ANNALES D'ÉCONOMIE ET DE STATISTIQUE. – N° 52 — 1998

Transition et stabilité politique d'un système redistributif

Jean-Luc SCHNEIDER*

RÉSUMÉ. – Dans un modèle simple à générations imbriquées, les effets transitoires déterminent largement la façon dont une démocratie choisit un niveau de redistribution entre les revenus. Ceci peut contribuer à expliquer des comportements apparemment incohérents, revirements politiques, instabilité chronique ou persistance de systèmes sous-optimaux. Les systèmes redistributifs stables vis-à-vis d'une remise en cause devant les électeurs ne sont presque jamais optimaux. La modélisation retenue suggère aussi qu'une démocratie tendrait à privilégier les systèmes redistributifs extrêmes par rapport à des systèmes plus modérés qui seraient pourtant préférables.

Transition and Stability of Redistribution Policies

ABSTRACT. – In a simple overlapping generation model, transitional effects play a crucial part in the way a democracy chooses its level of income redistribution. This may explain some apparent inconsistencies such as policy reversals, long lasting instability, or overstability of suboptimal systems. Stable tax systems are almost always suboptimal. We also find that a democracy may exhibit a bias toward redistributional extremism.

* J. L. SCHNEIDER: Ministère de l'Économie et des Finances, Direction de la Prévision Télédoc 647. Ce travail a été commencé au FMI et terminé à l'INSEE. Il a largement bénéficié des commentaires et des conseils de George Abed, Guy Laroque et surtout Thierry Pujol, ainsi que des suggestions de deux rapporteurs anonymes. Bien entendu, l'auteur reste seul responsable des analyses développées et d'éventuelles erreurs.

1 Introduction

La redistribution des revenus entre individus est l'un des objectifs de la politique fiscale d'un gouvernement (au sens large, englobant prélèvements et prestations). La définition du niveau jugé optimal de redistribution relève d'un problème classique de choix social. Dans la plupart des démocraties, ce paramètre constitue implicitement ou explicitement un élément important du choix des électeurs. Parfois, ce dernier s'exprime sous des aspects apparemment contradictoires. En témoignent les revirements intervenus dans un nombre de pays d'Europe de l'Est, où des électeurs nouvellement appelés à ce rôle ont successivement choisi des équipes politiques s'engageant à démanteler de larges pans du système redistributif, puis d'autres chargées de le restaurer au moins partiellement. A l'inverse, dans certains pays caractérisés par de fortes inégalités (par exemple, en Amérique du Sud), on voit survivre des fiscalités peu redistributives en dépit de consultations démocratiques et de l'avantage que présenterait apparemment une plus forte redistribution pour une majorité de la population.

Différentes explications de ces phénomènes peuvent être avancées. La plus simple serait que les électeurs, irrationnels ou mal informés, ne verraient pas très bien les conséquences de leur choix politique, d'où d'éventuels revirements. Plus généralement, il se peut que la détermination du niveau optimal de redistribution relève d'un processus de tâtonnement, ou encore qu'elle doive s'adapter à des chocs exogènes imprévisibles. Ces explications se heurtent néanmoins à un constat, établi notamment par SHILLER, BOYCKO et KOROBOV [1991], selon lequel des électeurs vivant sous des régimes complètement différents ne semblent pas avoir des perceptions ou des préférences différentes concernant les différents systèmes redistributifs possibles.

On s'intéresse ici à une autre explication fondée sur les effets de l'âge des électeurs sur leurs préférences. Dans un monde où les agents ont une durée de vie finie, ce sont moins les caractéristiques du régime stationnaire à venir que celles de la transition dans laquelle ils vont passer une partie de leur vie qui déterminent leur décision éventuelle de changer le système redistributif. La prise en compte de cet effet permet d'expliquer une instabilité structurelle de la plupart des politiques redistributives, qui ne serait due ni à de l'incertitude ni à des problèmes d'information.

Notre modèle s'inspire de modèles similaires proposés notamment par SAINT-PAUL et VERDIER [1993] et PIKETTY [1995], tout en retenant une spécification plus simple sur plusieurs aspects. En combinant un modèle à générations imbriquées avec des trajectoires d'accumulation du capital humain, on cherche à représenter le fait que, dès lors que la transition d'un système à l'autre prend un certain temps, les agents en bénéficient plus ou moins selon l'âge à laquelle ils l'abordent, selon une idée développée notamment par KRUSELL et RIOS-RULL [1996]. L'âge des électeurs intervient de deux façons. D'une part, plus un agent est vieux, moins les arbitrages entre sacrifices présents et bénéfices futurs lui sont favorables. D'autre part, les agents les plus âgés ont accumulé davantage de capital humain, ce qui peut les conduire à voter contre une augmentation de la redistribution, et cela bien qu'ils fussent initialement défavorisés. On explique ainsi l'apparition de coalitions majoritaires constituées par les riches et les jeunes pauvres qui votent pour le changement contre les vieux pauvres. Ceci correspond bien à ce qui a été observé initialement dans la plupart des pