de cycles à l'équilibre pourra alors être dégagé.

La suite de l'article est organisée de la manière suivante. Dans une seconde section, les principaux résultats de statique comparative à λ donné dans le modèle de cycle de vie sont exposés et discutés. Le rôle particulier que joue l'élasticité *frischienne* de l'offre de travail est à cette occasion précisé. Se pose alors la question de l'extension de ces résultats à un cadre d'équilibre général. Aussi, la troisième section de l'article est consacrée à une analyse formelle de la décomposition à λ donné dans un modèle standard d'équilibre intertemporel. Finalement, dans la quatrième section, une évaluation numérique des différents effets issus de la décomposition à λ donné est proposée. On s'efforce alors en particulier de faire ressortir le rôle joué par l'élasticité *frischienne*.

2 La dynamique comparative (à λ donné) du modèle de cycle de vie

L'objectif de cette section est d'analyser dans le cadre du modèle intertemporel d'offre de travail, ou modèle de *cycle de vie*, les effets d'une variation des salaires (et des taux d'intérêt) sur l'offre de travail. Pour commencer, les caractéristiques essentielles du modèle de cycle de vie sont exposées. Les effets de substitution sont ensuite caractérisés et une interprétation est dégagée. On insiste alors sur les implications de la décomposition à λ (utilité marginale de la richesse) donné.

2.1. Le modèle de cycle de vie

Le modèle standard d'offre de travail d'un agent maximisant son utilité sous contrainte budgétaire intertemporelle s'écrit :

$$(1) \qquad \begin{cases} \max\limits_{C_t, N_t} \sum\limits_{t=0}^{T} \beta^t u(C_t, 1 - N_t) \\ \\ \text{s.c.} \quad A_0 + \sum\limits_{t=0}^{T} q_t w_t N_t \geq \sum\limits_{t=0}^{T} q_t C_t \quad (\lambda_0) \end{cases}$$

L'agent dispose d'une dotation en temps normalisée à 1, qu'il partage entre le travail N_t et le loisir L_t. C_t représente la consommation, A_0 la richesse initiale, et w_t le salaire réel. β est le facteur d'actualisation instantané et q_t représente les intérêts cumulés, soit $q_t = \frac{1}{\prod_{s=1}^{t}(1+r_s)}$. La fonction d'utilité instantanée u est supposée de classe C^2, strictement concave, et strictement croissante par rapport à chacun de ses arguments. On suppose en outre que la consommation et le loisir sont des biens normaux, ce qui implique que les dérivées secondes et premières de la fonction d'utilité u vérifient les inégalités [1] :

$$D_{12}u(C,L)D_2u(C,L) - D_{22}u(C,L)D_1u(C,L) \geq 0$$
$$D_{12}u(C,L)D_1u(C,L) - D_{11}u(C,L)D_2u(C,L) \geq 0$$

Le programme de maximisation de l'utilité de l'agent conduit aux conditions d'optimalité suivantes :

$$\beta^t D_1 u(C_t, 1 - N_t) = \lambda_0 q_t \tag{2}$$

$$\beta^t D_2 u(C_t, 1 - N_t) = \lambda_0 w_t q_t \tag{3}$$

La résolution des équations ci-dessus par rapport à C_t et N_t donne leur expression en fonction de $\lambda_0 \beta^{-t} q_t$ et $\lambda_0 w_t \beta^{-t} q_t$, soit :

$$\begin{cases} C_t = C(\lambda_0 \beta^{-t} q_t, \lambda_0 w_t \beta^{-t} q_t) \\ \\ N_t = N(\lambda_0 \beta^{-t} q_t, \lambda_0 w_t \beta^{-t} q_t) \end{cases}$$

Ces fonctions de demande donnent l'expression de la demande de consommation et de l'offre de travail en fonction du salaire réel et du multiplicateur de Lagrange λ_0. Il s'agit des fonctions de demande *frischiennes*.

En remplaçant les fonctions de demande *frischiennes* dans la contrainte budgétaire intertemporelle, on obtient l'équation suivante dont la solution donne implicitement λ_0 :

$$A_0 + \sum_{t=0}^{T} q_t w_t N_t(\lambda_0 \beta^{-t} q_t, \lambda_0 w_t \beta^{-t} q_t) = \sum_{t=0}^{T} q_s C_t(\lambda_0 \beta^{-t} q_t, \lambda_0 w_t \beta^{-t} q_t)$$

La solution de cette équation permet finalement d'exprimer λ_0 en fonction de la séquence des salaires et des taux d'intérêt, soit $\{w_t, q_t\}_{t=0}^{T}$.

La variable λ_0 résume toute l'information disponible de l'agent et apparaît comme un indicateur de son niveau de richesse durant son cycle de vie. Dans le cadre de prévisions parfaites de ce modèle, λ_0 est invariable et est en conséquence fixé pour toute la durée de vie de l'agent [2]. Les décisions de consommation et de travail à un instant t dépendent du salaire réel courant w_t, du prix intertemporel q_t, et de λ_0; elles ne dépendent finalement des salaires aux autres dates que par l'intermédiaire de λ_0. Quand l'agent prend ses décisions courantes, il ne tient pas uniquement compte du salaire à cet instant, mais de l'ensemble des revenus qu'il percevra durant son existence et que résume λ_0. N'oublions pas que l'on se situe dans un monde où les marchés financiers sont parfaits : l'agent peut donc transférer

1. La dérivée de la fonction $f(X)$, avec $X = (x_1, x_2, ..., x_n)$, par rapport à sa i-ème variable, est notée ainsi : $D_i f(X) = \frac{\partial f(X)}{\partial x_i}$.

2. Ceci n'est pas le cas dans un contexte stochastique. λ est alors révisé à chaque période en fonction de la réalisation des nouveaux chocs.

des revenus dans le temps en empruntant ou en plaçant son épargne sur le marché financier.

2.2. Caractérisation des effets richesse et de substitution

Nous donnons désormais une caractérisation complète des effets de substitution et richesse dans le modèle de cycle de vie. Au-préalable, les résultats essentiels de micro-économie sur lesquels notre étude s'appuie sont rappelés.

2.2.1. Effets de substitution spécifique et général dans le cas de préférences additivement séparables

On considère un agent dont les préférences additivement séparables sont représentées par la fonction d'utilité $U = \sum_{i=1}^{n} u_i(x_i)$. La variable x_i représente un vecteur de m biens respectivement notés y_j^i, avec $j = 1, ..., m$. On a donc $x_i' = [y_1^i \quad \cdots \quad y_m^i]$. La fonction u_i, représentant l'utilité associée à la consommation du vecteur de biens x_i, est supposée de classe C^2, strictement concave et strictement croissante par rapport à tous ses arguments. En outre, la matrice H, définie négative, représente le hessien associé à la fonction d'utilité U. Il est diagonal par blocs, chacun d'eux étant défini par $h_i = \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_i^2}$, avec $i = 1, ..., n$. Il est enfin précisé que le vecteur de prix associé au vecteur de biens de consommation x_i est noté $p_i = [\rho_1^i \quad \cdots \quad \rho_m^i]$.

Notre agent à pour objectif la maximisation de son utilité sous contrainte budgétaire, soit :

$$\begin{cases} \displaystyle\max_{x_1,\dots,x_n} \sum_{i=1}^{n} u_i(x_i) \\ \text{s.c.} \ \displaystyle\sum_{i=1}^{n} p_i x_i \leq R \quad (\Lambda) \end{cases}$$

La résolution de ce programme conduit aux fonctions de demande non-compensées ou *marshaliennes* et donne les consommations optimales de l'agent en fonction des prix et du revenu, soit :

$$x_i = m_i(p_1, ..., p_n, R)$$
$$\Lambda = \Lambda(p_1, ..., p_n, R)$$

La théorie micro-économique utilisé également la notion de demandes compensées. Le consommateur se fixe un niveau d'utilité $\overline{U}$ à atteindre et son objectif est de minimiser la dépense nécessaire pour y parvenir. Les demandes compensées ou *hicksiennes* sont de la forme :

$$x_i = g_i(p_1, ..., p_n, \overline{U})$$

A coté des demandes non-compensées et compensées existe une troisième catégorie de fonctions de demande — *i.e.* les demandes *frischiennes* —. La résolution des conditions du premier ordre issues du programme primal permet d'exprimer les x_i en fonction du vecteur de prix p_i et du prix implicite Λ (utilité marginale de la richesse). On a alors :

$$x_i = f_i(p_i, \Lambda)$$

Le fait que seul le vecteur de prix p_i apparaisse dans l'expression de la demande *frischienne* f_i découle de la séparabilité des préférences. Les autres vecteurs de prix n'interviennent qu'indirectement *via* Λ.

Dans cette structure, la caractérisation des effets de substitution conduit à une décomposition de l'effet de substitution standard en un effet de substitution spécifique et un effet de substitution général. Sont successivement considérés l'effet d'une variation du vecteur de prix p_i associé au vecteur de biens x_i sur la demande x_i de ce même vecteur de biens (*Cf.* cas $i = j$) et l'effet d'une variation du vecteur de prix p_j de l'ensemble de biens j sur la demande x_i de biens i (*Cf.* cas $i \neq j$).

- Lorsque $i = j$, l'effet d'une variation de prix p_i sur la demande de biens x_i s'exprime à l'aide de la relation de Slutsky comme il suit :

  $$\frac{\partial m_i}{\partial p_i} = \frac{\partial g_i}{\partial p_i} - \left(\frac{\partial m_i}{\partial R}\right) x_i$$

  Le premier terme du membre de droite représente l'effet de substitution, lequel est toujours positif, tandis que le second correspond à l'effet richesse. Il est alors possible de montrer que l'effet de substitution prend la forme :

  $$\frac{\partial g_i}{\partial p_i} = \frac{\partial f_i}{\partial p_i} - R\left[\frac{R}{\Lambda}\left(\frac{\partial \Lambda}{\partial R}\right)\right]^{-1}\left(\frac{\partial m_i}{\partial R}\right)^2$$

  L'expression ci-dessus fait alors apparaître un effet de substitution spécifique, soit :

  $$\frac{\partial f_i}{\partial p_i} = \Lambda h_i^{-1} \leq 0$$

  et un effet général de substitution, soit :

  $$-R\left[\frac{R}{\Lambda}\left(\frac{\partial \Lambda}{\partial R}\right)\right]^{-1}\left(\frac{\partial m_i}{\partial R}\right)^2 = -\frac{1}{\sum_{k=1}^{n} p_k h_k^{-1} p_k'} \Lambda h_i^{-1} p_i' p_i h_i^{-1} \geq 0$$

  On remarque que l'effet spécifique est négatif alors que l'effet général est positif. Néanmoins, comme l'effet de substitution total est négatif, l'effet spécifique domine toujours l'effet général.
  Par ailleurs, l'effet richesse prend pour expression :

  $$-\left(\frac{\partial m_i}{\partial R}\right) x_i = -\frac{1}{\sum_{k=1}^{n} p_k h_k^{-1} p_k'} h_i^{-1} p_i' x_i'$$

- Lorsque $i \neq j$, l'effet d'une variation de prix p_j sur la demande de biens x_i, obtenue à l'aide de la relation de Slutsky, s'écrit :

  $$\frac{\partial m_i}{\partial p_j} = \frac{\partial g_i}{\partial p_j} - \left(\frac{\partial m_i}{\partial R}\right) x_j$$

L'effet de substitution peut alors se mettre sous la forme :

$$\frac{\partial g_i}{\partial p_j} = \frac{\partial f_i}{\partial p_j} - R\left[\frac{R}{\Lambda}\left(\frac{\partial \Lambda}{\partial R}\right)\right]^{-1}\left(\frac{\partial m_i}{\partial R}\right)\left(\frac{\partial m_j}{\partial R}\right)$$

les effets spécifique et général de substitution prenant pour expression :

$$\frac{\partial f_i}{\partial p_j} = 0$$

$$-R\left[\frac{R}{\Lambda}\left(\frac{\partial \Lambda}{\partial R}\right)\right]^{-1}\left(\frac{\partial m_i}{\partial R}\right)\left(\frac{\partial m_j}{\partial R}\right) = -\frac{1}{\sum_{k=1}^{n} p_k h_k^{-1} p_k'} \Lambda h_i^{-1} p_i' p_j h_j^{-1} \geq 0$$

Enfin, l'effet richesse s'écrit :

$$-\left(\frac{\partial m_i}{\partial R}\right) x_j = -\frac{1}{\sum_{k=1}^{n} p_k h_k^{-1} p_k'} h_i^{-1} p_i' x_j'$$

Dans ce cas d'une fonction d'utilité additivement séparable, l'effet de substitution spécifique n'est opérant que dans le cas d'une modification du vecteur de prix associé au même vecteur de biens. En revanche, l'effet général de substitution est toujours effectif. C'est uniquement par son intermédiaire que la modification du vecteur de prix associé à un vecteur de biens donné induit une modification de la demande d'un autre ensemble de biens (On pourra se reporter à THEIL [1975] pour une discussion approfondie des notions d'effet de substitution spécifique et général). La qualification d'effet de substitution spécifique provient du fait que l'effet d'une variation du vecteur de prix p_j sur la demande de biens x_i ne dépend que "d'une relation spécifique (en termes de $\frac{\partial^2 u_i}{\partial x_i \partial x_j}$) entre le vecteur de biens i et le vecteur de biens j"(PHLIPS [1974], p. 50). A l'opposé, l'autre composante de l'effet de substitution représente un effet global.

Les résultats exposés ci-dessus s'appliquent aisément au cas du modèle de cycle de vie. Les n vecteurs de biens x_i sont remplacés par les vecteurs de consommation et d'offre de travail $[C_t \quad N_t]$ pour $t = 1, ..., T$. Deux cas se présentent alors, ceux des effets d'une variation contemporaine et non-contemporaine des prix. Il sont successivement examinés.

2.2.2. **Les effets contemporains d'une variation des prix**

La proposition suivante permet d'analyser les effets contemporains d'une variation des prix sur l'offre de travail [3] :

3. Une démonstration détaillée de ce résultat est proposée dans FAIRISE [1996].

PROPOSITION 1 : L'effet contemporain d'une variation du salaire $\frac{dw_t}{w_t}$ et du taux d'intérêt $\frac{dq_t}{q_t}$ sur l'offre de travail $\frac{dN_t}{N_t}$ se décompose en trois effets comme il suit :

• Un effet de substitution spécifique :

$$\epsilon_N \frac{dw_t}{w_t} + \frac{1-N_t}{N_t}\frac{-\xi_{cct}+\xi_{lct}}{\xi_{cct}\xi_{llt}-\xi_{clt}\xi_{lct}}\frac{dq_t}{q_t};$$

• Un effet de substitution général :

$$\Omega^{-1}q_t\frac{\xi_{clt}C_t - w_t(1-N_t)\xi_{cct}}{(\xi_{cct}\xi_{llt}-\xi_{clt}\xi_{lct})^2}\frac{1-N_t}{N_t}(-\xi_{cct}+\xi_{lct})\frac{dw_t}{w_t}$$

$$+\Omega^{-1}q_t\frac{w_t(1-N_t)(-\xi_{cct}+\xi_{lct})-C_t(-\xi_{clt}+\xi_{llt})}{(\xi_{cct}\xi_{llt}-\xi_{clt}\xi_{lct})^2}\frac{1-N_t}{N_t}(-\xi_{cct}+\xi_{lct})\frac{dq_t}{q_t};$$

• Un effet de richesse :

$$\Omega^{-1}q_t w_t(1-N_t)\frac{-\xi_{cct}+\xi_{lct}}{\xi_{cct}\xi_{llt}-\xi_{clt}\xi_{lct}}\frac{dw_t}{w_t}$$
$$+\Omega^{-1}q_t(w_tN_t-C_t)\frac{1-N_t}{N_t}\frac{-\xi_{cct}+\xi_{lct}}{\xi_{cct}\xi_{llt}-\xi_{clt}\xi_{lct}}\frac{dq_t}{q_t}$$

Les différentes élasticités ξ des utilités marginales sont définies comme il suit :

$$\xi_{cc} = C\frac{D_{11}u(C,L)}{D_1u(C,L)}\xi_{ll} = L\frac{D_{22}u(C,L)}{D_2u(C,L)}$$
$$\xi_{lc} = C\frac{D_{12}u(C,L)}{D_2u(C,L)}\xi_{cl} = L\frac{D_{12}u(C,L)}{D_1u(C,L)}$$

La variable Ω a pour expression :

$$\Omega = \sum_{\tau=0}^{T} q_\tau\left(\frac{w_\tau(1-N_\tau)(\xi_{cc\tau}-\xi_{lc\tau})+C_\tau(\xi_{ll\tau}-\xi_{cl\tau})}{\xi_{cc\tau}\xi_{ll\tau}-\xi_{cl\tau}\xi_{lc\tau}}\right)$$

Etant donné que la consommation et le loisir sont des biens normaux, on a $\xi_{cc}-\xi_{lc}<0$ et $\xi_{ll}-\xi_{cl}<0$. En outre, la convexité des préférences implique l'inégalité : $\xi_{cc}\xi_{ll}-\xi_{cl}\xi_{lc}>0$. Il s'en suit que l'on a $\Omega<0$. Finalement, l'élasticité ϵ_N est exprimée par :

$$\epsilon_{Nt} = -\frac{1-N_t}{N_t}\frac{\xi_{cct}}{\xi_{cct}\xi_{llt}-\xi_{clt}\xi_{lct}}$$

Il s'agit de l'élasticité (*frischienne*) de l'offre de travail déterminée à λ_0 constant, elle est positive.

L'effet d'une variation du salaire sur l'offre de travail appelle quelques commentaires plus précis. Comme l'établit la théorie micro-économique, l'effet de substitution total (à utilité donnée), induit par une variation du salaire, est toujours positif. Il correspond à la somme d'un effet de substitution spécifique ϵ_{Nt} positif et d'un effet de substitution général $\Omega^{-1} q_t \frac{(\xi_{cl_t} C_t - w_t(1-N_t)\xi_{cc_t})(-\xi_{cc_t}+\xi_{lc_t})}{(\xi_{cc_t}\xi_{ll_t}-\xi_{cl_t}\xi_{lc_t})^2} \frac{1-N_t}{N_t}$ qui est négatif [4]. L'effet de substitution spécifique domine donc en valeur absolue l'effet de substitution général. Par ailleurs, l'effet richesse d'une variation du salaire, exprimé par le terme $\Omega^{-1} q_t w_t (1-N_t) \frac{-\xi_{cc_t}+\xi_{lc_t}}{\xi_{cc_t}\xi_{ll_t}-\xi_{cl_t}\xi_{lc_t}}$, est négatif. Au total, l'effet d'une variation contemporaine du salaire sur l'offre de travail est indéterminé. Le cas de figure d'un effet de substitution dominant l'effet richesse est cependant habituellement retenu, car considéré comme plus raisonnable [5].

2.2.3. Les effets d'une variation non-contemporaine des prix

La proposition 2 permet de caractériser les effets d'une variation non-contemporaine des prix sur l'offre de travail courante.

PROPOSITION 2 : L'effet d'une variation à une date $t' \neq t$ du salaire $\frac{dw_{t'}}{w_{t'}}$ et du taux d'intérêt $\frac{dq_{t'}}{q_{t'}}$ sur l'offre de travail $\frac{dN_t}{N_t}$ est se décompose comme il suit :

- Un effet de substitution général :

$$\Omega^{-1} q_{t'} \frac{(\xi_{cl_{t'}} C_{t'} - w_{t'}(1-N_{t'})\xi_{cc_{t'}})(-\xi_{cc_t}+\xi_{lc_t})}{(\xi_{cc_t}\xi_{ll_t}-\xi_{cl_t}\xi_{lc_t})(\xi_{cc_{t'}}\xi_{ll_{t'}}-\xi_{cl_{t'}}\xi_{lc_{t'}})} \frac{1-N_t}{N_t} \frac{dw_{t'}}{w_{t'}}$$

$$+ \Omega^{-1} q_{t'} \frac{w_{t'}(1-N_{t'})(-\xi_{cc_{t'}}+\xi_{lc_{t'}}) - C_{t'}(-\xi_{cl_{t'}}+\xi_{ll_{t'}})}{(\xi_{cc_t}\xi_{ll_t}-\xi_{cl_t}\xi_{lc_t})(\xi_{cc_{t'}}\xi_{ll_{t'}}-\xi_{cl_{t'}}\xi_{lc_{t'}})}$$
$$\frac{1-N_t}{N_t}(-\xi_{cc_t}+\xi_{lc_t})\frac{dq_{t'}}{q_{t'}};$$

- Un effet de richesse :

$$\Omega^{-1} \frac{q_{t'} w_{t'}(1-N_{t'})(-\xi_{cc_t}+\xi_{lc_t})}{\xi_{cc_{t'}}\xi_{ll_{t'}}-\xi_{cl_{t'}}\xi_{lc_{t'}}} \frac{dw_{t'}}{w_{t'}}$$
$$+ \Omega^{-1} q_{t'}(w_{t'} N_{t'} - C_{t'}) \frac{1-N_{t'}}{N_{t'}} \frac{-\xi_{cc_t}+\xi_{lc_t}}{\xi_{cc_{t'}}\xi_{ll_{t'}}-\xi_{cl_{t'}}\xi_{lc_{t'}}} \frac{dq_{t'}}{q_{t'}}$$

4. La négativité de ce terme vient de ce que l'on a :

$$\xi_{cl} C_t - w_t(1-N_t)\xi_{cc} = C_t L_t \frac{D_{12}u(C_t,L_t)}{D_1 u(C_t,L_t)} - \frac{D_2 u(C_t,L_t)}{D_1 u(C_t,L_t)} L_t C_t \frac{D_{11}u(C_t,L_t)}{D_1 u(C_t,L_t)}$$

$$= \frac{C_t L_t}{(D_1 u(C_t,L_t))^2}(D_1 u(C_t,L_t) D_{12} u(C_t,L_t) - D_2 u(C_t,L_t) D_{11} u(C_t,L_t)) > 0.$$

5. L'unité de temps de référence est le trimestre.

Une variation non-contemporaine du salaire agit sur l'offre de travail *via* un effet de substitution général mesuré par le terme $\frac{\Omega^{-1} q_{t'}(\xi_{cl\,t'} C_{t'} - w_{t'}(1-N_{t'})\xi_{cc\,t'})(-\xi_{cc\,t}+\xi_{lc\,t})}{(\xi_{cc\,t}\xi_{ll\,t}-\xi_{cl\,t}\xi_{lc\,t})(\xi_{cc\,t'}\xi_{ll\,t'}-\xi_{cl\,t'}\xi_{lc\,t'})} \frac{1-N_t}{N_t}$ et un effet richesse exprimé par $\frac{\Omega^{-1} q_{t'} w_{t'}(1-N_{t'})(-\xi_{cc\,t}+\xi_{lc\,t})}{\xi_{cc\,t'}\xi_{ll\,t'}-\xi_{cl\,t'}\xi_{lc\,t'}}$, lesquels sont négatifs. Une variation non-contemporaine du salaire réduit donc sans ambiguïté l'offre de travail. Par ailleurs, comme l'effet de substitution spécifique (à λ_0 donné) est nul, les modifications non-contemporaines des salaires n'influencent l'offre de travail courante que par le canal de λ_0.

2.2.4. **Interprétation de l'effet de substitution spécifique**

Quelle signification donner à l'effet de substitution spécifique à λ_0 donné? Tout d'abord, rappelons que λ_0 résume toute la chronique des salaires de l'agent durant son cycle de vie. L'effet de substitution spécifique (à λ_0 donné) mesure donc l'impact d'une hausse du salaire courant sur l'offre de travail de l'agent pour un profil donné de ses revenus. En définitive, l'effet de substitution spécifique (à λ_0 donné), exprimé par l'élasticité ϵ_N, permet d'isoler l'*effet direct* de l'augmentation du salaire courant sur l'offre de travail.

Toutes ces précisions ayant été données, il est désormais possible de discuter de façon plus détaillée de la dynamique comparative du modèle de cycle de vie.

2.3. **Les implications de la dynamique comparative à λ donné dans l'analyse du modèle de cycle de vie**

On discute ici de façon plus détaillée des implications de la décomposition de la réponse de l'emploi à une hausse du salaire en un effet de substitution spécifique, un effet de substitution général et un effet richesse.

Imaginons qu'à un instant t, le salaire augmente d'un montant dw_t, et qu'il demeure inchangé aux autres dates. Quel sera l'effet sur l'offre de travail à l'instant t? L'effet de substitution spécifique aura pour effet d'accroître l'offre de travail, tandis que les deux autres effets, à savoir l'effet de substitution général et l'effet richesse, induiront au contraire une réduction de l'offre de travail. En outre, comme il a été supposé que seul le salaire en t était modifié, l'offre de travail contemporaine n'est pas altérée par l'effet de substitution général ou l'effet richesse induits par des variations du salaire à d'autres périodes. Supposer qu'une hausse temporaire du salaire induit une hausse immédiate de l'offre de travail, comme le fait l'hypothèse de substitution intertemporelle d'offre de travail, revient donc à admettre que l'effet de substitution spécifique — *i.e.* l'élasticité ϵ_N — domine largement les deux autres effets. Ceci n'est évidemment possible que si ϵ_N prend des valeurs élevées.

Quel sera au contraire l'effet, à un instant t, de l'accroissement d'un même montant du salaire à toutes les dates du cycle de vie de l'agent? Dans la mesure où l'effet de substitution spécifique domine l'effet de substitution général et l'effet richesse, l'augmentation du salaire à l'instant t entraînera toutes choses égales par ailleurs une hausse de l'offre de travail à cette date. Cependant, les effets de substitution et richesse, en provenance de toutes les dates (le salaire a été augmenté à toutes les dates du cycle de vie) joueront en sens unique et inciteront à diminuer l'offre de travail. La somme de tous les effets de substitution général et richesse devra même dominer l'effet de substitution spécifique. Finalement, une hausse permanente du salaire doit réduire l'offre de travail.

Ainsi, la décomposition à λ_0 donné aura permis de préciser les conséquences d'une hausse du salaire sur l'offre de travail suivant son caractère transitoire ou permanent. Lorsque la hausse du salaire est transitoire, l'effet sur la richesse que mesure λ_0 est négligeable et l'offre de travail augmente, alors que dans le cas d'une hausse permanente, l'effet sur la richesse (et donc sur λ_0) est significatif et l'offre de travail diminue. Cette discussion aura ainsi permis de mettre en avant l'intérêt d'une décomposition en effets à λ_0 donné et variable, alternativement à un décomposition traditionnelle en effets à U donné et variable.

2.4. **La nature intertemporelle de l'élasticité frischienne d'offre de travail**

Une certaine confusion semble exister dans la littérature sur la qualification de l'effet de substitution à λ_0 constant et de l'élasticité de l'offre de travail ϵ_N. Des auteurs, tel MACURDY [1981], qualifient l'élasticité ϵ_N d'*élasticité de substitution intertemporelle*. Inversement, d'AUTUME [1991] interprète l'élasticité *frischienne* de l'offre de travail comme une élasticité instantanée. L'argumentation repose sur le fait que λ_0 est une variable résumant toute la chronique des salaires et taux d'intérêt sur la durée de vie de l'agent. L'offre de travail actuelle n'est alors influencée par une variation du salaire à une autre date que par l'intermédiaire de λ_0. Suivant cette logique, d'AUTUME [1991] interprète alors l'effet d'une variation du salaire courant à λ_0 donné comme un effet instantané et les effets transitant par λ_0 comme des effets intertemporels. Dès lors, quelle qualification utiliser pour désigner l'élasticité ϵ_N. L'article de MCLAUGHLIN [1995] s'efforce de clarifier la question. Il ressort que l'élasticité ϵ_N apparaît dans deux types d'exercices. D'une part, l'élasticité ϵ_N peut être vue comme le résultat d'un exercice de statique comparative à λ_0 constant. D'autre part, l'élasticité ϵ_N apparaît lorsque l'on cherche à déterminer comment évolue l'offre de travail au cours du temps en fonction d'un profil donné d'évolution des salaires. Pour établir ce résultat, on linéarise la demande de travail *frischienne* au voisinage de la valeur qu'elle prend à l'instant t. L'expression suivante est alors obtenue :

$$\frac{\Delta N_t}{N_t} \simeq -\frac{1-N_t}{N_t}\frac{\xi_{cct}-\xi_{lct}}{\xi_{cct}\xi_{llt}-\xi_{clt}\xi_{lct}}\frac{\Delta q_t}{q_t} - \frac{1-N_t}{N_t}\frac{\xi_{cct}}{\xi_{cct}\xi_{llt}-\xi_{clt}\xi_{lct}}\frac{\Delta w_t}{w_t}$$
$$+\frac{1-N_t}{N_t}\log(\beta)\frac{\xi_{cct}-\xi_{lct}}{\xi_{cct}\xi_{llt}-\xi_{clt}\xi_{lct}}\Delta t$$

Dans le cas où le taux d'intérêt est constant, cette expression se simplifie. En effet, on a alors $q_t = (1+r)^{-t}$, ce qui conduit à $\frac{\Delta q_t}{q_t} \simeq -r\Delta t$. En outre, si l'on définit ρ tel que $\beta = \frac{1}{1+\rho}$, alors $\log(\beta) \simeq -\rho$. Finalement, l'expression ci-dessus se réécrit :

$$\frac{\Delta N_t}{N_t} \simeq \epsilon_{Nt} \frac{\Delta w_t}{w_t} + \frac{1-N_t}{N_t} \frac{\xi_{cct} - \xi_{lct}}{\xi_{cct}\xi_{llt} - \xi_{clt}\xi_{lct}} (r-\rho)\Delta t$$

Cette expression montre qu'un profil temporellement croissant du salaire induira un profil lui même croissant de l'offre de travail. De plus, c'est l'élasticité *frischienne* de l'offre de travail qui mesure la sensibilité du taux de croissance de l'offre de travail par rapport à celui du salaire. En ce sens, l'élasticité de l'offre de travail caractérise les effets de substitution intertemporelle et mérite son appellation d'élasticité de substitution intertemporelle (de l'offre de travail).

2.5. Commentaires

Cette section aura permis de mettre en avant l'intérêt de la dynamique comparative à λ_0 donné dans l'analyse du modèle de cycle de vie. Elle aura par ailleurs donné l'occasion d'expliquer pourquoi l'élasticité *frischienne* de l'offre de travail est traditionnellement qualifiée d'élasticité de substitution intertemporelle. En outre, on signale que les fonctions *frischienne* d'offre de travail ont été largement utilisées dans les études empiriques sur les comportements individuels d'offre de travail. En effet, l'utilité marginale de la richesse, inobservable, est constante durant le cycle de vie. Il est alors possible de traiter λ_0 comme un effet fixe dans le cadre d'une étude économétrique avec données de panel.

Si l'élasticité *frischienne* de l'offre de travail ϵ_N occupe une place centrale dans l'analyse du modèle de cycle de vie, la littérature des cycles réels insiste à son tour sur la place qu'occupe cette élasticité dans l'explication des fluctuations de l'emploi. Néanmoins, le rôle que joue cette élasticité dans les modèles de cycles réels n'est jamais analysé de façon rigoureuse. Les discussions relatives à l'élasticité de l'offre de travail sont habituellement intuitives et découlent directement des résultats du modèle de cycle de vie. Une telle démarche ne nous semble pas entièrement satisfaisante. En effet, contrairement au modèle de cycle de vie, le modèle canonique des cycles réels est un modèle d'équilibre général dans lequel les prix — *i.e.* salaire et taux d'intérêt — sont endogènes. Un choc technologique altère donc à la fois les prix et les taux d'intérêt aujourd'hui et dans le futur. La réponse de l'emploi à un choc technologique ne peut donc *a priori* s'appréhender uniquement par l'effet de ce choc sur le salaire courant. En définitive, l'intuition selon laquelle l'élasticité de l'offre de travail exprime bien l'essentiel de la réponse de l'emploi à un choc technologique doit découler d'une analyse rigoureuse des effets de substitution du modèle canonique des cycles réels. Ceci est l'objet de la suite de cet article.

3 La dynamique comparative (à λ donné) d'un modèle dynamique d'équilibre général

Cette section est consacrée à la dynamique comparative du modèle canonique des cycles réels. L'objectif est d'étendre les résultats de la section précédente relatifs à la décomposition à λ donné à un cadre dynamique d'équilibre général. Pour notre étude, nous retenons le cadre du modèle canonique des cycles réels tel que l'exposent KING, PLOSSER et REBELO [1988]. Ce modèle dynamique d'équilibre général en univers stochastique est en effet l'un des plus simple qui existe. Malgré tout, son traitement est difficile. Mais, au-delà du modèle canonique, la méthode développée dans cet article est applicable à des modèles plus riches et plus complexes.

L'analyse exposée ici présente des similitudes avec celle de d'AUTUME [1995] qui propose, dans le cadre d'un modèle écrit en temps continu, une détermination des effets de substitution et des effets richesse. Néanmoins, la démarche suivie n'est pas exactement la même que la nôtre. d'AUTUME [1995] commence par déterminer les processus que suivent le salaire et le taux d'intérêt à l'équilibre. Les effets richesse et de substitution sont alors déterminés en remplaçant, dans l'expression de l'offre de travail que donne le modèle de cycle de vie, les salaire et taux d'intérêt par leur expression d'équilibre. Néanmoins, dans la mesure où l'effet d'un choc technologique sur le salaire dépend lui même des caractéristiques de l'offre de travail, il ne paraît pas totalement satisfaisant d'étudier l'impact d'un choc technologique sur l'offre de travail par l'intermédiaire d'un choc sur le salaire d'équilibre. Aussi, notre propos est-il de caractériser *directement* les différents effets — *i.e.* effets de substitution spécifique et général et effet richesse — d'un choc technologique sur l'emploi, sans passer par l'intermédiaire des salaire et taux d'intérêt d'équilibre.

La suite de cette section est organisée de la manière suivante. Après avoir exposé le modèle canonique des cycles réels, nous dérivons les conditions d'optimalité, puis nous donnons une approximation linéaire des règles de décisions. Ensuite, à l'aide de ces règles de décisions approchées, nous décomposons la réponse de l'emploi à un choc technologique en effets de substitution spécifique et général et en effet richesse.

3.1. Exposé du modèle

Dans cette sous-section, le modèle canonique des cycles réels est exposé. Le problème que résout le planificateur centralisé est écrit et les conditions du premier ordre sont dérivées.

3.1.1. L'environnement économique

Le modèle canonique des cycles réels qui est décrit ici reprend la présentation effectuée par KING, PLOSSER et REBELO [1988].

Préférences : Il y a dans l'économie un unique bien qui est en même temps le bien de consommation et le capital. Les préférences de l'agent représentatif de durée de vie infinie sont représentées par une fonction d'utilité intertemporelle de la forme [6] :

$$U = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(C_t, L_t)$$

Technologie : La technologie de production est à rendements constants, elle est représentée par la fonction :

$$Y_t = A_t F(K_t, N_t)$$

K_t est le stock de capital, prédéterminé à la période précédente, N_t est le facteur travail utilisé dans le processus de production. La dotation en temps d'un agent est normalisée à 1, on a ainsi $N_t + L_t = 1$. A_t est le choc technologique [7], il suit un processus autorégressif d'ordre 1, soit: $A_{t+1} = \rho A_t + \epsilon_{t+1}$, de moyenne $\bar{A} = 1$.

Le capital est accumulé suivant le processus décrit par l'équation $K_{t+1} = I_t + (1 - \delta)K_t$, où I_t est l'investissement brut et δ le taux de dépréciation du capital.

3.1.2. L'optimum centralisé

Le planificateur résout le problème suivant, dont la solution correspond à celle de l'équilibre concurrentiel :

$$(4) \qquad \begin{cases} \max\limits_{C_t, N_t} E_0 \sum\limits_{t=0}^{\infty} \beta^t u(C_t, 1 - N_t) \\ \\ \text{s.c.} \quad K_{t+1} = (1 - \delta)K_t + A_t F(K_t, N_t) - C_t \ (\lambda_t) \end{cases}$$

6. Les propriétés et notations relatives aux préférences énoncées à la sous-section 1.2.1 sont conservées.

7. Le fait que des chocs technologiques soient à l'origine des fluctuations économiques est discuté. On mentionnera tout d'abord que l'introduction de ces chocs d'offre s'est faite en réponse à certaines objections formulée à l'encontre des modèles mettant l'accent sur les impulsions monétaires. Par ailleurs, les développements théoriques récents, en associant aux chocs technologiques des impulsions monétaires ou budgétaires, ont permis d'approfondir l'analyse des fluctuations économiques. La question de l'interprétation des chocs technologiques est également posée. HANSEN et PRESCOTT [1993] expliquent ainsi que des modifications legislatives ou réglementaires peuvent avoir une incidence, positive ou négative, sur la technologie de production. Elles peuvent favoriser ou retarder la mise en œuvre de nouvelles technologies.

Le calcul des conditions d'optimalité conduit aux expressions suivantes :

$$(5) \qquad D_1u(C_t, 1-N_t) = \lambda_t$$
$$(6) \qquad D_2u(C_t, 1-N_t) = \lambda_t A_t D_2F(K_t, N_t)$$
$$(7) \qquad \beta E_t(\lambda_{t+1}[A_{t+1}D_1F(K_{t+1}, N_{t+1}) + 1 - \delta]) = \lambda_t$$
$$(8) \qquad K_{t+1} = (1-\delta)K_t + A_tF(K_t, N_t) - C_t$$

Nous avons également comme condition de transversalité :

$$(9) \qquad \lim_{j\to\infty} E_t\{\beta^{t+j}\lambda_{t+j}K_{t+1+j}\} = 0$$

La résolution de ce système conduit à des règles de décisions qui sont fonctions des variables d'état de la période — *i.e.* K_t et A_t —. On a alors : $C_t = C(K_t, A_t)$, $N_t = N(K_t, A_t)$ et $I_t = I(K_t, A_t)$.

3.2. **Linéarisation et calcul des règles de décisions approchées**

Il n'est pas possible de calculer analytiquement les règles de décisions solution du précédent programme d'optimisation. Aussi, une méthode de résolution approchée est utilisée. La méthode que nous utilisons est due à KING, PLOSSER et REBELO [1987]. Elle est fondée sur une linéarisation des conditions du premier ordre, laquelle conduit à un système d'équations linéaires à anticipations rationnelles qui est résolu suivant la méthode de BLANCHARD et KAHN [1980].

La log-linéarisation des équations (5), (6), (7) et (8) nous donne, en notant $\widehat{x}_t = \log(x_t/\overline{x})$ l'écart en pourcentage de la variable x_t à sa valeur d'état stationnaire $\overline{x}$:

$$(10) \qquad \xi_{cc}\widehat{C}_t - \xi_{cl}\frac{N}{1-N}\widehat{N}_t = \widehat{\lambda}_t$$
$$(11) \qquad \xi_{lc}\widehat{C}_t + \left[-\frac{N}{1-N}\xi_{ll} + 1 - \alpha\right]\widehat{N}_t = \widehat{\lambda}_t + \widehat{A}_t + (1-\alpha)\widehat{K}_t$$
$$(12) \qquad E_t\widehat{\lambda}_{t+1} + \eta_A E_t\widehat{A}_{t+1} + \eta_K\widehat{K}_{t+1} + \eta_N E_t\widehat{N}_{t+1} = \widehat{\lambda}_t$$
$$(13) \qquad \widehat{A}_t + \alpha\widehat{N}_t + (1-\alpha)\widehat{K}_t = s_C\widehat{C}_t + s_I\Phi\widehat{K}_{t+1} - s_I(\Phi - 1)\widehat{K}_t$$

Les élasticités ξ_{cc}, ξ_{ll}, ξ_{lc} et ξ_{cl} ont été définies à la sous-section 1.2. η_A, η_K et η_N sont respectivement les élasticités de la productivité marginale du capital, nette de la dépréciation par rapport à A_t, K_t, et N_t. Le terme α représente la part de la rémunération du travail dans le produit ($1-\alpha$ est celle du capital). s_C est la part de la consommation dans le produit et

s_I celle de l'investissement [8]. A partir des équations (10) et (11), il est possible d'exprimer $\widehat{C}_t$ et $\widehat{N}_t$ en fonction de $\widehat{\lambda}_t$, $\widehat{A}_t$ et $\widehat{K}_t$:

$$(14) \qquad \widehat{C}_t = \zeta_{C\lambda}\widehat{\lambda}_t + \zeta_{CA}\widehat{A}_t + \zeta_{CK}\widehat{K}_t$$

$$(15) \qquad \widehat{N}_t = \zeta_{N\lambda}\widehat{\lambda}_t + \zeta_{NA}\widehat{A}_t + \zeta_{NK}\widehat{K}_t$$

Par ailleurs, les variables ζ vérifient :

$$\zeta_{C\lambda} = \frac{1}{\Delta}\left[\frac{N}{1-N}(\xi_{cl} - \xi_{ll}) + 1 - \alpha\right]$$
$$\zeta_{CA} = \frac{1}{\Delta}\xi_{cl}\frac{N}{1-N} \quad \zeta_{CK} = \frac{1}{\Delta}\xi_{cl}\frac{N}{1-N}(1-\alpha)$$
$$\zeta_{N\lambda} = \frac{1}{\Delta}[-\xi_{lc} + \xi_{cc}] \quad \zeta_{NA} = \frac{1}{\Delta}\xi_{cc} \quad \zeta_{NK} = \frac{1}{\Delta}\xi_{cc}(1-\alpha)$$

avec $\Delta = -\frac{N}{1-N}[\xi_{cc}\xi_{ll} - \xi_{cl}\xi_{lc}] + (1-\alpha)\xi_{cc} < 0$. En remplaçant $\widehat{C}_t$ et $\widehat{N}_t$ dans les équations (11) et (13) par leurs expressions ci-dessus, on obtient finalement :

$$(16) \qquad \begin{aligned} &\widehat{\lambda}_t - (\eta_A + \eta_N\zeta_{NA})\widehat{A}_{t+1} \\ &\qquad = (\eta_K + \eta_N\zeta_{NK})\widehat{K}_{t+1} + (1 + \eta_N\zeta_{N\lambda})E_t\widehat{\lambda}_{t+1} \end{aligned}$$

$$(17) \qquad \begin{aligned} s_I\Phi\widehat{K}_{t+1} &= (1 - \alpha + s_I(\Phi - 1) + \alpha\zeta_{NK} - s_C\zeta_{CK})\widehat{K}_t \\ &\quad + (\alpha\zeta_{N\lambda} - s_C\zeta_{C\lambda})\widehat{\lambda}_t + (1 + \alpha\zeta_{NA} - s_C\zeta_{CA})\widehat{A}_t \end{aligned}$$

Il s'agit d'un système de deux équations linéaires à anticipations rationnelles dont $\widehat{K}_t$ est la variable prédéterminée et $\widehat{\lambda}_t$ est la variable tournée vers le futur. Une valeur propre est inférieure à un, soit μ_1, et une valeur propre est supérieure à un, soit μ_2. Il existe donc une unique solution stable, laquelle est de la forme :

$$\widehat{\lambda}_t = \gamma_{\lambda K}\widehat{K}_t + \gamma_{\lambda A}\widehat{A}_t$$
$$\widehat{K}_{t+1} = \mu_1\widehat{K}_t + \pi_{KA}\widehat{A}_t$$

8. Ces différentes grandeurs s'écrivent ainsi. Elasticités des utilités marginales : $\xi_{cc} = C\frac{\frac{\partial^2 u}{\partial C^2}}{\frac{\partial u}{\partial C}}$, $\xi_{ll} = L\frac{\frac{\partial^2 u}{\partial L^2}}{\frac{\partial u}{\partial L}}$, $\xi_{lc} = C\frac{\frac{\partial^2 u}{\partial C \partial L}}{\frac{\partial u}{\partial L}}$ et $\xi_{cl} = L\frac{\frac{\partial^2 u}{\partial C \partial L}}{\frac{\partial u}{\partial C}}$; élasticités de la productivité marginale du capital : $\eta_A = \frac{AD_1F(K,N)}{AD_1F(K,N)+1-\delta}$, $\eta_K = \frac{KAD_{11}F(K,N)}{AD_1F(K,N)+1-\delta}$ et $\eta_N = \frac{NAD_{12}F(K,N)}{AD_1F(K,N)+1-\delta}$; parts du travail, du capital, de la consommation et de l'investissement : $\alpha = \frac{NAD_2F(K,N)}{AF(K,N)}$, $1-\alpha = \frac{KAD_1F(K,N)}{AF(K,N)}$, $s_C = \frac{C}{AF(K,N)}$ et $s_I = 1 - s_C = \frac{I}{AF(K,N)}$. On définit en outre $\Phi = \frac{1}{\delta}$. Sachant qu'à l'état stationnaire $AD_1F(K,N) + 1 - \delta = \frac{1}{\beta}$, les expressions suivantes sont obtenues : $\eta_A = 1 - \beta(1-\delta)$, $\eta_N = \alpha(1 - \beta(1-\delta))$, $\eta_K = -\alpha(1-\beta(1-\delta))$, $s_C = \frac{1-\beta(1-\alpha\delta)}{1-\beta(1-\delta)}$ et $s_I = \frac{(1-\alpha)\beta\delta}{1-\beta(1-\delta)}$

avec

$$\gamma_{\lambda K} = \frac{\mu_1(\eta_K + \eta_N\zeta_{NK})}{1 - \mu_1(1 + \eta_N\zeta_{N\lambda})}$$

$$\gamma_{\lambda A} = \frac{\beta\gamma_{\lambda K}[1 + \alpha\zeta_{N\lambda}]}{s_I\Phi[1 + \eta_N\zeta_{N\lambda}]}\left(1 + \frac{\mu_2^{-1}\rho}{1 - \mu_2^{-1}\rho}\right) + \frac{\eta_A + \eta_N\zeta_{NA}}{1 + \eta_N\zeta_{N\lambda}}\frac{\mu_2^{-1}\rho}{1 - \mu_2^{-1}\rho}$$

$$= \lambda_1\left(1 + \frac{\mu_2^{-1}\rho}{1 - \mu_2^{-1}\rho}\right) + \lambda_2\frac{\mu_2^{-1}\rho}{1 - \mu_2^{-1}\rho}$$

$$\pi_{KA} = \frac{1}{s_I\Phi}[1 + \alpha\zeta_{NA} - s_C\zeta_{CA} + \gamma_{\lambda A}(\alpha\zeta_{N\lambda} - s_C\zeta_{C\lambda})]$$

On montre [9] par ailleurs que les inégalités suivantes sont vérifiées : $\gamma_{\lambda K} < 0$, $\lambda_1 < 0$ et $\lambda_2 > 0$.

Finalement, en remplaçant $\widehat{\lambda}_t$ dans les formules (14) et (15), on trouve les expressions des règles de décisions de la consommation et de l'emploi :

(18) $\widehat{C}_t = (\zeta_{CA} + \zeta_{C\lambda}\gamma_{\lambda A})\widehat{A}_t + (\zeta_{CK} + \zeta_{C\lambda}\gamma_{\lambda K})\widehat{K}_t = \pi_{CA}\widehat{A}_t + \pi_{CK}\widehat{K}_t$

(19) $\widehat{N}_t = (\zeta_{NA} + \zeta_{N\lambda}\gamma_{\lambda A})\widehat{A}_t + (\zeta_{NK} + \zeta_{N\lambda}\gamma_{\lambda K})\widehat{K}_t = \pi_{NA}\widehat{A}_t + \pi_{NK}\widehat{K}_t$

3.3. Analyse des effets d'un choc technologique

L'objectif de cette sous-section est de décomposer la réponse de l'emploi à un choc technologique en un effet richesse, un effet de substitution spécifique et un effet de substitution général. Dans cette perspective, il est nécessaire de déterminer l'effet compensé d'un choc technologique sur l'emploi. Cette entreprise présente néanmoins quelques difficultés car les résultats habituels de micro-économie, relatifs à la définition des fonctions de demande compensée et aux effets de substitution, ne sont pas applicables directement à un modèle d'équilibre général tel que celui des cycles réels.

En effet, dans le cadre d'un modèle dynamique d'accumulation de capital, la définition d'un problème dual est problématique. En revanche, il est parfaitement possible de déterminer de façon indirecte l'effet compensé d'un choc technologique sur l'emploi. Pour en expliquer le principe, on reprend le cadre micro-économique de la sous-section 2.2.1. Les demandes non-compensées s'écrivent $X = M(p_1, ..., p_n, R)$. Elles permettent d'atteindre un niveau d'utilité $\overline{U}$ tel que $\overline{U} = U(M(p_1, ..., p_n, R))$. La résolution de cette expression par rapport à R donne le revenu nécessaire à

9. La justification de ces résultats et le détail des calculs sont donnés dans Fairise [1996].

la réalisation d'un niveau d'utilité $\overline{U}$, soit $R = R(p_1, ..., p_n, \overline{U})$. En remplaçant dans les demandes non-compensées, on obtient alors $X = M(p_1, ..., p_n, R(p_1, ..., p_n, \overline{U})) = G(p_1, ..., p_n, \overline{U})$. On retrouve ainsi les demandes compensées, lesquelles peuvent être directement obtenues à partir de la résolution du programme dual.

Nous appliquons maintenant cette idée au modèle canonique des cycles réels. Pour commencer, il est nécessaire d'évaluer la fonction valeur. Plus précisément, on s'emploi à déterminer le niveau d'utilité qu'atteint l'agent si en t son stock de capital est $\widehat{K}_t$ et le niveau de la technologie $\widehat{A}_t$. En t, l'utilité totale de l'agent s'écrit :

$$U_t = E_t \sum_{v=0}^{\infty} \beta^v u(C_{t+v}, 1 - N_{t+v})$$

La log-linéarisation de cette expression au voisinage de l'état stationnaire conduit à l'expression :

$$\frac{s_C}{\sigma_C(1-\beta)}\widehat{U}_t = E_t \sum_{v=0}^{\infty} \beta^v (s_C \widehat{C}_{t+v} - \alpha \widehat{N}_{t+v}) \quad \text{avec} \quad \sigma_C = C\frac{u_C}{u} \tag{20}$$

Il est alors possible de déterminer la forme que prend l'expression ci-dessus et la proposition suivante est consacrée à l'exposé de ce résultat.

PROPOSITION 3 : Une approximation du niveau d'utilité qu'atteint l'agent représentatif à la date t est donnée par l'expression :

$$\widehat{U}_t = \pi_{UK}\widehat{K}_t + \pi_{UA}\widehat{A}_t = \frac{(1-\beta)\sigma_C}{s_C}\frac{s_I \Phi}{\beta}\widehat{K}_t + \frac{(1-\beta)\sigma_C}{s_C}\frac{1}{1-\rho\beta}\widehat{A}_t$$

Démonstration Voir à l'annexe A.

Nous pouvons dès lors procéder à l'analyser de la réponse de l'emploi à un choc technologique en termes d'effets de substitution et d'effet richesse. Ceci est l'objet de la proposition suivante :

PROPOSITION 4 : La réponse de l'emploi à un choc technologique, exprimée par le terme $\zeta_{NA} + \zeta_{N\lambda}\gamma_{\lambda 1}$, se décompose en trois effets comme il suit :

- Un effet de substitution spécifique ($\widehat{\lambda}_t$ donné) :

$$\Psi_1 = \zeta_{NA} = \frac{1}{\frac{1}{\epsilon_N} + 1 - \alpha} > 0$$

- Un effet de substitution général :

$$\Psi_2 = \zeta_{N\lambda}\gamma_{\lambda A} - (\zeta_{NK} + \zeta_{N\lambda}\gamma_{\lambda K})\frac{\beta}{s_I}\frac{1}{1-\rho\beta}$$

- Un effet richesse :

$$\Psi_3 = (\zeta_{NK} + \zeta_{N\lambda}\gamma_{\lambda K})\frac{\beta}{s_I}\frac{1}{1-\rho\beta}$$

Démonstration Voir à l'annexe B.

Seul l'effet de substitution spécifique possède un signe déterminé. Il est positif et, comme dans le modèle de cycle de vie, est directement relié à l'élasticité frischienne d'offre de travail dont il est fonction croissante. On ne peut en revanche rien dire du signe des effets de substitution général et richesse. Une analyse plus poussée requière donc de procéder à une évaluation numérique. Ce que nous réalisons dans la section suivante.

4 Sensibilité des effets de substitution et richesse aux paramètres

Dans cette section, nous donnons une évaluation numérique des différents effets définis lors de la section précédente lorsque varient les paramètres fondamentaux de la fonction d'utilité. Au préalable, la forme fonctionnelle retenue pour la fonction d'utilité est précisée et la signification de ses principaux paramètres est discutée.

4.1. Spécification des préférences et de la technologie de production

Les préférences sont décrites par la fonction d'utilité :

$$u(C, 1-N) = \frac{1}{1-\sigma}\left[C^{1-\varphi} + d(1-N)^{1-\varphi}\right]^{\frac{1-\sigma}{1-\varphi}}$$

avec $\varphi \in]0,1[$ et $\sigma \in]0,1[\cup]1,+\infty[$ et $d > 0$. La fonction d'utilité est à aversion pour le risque constante et σ est le degré relatif d'aversion pour le risque. $\frac{1}{\sigma}$ est l'élasticité de substitution intertemporelle du bien composite entre deux périodes [10], elle traduit la volonté générale de l'agent d'opérer des substitutions intertemporelles.

$\frac{1}{\varphi}$ est l'élasticité instantanée de substitution entre la consommation et le loisir. Si φ tend vers 1, alors le terme *CES* de la fonction de production tend vers une Cobb-Douglas de la forme $C^{\frac{1}{1+d}}(1-N)^{\frac{d}{1+d}}$. Il s'agit de la spécification utilisée par KYDLAND et PRESCOTT [1982] et la signification du paramètre d peut dès lors être précisée. L'agent consacre une fraction $\frac{1}{1+d}$ de son temps aux activité marchandes (la consommation) et une fraction $\frac{d}{1+d}$ aux activités non-marchandes (le loisir).

10. Cette élasticité ne doit pas être confondue avec ϵ_N parfois qualifiée d'élasticité de substitution intertemporelle de l'offre de travail.

Très classiquement, il est supposé que la production s'effectue par l'intermédiaire d'une technologie Cobb-Douglas, soit :

$$Y_t = A_t K_t^{1-\alpha} N_t^{\alpha}$$

La sensibilité des différents effets précédemment définis à une variation des paramètres est désormais évaluée. Pour cela, un balayage sur les paramètres clés des préférences est effectué. Sont plus particulièrement concernées les élasticités σ et φ dont les valeurs de référence sont respectivement 1.5 et 0.8. L'effet d'une variation du paramètre de persistance ρ, dont la valeur de référence est 0.95, sur les effets de substitution et richesse est également examiné. Les autres paramètres ont été étalonnés comme il suit. La valeur de 2 est retenue [11] pour d et les autres paramètres du modèle, α et δ, sont suivant KING, PLOSSER et REBELO [1988] respectivement choisis égaux à 0.58 et 0.025. Ces valeurs constituent l'étalonnage de référence (tableau 1)) et sont habituellement retenues dans les exercices d'évaluation de ce type de modèles par simulation et comparaison aux faits stylisés. Elles impliquent une élasticité *frischienne* de l'offre de travail de l'ordre de 1.84, d'un ordre de grandeur comparable à celui que donne l'étalonnage de KYDLAND et PRESCOTT [1982].

TABLEAU 1

Etalonnage de référence

σ	d	φ	α	δ	ρ
1.5	2	0.8	0.58	0.025	0.95

4.2. **Le rôle de l'élasticité** frischienne **et de l'effet de substitution spécifique**

Afin de mettre en évidence le rôle particulier joué par l'élasticité *frischienne* et l'effet de substitution spécifique, des exercices de sensibilité aux paramètres caractéristiques des préférences ont été menés.

Les résultats relatifs à la sensibilité des effets de substitution et de l'effet richesse sont reportés dans les tableaux (2), (3) et (4) de l'annexe C. Enfin, l'effet total figure dans le tableau (5). Notons aussi que dans le but de faciliter la lecture et la comparaison des résultats, les valeurs découlant de l'étalonnage de référence apparaissent en caractères gras dans les tableaux de résultats.

Rappelons également que l'expression des différents effets est donnée par :

- Effet de substitution spécifique : $\Psi_1 = \zeta_{NA}$;

11. L'agent consacre ainsi $1/3$ de son temps aux activité marchandes et $2/3$ aux activités non marchandes (*Cf.* KYDLAND et PRESCOTT [1982]).

- Effet de substitution général : $\Psi_2 = \zeta_{N\lambda}\gamma_{\lambda A} - (\zeta_{NK} + \zeta_{N\lambda}\gamma_{\lambda K})\frac{\beta}{s_I}\frac{1}{1-\rho\beta}$
- Effet richesse : $\Psi_3 = (\zeta_{NK} + \zeta_{N\lambda}\gamma_{\lambda K})\frac{\beta}{s_I}\frac{1}{1-\rho\beta}$

On remarque préalablement que l'effet de substitution spécifique est toujours positif et que l'effet de substitution général est toujours négatif. En revanche, l'effet richesse n'a pas de signe *a priori* déterminé. L'effet total est néanmoins toujours positif. Ceci vient du fait que l'effet de substitution spécifique — *i.e.* l'effet direct d'un choc technologique sur l'emploi — est l'élément dominant de la réponse de l'emploi à un choc technologique. L'effet de substitution spécifique est en effet d'un ordre de grandeur supérieur à celui des deux autres effets.

Nos évaluations numériques confirment également (*Cf.* tableaux (2), (5) et (6)) qu'une forte élasticité *frischienne* de l'offre de travail correspond à un effet de substitution spécifique élevé. Ce dernier effet étant dominant, il est donc légitime de prédire une forte sensibilité de l'emploi à un choc technologique lorsque l'élasticité *frischienne* de l'offre de travail est grande. Ce rôle joué par l'élasticité *frischienne* de l'offre de travail est traditionnellement mis en avant par les théoriciens des cycles réels. Les discussions sont cependant la plupart du temps intuitives et ne s'appuient pas sur une évaluation précise des différents effets en jeux. Notre étude a pour résultat de confirmer le rôle primordial que joue cette élasticité dans le modèle canonique des cycles réels et de mettre en relief l'intérêt de la décomposition à λ donné des effets d'un choc technologique. Les résultats de dynamique comparative du modèle de cycle de vie sont ainsi prolongés à un cadre d'équilibre général.

On observe par ailleurs peu de régularités dans l'évolution des différents effets par rapport aux paramètres φ et σ. On remarque essentiellement que l'effet de substitution spécifique augmente avec la valeur de l'élasticité de substitution intertemporelle $\frac{1}{\sigma}$. Lorsque cette élasticité est faible, l'agent préfère des profils consommation et de travail stables dans le temps. Il est donc peu sensible aux variations de prix qu'il observe et modifie en conséquence faiblement sa consommation et son offre de travail lorsqu'un choc technologique survient. Sa volonté de substituer intertemporellement du travail est alors faible.

L'une des difficultés des modèles de cycles réels est de rendre compte de la volatilité de l'emploi. Les estimations de l'élasticité *frischienne* de l'offre de travail conduisent à des valeurs allant de 0 à 0.5. Pour un étalonnage correspondant à une élasticité de 0.5, le modèle canonique des cycle réels génère une variabilité de l'emploi représentant 0.32 fois celle du produit. Un tel résultat est très éloigné de la variabilité observée de l'emploi, laquelle représente 0.8 fois celle du produit pour l'économie américaine [12]. En fait, une élasticité de l'ordre de 4 est nécessaire pour obtenir un résultat conforme

12. Dans le cas de notre étalonnage de référence, l'élasticité ϵ_N est de l'ordre de 1.84, ce qui conduit à une volatilité de l'emploi par rapport au produit de l'ordre de 0.60.

aux faits stylisés. Etant donné les résultats empiriques, une telle valeur de l'élasticité *frischienne* de l'offre de travail ne peut bien sûr être retenue [13].

4.3. Sensibilité de la réponse de l'emploi à une variation du paramètre de persistance

La décomposition à λ donné des effets d'un choc technologique est également intéressante quand on s'intéresse à l'évolution de l'impact d'un tel choc en fonction de son degré de persistance. On se place ici dans le cas de l'étalonnage de référence. On constate alors que l'accroissement de la persistance du choc technologique renforce l'effet richesse, ce qui réduit l'incitation à travailler. De même, l'élévation de la persistance, *via* l'effet de substitution général, conduit à une réduction des heures travaillées. L'effet de substitution spécifique n'étant pas altéré par les variations de la persistance, il en résulte finalement une réduction de l'effet de substitution total. En définitive, le renforcement de l'effet richesse et la réduction de l'effet de substitution induits par l'augmentation de la persistance des perturbations ont pour effet d'atténuer l'impact d'un choc technologique positif sur l'emploi. Ces conclusions rejoignent celles de KING, PLOSSER et REBELO [1988] et HAIRAULT [1992].

Ici encore, les résultats du modèle de cycle de vie concernant l'effet d'une hausse transitoire ou permanente du salaire se trouvent prolongés. L'effet d'un choc technologique sur l'emploi est maximal lorsqu'il est purement transitoire et son impact se réduit quand sa persistance augmente.

5 Conclusion

L'analyse des mécanismes de substitution intertemporelle dans un cadre d'équilibre intertemporel repose habituellement sur l'intuition et s'appuie souvent sur la dynamique comparative du modèle de cycle de vie. Elle ne découlent pas d'une analyse formelle des différents effets en jeu. Cet article aura permis de préciser comment appréhender les notions d'effets de substitution et richesse dans un modèle d'équilibre intertemporel. Dans notre étude, nous nous sommes restreint au modèle canonique des cycles réels, lequel représente une des versions les plus simples des modèles d'équilibre intertemporel. La méthode proposée va cependant au-delà du modèle

13. Cette discussion illustre bien les limites de l'hypothèse de substitution intertemporelle et les difficultés qu'il a y d'expliquer d'importantes fluctuations de l'emploi à partir de faibles variations du salaire réel. Des modélisations alternatives du marché du travail ont été proposées. Ainsi CAHUC et ZYLBERBERG [1997] présentent un modèle dynamique d'équilibre du marché du travail de type WS-PS avec négociations salariales et décrivant dans un cadre intertemporel l'évolution du capital, du travail et de l'emploi.

standard de cycles réels. Elle doit s'appliquer au différentes catégories de modèles dynamiques utilisés dans l'analyse macro-économique et dans lesquels les mécanismes de substitution intertemporelle jouent un rôle clé. Tel est par exemple le cas pour l'analyse de modèles à générations ou des politiques fiscale dans un cadre d'équilibre dynamique.

Aussi, après avoir exposé le modèle de cycle de vie et précisé un certain nombre de notions fondamentales s'y rattachant, nous nous sommes efforcé de caractériser précisément les notions d'effets de substitution et richesse dans le cadre d'un modèle dynamique d'équilibre général perturbé par des chocs aléatoires. En continuité avec l'analyse du modèle de cycle de vie, nous sommes ainsi parvenu à décomposer la réponse de l'emploi à un choc technologique en un effet de substitution spécifique, un effet de substitution général et un effet richesse. Les évaluations numériques réalisées montrent que l'effet de substitution spécifique est d'un ordre de grandeur supérieur à celui de l'effet de substitution général et de l'effet richesse. De plus, l'effet de substitution spécifique est d'autant plus élevé que l'élasticité *frischienne* de l'offre de travail est grande. Comme dans le modèle de cycle de vie, cette élasticité détermine bien l'intensité de la réponse de l'emploi à un choc technologique.

Démonstration de la proposition 3

En remplaçant dans l'équation (20) la consommation et l'emploi par leurs expressions en fonction du capital et du choc technologique (*Cf.* équations (18) et (19)) et connaissant les lois d'évolution du capital et de la technologie, on obtient l'expression suivante :

$$\begin{aligned}
&\frac{s_C}{\sigma_C(1-\beta)}\widehat{U}_t \\
&= E_t \sum_{v=0}^{\infty} \beta^v [(s_C\pi_{CK} - \alpha\pi_{NK})\widehat{K}_{t+v} + (s_C\pi_{CA} - \alpha\pi_{NA})\widehat{A}_{t+v}] \\
&= [s_C\pi_{CK} - \alpha\pi_{NK} \quad s_C\pi_{CA} - \alpha\pi_{NA}] E_t \sum_{v=0}^{\infty} \begin{bmatrix} \beta^v \widehat{K}_{t+v} \\ \beta^v \widehat{A}_{t+v} \end{bmatrix} \\
&= [s_C\pi_{CK} - \alpha\pi_{NK} \quad s_C\pi_{CA} - \alpha\pi_{NA}] \sum_{v=0}^{\infty} \begin{bmatrix} \beta\mu_1 & \beta\pi_{KA} \\ 0 & \beta\rho \end{bmatrix}^v \begin{bmatrix} \widehat{K}_t \\ \widehat{A}_t \end{bmatrix} \\
&= [s_C\pi_{CK} - \alpha\pi_{NK} \quad s_C\pi_{CA} - \alpha\pi_{NA}] \begin{bmatrix} \frac{1}{1-\beta\mu_1} & \frac{\pi_{KA}\beta}{(1-\beta\mu_1)(1-\beta\rho)} \\ 0 & \frac{1}{1-\beta\rho} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \widehat{K}_t \\ \widehat{A}_t \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

Finalement, on déduit une expression de l'utilité comme fonction des variables $\widehat{K}_t$ et $\widehat{A}_t$ de la forme :

$$\widehat{U}_t = \pi_{UK}\widehat{K}_t + \pi_{UA}\widehat{A}_t \tag{21}$$

avec

$$\pi_{UK} = \frac{1}{1-\beta\mu_1}\frac{(1-\beta)\sigma_C}{s_C}[s_C\pi_{CK} - \alpha\pi_{NK}]$$

$$\pi_{UA} = \frac{1}{1-\rho\beta}\frac{(1-\beta)\sigma_C}{s_C}\left[s_C\pi_{CA} - \alpha\pi_{NA} + \frac{\beta\pi_{KA}}{1-\beta\mu_1}(s_C\pi_{CK} - \alpha\pi_{NK})\right]$$

Les deux élasticités π_{UK} et π_{UA} prennent des expressions extrêmement simples. Pour l'établir, on montre tout d'abord que la relation suivante est vérifiées [14] :

$$\begin{aligned}
s_C\pi_{CK} - \alpha\pi_{NK} &= [(1-\alpha) + s_I(\Phi - 1) - s_I\Phi\mu_1] \\
&= \frac{s_I\Phi}{\beta}(1-\beta\mu_1)
\end{aligned} \tag{22}$$

14. Utiliser $s_I = \frac{(1-\alpha)\beta\delta}{1-\beta(1-\delta)}$ et $\Phi = \frac{1}{\delta}$.

Il est alors possible de déduire l'expression de l'élasticité π_{UK}, soit :

$$\pi_{UK} = \frac{(1-\beta)\sigma_C}{s_C} \frac{s_I \Phi}{\beta}$$

Finalement, le calcul précédent de $s_C \pi_{CK} - \alpha \pi_{NK}$ permet de déterminer l'expression de l'élasticité π_{UA}. On obtient alors :

$$\begin{aligned}
\pi_{UA} &= \frac{1}{1-\rho\beta} \frac{(1-\beta)\sigma_C}{s_C} \left[s_C \pi_{CA} - \alpha \pi_{NA} + \frac{\beta \pi_{KA}}{1-\beta\mu_1} (s_C \pi_{CK} - \alpha \pi_{NK}) \right] \\
&= \frac{1}{1-\rho\beta} \frac{(1-\beta)\sigma_C}{s_C} [s_C(\zeta_{CA} + \zeta_{C\lambda}\gamma_{\lambda A}) - \alpha(\zeta_{NA} + \zeta_{N\lambda}\gamma_{\lambda A}) \\
&+ 1 + \alpha\zeta_{NA} - s_C\zeta_{CA} + \gamma_{\lambda A}(\alpha\zeta_{N\lambda} - s_C\zeta_{C\lambda})] \\
&= \frac{(1-\beta)\sigma_C}{s_C} \frac{1}{1-\rho\beta}
\end{aligned}$$

En définitive, l'utilité $\widehat{U}_t$ prend l'expression suivante :

$$\widehat{U}_t = \pi_{UK}\widehat{K}_t + \pi_{UA}\widehat{A}_t = \frac{(1-\beta)\sigma_C}{s_C} \frac{s_I \Phi}{\beta} \widehat{K}_t + \frac{(1-\beta)\sigma_C}{s_C} \frac{1}{1-\rho\beta} \widehat{A}_t$$

Démonstration de la proposition 4

Pour commencer, l'effet compensé d'un choc technologique sur l'emploi est déterminé.

La règle de décision de l'emploi est donnée par :

$$\widehat{N}_t = (\zeta_{NA} + \zeta_{N\lambda}\gamma_{\lambda A})\widehat{A}_t + (\zeta_{NK} + \zeta_{N\lambda}\gamma_{\lambda K})\widehat{K}_t$$

De l'équation (21), on déduit que :

$$\widehat{K}_t = \frac{1}{\pi_{UK}}\widehat{U}_t - \frac{\pi_{UA}}{\pi_{UK}}\widehat{A}_t$$

En substituant cette expression dans la règle de décision de l'emploi, on obtient alors l'équation :

$$\begin{aligned}\widehat{N}_t &= \left[\zeta_{NA} + \zeta_{N\lambda}\gamma_{\lambda A} - (\zeta_{NK} + \zeta_{N\lambda}\gamma_{\lambda K})\frac{\pi_{UA}}{\pi_{UK}}\right]\widehat{A}_t \\ &+ \frac{1}{\pi_{UK}}(\zeta_{NK} + \zeta_{N\lambda}\gamma_{\lambda K})\widehat{U}_t \\ &= \Omega_{NA}\widehat{A}_t + \Omega_{NU}\widehat{U}_t\end{aligned}$$

Cette formule donne ainsi l'effet compensé d'un choc technologique sur l'emploi. Nous avons ainsi isolé l'effet de substitution, lequel est exprimé par le terme Ω_{NA}, soit :

$$\Omega_{NA} = \left[\zeta_{NA} + \zeta_{N\lambda}\gamma_{\lambda A} - (\zeta_{NK} + \zeta_{N\lambda}\gamma_{\lambda K})\frac{\pi_{UA}}{\pi_{UK}}\right]$$

Cet effet de substitution se décompose lui-même en un effet de substitution spécifique, à $\widehat{\lambda}_t$ donné, égal à ζ_{NA} et un effet de substitution général, à $\widehat{\lambda}_t$ variable, égal à $\zeta_{N\lambda}\gamma_{\lambda A} - (\zeta_{NK} + \zeta_{N\lambda}\gamma_{\lambda K})\frac{\pi_{UA}}{\pi_{UK}}$. Finalement, l'effet richesse est représenté par le terme $(\zeta_{NK} + \zeta_{N\lambda}\gamma_{\lambda K})\frac{\pi_{UA}}{\pi_{UK}}$.

En résumé, la réponse de l'emploi à un choc technologique, qu'exprime le terme $\zeta_{NA} + \zeta_{N\lambda}\gamma_{\lambda A}$, se décompose en trois effets, soit :

- L'effet de substitution spécifique ($\widehat{\lambda}_t$ donné) :

  $$\Psi_1 = \zeta_{NA} = \frac{1}{\Delta}\xi_{cc} > 0$$

  Comme dans le modèle de cycle de vie, l'effet de substitution spécifique est ici aussi directement relié à l'élasticité de substitution intertemporelle. En effet, sachant que l'on a $\zeta_{NA} = \frac{1}{\Delta}\xi_{cc}$ avec :

  $$\begin{aligned}\Delta &= -\frac{N}{1-N}[\xi_{cc}\xi_{ll} - \xi_{cl}\xi_{lc}] + (1-\alpha)\xi_{cc} \\ &= \xi_{cc}\frac{1}{\epsilon_N} + (1-\alpha)\xi_{cc}\end{aligned}$$

on déduit que :

$$\zeta_{NA} = \frac{1}{\frac{1}{\epsilon_N} + 1 - \alpha}$$

- L'effet de substitution général :

$$\Psi_2 = \zeta_{N\lambda}\gamma_{\lambda A} - (\zeta_{NK} + \zeta_{N\lambda}\gamma_{\lambda K})\frac{\pi_{UA}}{\pi_{UK}} = \zeta_{N\lambda}\gamma_{\lambda A} - (\zeta_{NK} + \zeta_{N\lambda}\gamma_{\lambda K})\frac{\beta}{s_I}\frac{1}{1-\rho\beta}$$

- L'effet richesse :

$$\Psi_3 = (\zeta_{NK} + \zeta_{N\lambda}\gamma_{\lambda K})\frac{\pi_{UA}}{\pi_{UK}} = (\zeta_{NK} + \zeta_{N\lambda}\gamma_{\lambda K})\frac{\beta}{s_I}\frac{1}{1-\rho\beta}$$

Tableaux de résultats

TABLEAU 2

Effet de substitution spécifique (Ψ_1)

$\varphi =$	$\sigma =$ 0.1	0.5	1	1.5	2	5	10	50
0.1000	0.1475	0.1461	0.1459	0.1458	0.1458	0.1457	0.1457	0.1457
0.2000	0.9262	0.7769	0.7561	0.7490	0.7454	0.7390	0.7368	0.7351
0.5000	1.8673	1.2788	1.0945	1.0186	0.9772	0.8959	0.8667	0.8425
0.8000	2.0411	1.4374	1.1681	**1.0406**	0.9662	0.8092	0.7488	0.6971
1.0000	2.0872	1.4964	1.1994	1.0504	0.9609	0.7653	0.6876	0.6197
2.0000	2.1631	1.6210	1.2779	1.0825	0.9564	0.6544	0.5231	0.4028
5.0000	2.1994	1.6975	1.3368	1.1140	0.9626	0.5739	0.3923	0.2184
10.0000	2.2101	1.7229	1.3585	1.1270	0.9669	0.5451	0.3424	0.1448
50.0000	2.2182	1.7431	1.3765	1.1384	0.9714	0.5214	0.2999	0.0808

TABLEAU 3

Effet de substitution général (Ψ_2)

$\varphi =$	$\sigma =$ 0.1	0.5	1	1.5	2	5	10	50
0.1000	-0.0053	-0.0051	-0.0051	-0.0051	-0.0051	-0.0051	-0.0051	-0.0051
0.2000	-0.0547	-0.0292	-0.0271	-0.0265	-0.0262	-0.0258	-0.0256	-0.0255
0.5000	-0.1940	-0.0777	-0.0523	-0.0437	-0.0396	-0.0327	-0.0307	-0.0294
0.8000	-0.2351	-0.1133	-0.0719	**-0.0555**	-0.0470	-0.0321	-0.0275	-0.0244
1.0000	-0.2497	-0.1298	-0.0824	-0.0624	-0.0517	-0.0321	-0.0260	-0.0218
2.0000	-0.2827	-0.1718	-0.1132	-0.0843	-0.0675	-0.0339	-0.0226	-0.0145
5.0000	-0.3072	-0.2041	-0.1403	-0.1054	-0.0839	-0.0375	-0.0207	-0.0084
10.0000	-0.3165	-0.2164	-0.1512	-0.1143	-0.0911	-0.0394	-0.0203	-0.0060
50.0000	-0.3246	-0.2269	-0.1607	-0.1222	-0.0976	-0.0414	-0.0200	-0.0039

Tableau 4

Effet richesse (Ψ_3)

$\varphi =$	$\sigma =$ 0.1	0.5	1	1.5	2	5	10	50
0.1000	0.0029	0.0040	0.0043	0.0044	0.0045	0.0046	0.0047	0.0048
0.2000	0.0058	0.0154	0.0179	0.0190	0.0197	0.0213	0.0221	0.0231
0.5000	-0.0172	-0.0032	0.0034	0.0069	0.0091	0.0147	0.0177	0.0214
0.8000	-0.0328	-0.0203	-0.0128	**-0.0084**	-0.0054	0.0026	0.0071	0.0131
1.0000	-0.0400	-0.0282	-0.0205	-0.0158	-0.0125	-0.0035	0.0017	0.0088
2.0000	-0.0590	-0.0489	-0.0411	-0.0358	-0.0320	-0.0205	-0.0135	-0.0033
5.0000	-0.0748	-0.0657	-0.0580	-0.0525	-0.0484	-0.0352	-0.0266	-0.0137
10.0000	-0.0811	-0.0723	-0.0647	-0.0591	-0.0549	-0.0412	-0.0320	-0.0180
50.0000	-0.0865	-0.0780	-0.0705	-0.0649	-0.0606	-0.0464	-0.0367	-0.0217

Tableau 5

Effet total (π_{NA})

$\varphi =$	$\sigma =$ 0.1	0.5	1	1.5	2	5	10	50
0.1000	0.1451	0.1450	0.1451	0.1451	0.1452	0.1453	0.1454	0.1455
0.2000	0.8773	0.7630	0.7469	0.7415	0.7389	0.7346	0.7333	0.7326
0.5000	1.6562	1.1980	1.0457	0.9817	0.9467	0.8779	0.8536	0.8345
0.8000	1.7732	1.3038	1.0834	**0.9767**	0.9137	0.7798	0.7284	0.6858
1.0000	1.7975	1.3384	1.0964	0.9723	0.8967	0.7297	0.6632	0.6067
2.0000	1.8213	1.4003	1.1236	0.9624	0.8569	0.6000	0.4871	0.3851
5.0000	1.8174	1.4277	1.1386	0.9560	0.8303	0.5012	0.3449	0.1963
10.0000	1.8125	1.4342	1.1427	0.9536	0.8210	0.4645	0.2901	0.1209
50.0000	1.8072	1.4382	1.1454	0.9513	0.8132	0.4336	0.2432	0.0552

Tableau 6

Valeurs de l'élasticité ϵ_N

$\varphi =$	$\sigma =$ 0.1	0.5	1	1.5	2	5	10	50
0.1000	0.1572	0.1556	0.1554	0.1553	0.1553	0.1552	0.1552	0.1552
0.2000	1.5160	1.1532	1.1079	1.0927	1.0852	1.0716	1.0671	1.0634
0.5000	8.6562	2.7625	2.0258	1.7802	1.6574	1.4364	1.3627	1.3038
0.8000	14.3003	3.6273	2.2931	**1.8484**	1.6261	1.2258	1.0924	0.9857
1.0000	16.9174	4.0280	2.4168	1.8797	1.6112	1.1278	0.9667	0.8378
2.0000	23.6376	5.0783	2.7584	1.9851	1.5984	0.9024	0.6704	0.4849
5.0000	28.8361	5.9137	3.0484	2.0933	1.6158	0.7562	0.4697	0.2405
10.0000	30.7991	6.2341	3.1634	2.1399	1.6281	0.7069	0.3999	0.1542
50.0000	32.4601	6.5070	3.2629	2.1815	1.6408	0.6676	0.3432	0.0836

TABLEAU 7

Sensibilité au paramètre de persistance

	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
Ψ_1	1.0406	1.0406	1.0406	1.0406	1.0406	1.0406	1.0406	1.0406	1.0406	1.0406
Ψ_2	-0.0555	-0.0568	-0.0583	-0.0603	-0.0629	-0.0663	-0.0712	-0.0787	-0.0916	-0.1170
Ψ_3	-0.0084	-0.0093	-0.0104	-0.0119	-0.0139	-0.0166	-0.0206	-0.0273	-0.0403	-0.0769
π_{NA}	0.9767	0.9745	0.9718	0.9684	0.9638	0.9577	0.9487	0.9346	0.9087	0.8468

• Références bibliographiques

BLANCHARD, O. J., KAHN, C. (1980). – “The Solution of Linear Difference Models under Rational Expectations”, *Econometrica*, 48(5), pp. 1305–1311.

BROWNING, M., DEATON, A., IRISH, M. (1985). – “A Profitable Approach to Labor Supply and Commodity Demand over the Life-Cycle”, *Econometrica*, 53(3), pp. 503–543.

CAHUC, P., ZYLBERBERG, A. (1997). – “Le modèle WS-PS”, *Mimeo*, MAD, Université de Paris I.

CHATEAU, J. (1997). – “Effets macro-économiques des politiques publiques incitatives”, *Thèse de doctorat*, Université de Paris I, Septembre 1997.

D’AUTUME, A. (1991). – “The Comparative Dynamics of Intertemporal Substitution”, *Document de travail*, M.A.D., Université de Paris I.

D’AUTUME, A. (1995). – “Comparative Dynamics of the Standard Real Business Cycle Model”, *Miméo*, M.A.D., Université de Paris I.

FAIRISE, X. (1996). – “Dynamique comparative et substitution intertemporelle : une analyse dans les modèles de cycle de vie et d’équilibre général”, *Mimeo*, THEMA, Université de Cergy-Pontoise, 1996.

HAIRAULT, J. O. (1997). – “Présentation et évaluation du courant des cycles réels”, *Économie et prévision*, 106(5), pp. 1–22.

HANSEN, G., PRESCOTT, E. (1993). – “Did technology shocks cause the 1990-1991 recession”, *American Economic Review*, 83(2), pp. 280–86.

HECKMAN, J. (1974). – “Life Cycle Consumption and Labor Supply: An Explanation of the Relation Between Income and Consumption Over the Life Cycle”, *American Economic Review*, 64(1), pp. 188–194.

JUDD, K. (1987). – “The welfare cost of factor taxation in a perfect-forsight model”, *Journal of Political Economy*, 95, pp. 675–709.

KING, R. G., PLOSSER, C., REBELO, S. T. (1990). – “Production Growth and Business Cycles: Technical Appendix”, *Document de travail*, University of Rochester, 1987.

KING, R. G., PLOSSER, C., REBELO, S. T. (1988). – “Production, Growth and Business Cycles I”, *Journal of Monetary Economics*, 21(2/3), pp. 196–232.

KYDLAND, F., PRESCOTT, E. (1982). – “Time to Build and Aggregate Fluctuations”, *Econometrica*, 50(6), pp. 1345–1370.

LUCAS, R. E., RAPPING, L. A. (1969). – “Real Wages, Employment, and inflation”, *Journal of Political Economy*, 77, pp. 721–754.

MACURDY, T. (1981). – “An Empirical Model of Labour Supply in a Life Cycle Setting”, *Journal of Political Economy*, 89(61), pp. 1059–1085.

McLaughlin, K. (1995). – "Intertemporal Substitution and λ-Constant Comparative Statics", *Journal of Monetary Economics*, 35, pp. 193–213.

Pencavel, J. (1986). – "Labor Supply of Men. In O. Ashenfelter et R. Layard, éditeurs", *Handbook of Labor Economics*, North Holland.

Phlips, L. (1974). – *Applied Consumption Analysis*, North Holland, 1974.

Theil, H. (1975). – *Theory and Measurement of Consumer Demand*, Volume 2, North Holland, Amsterdam.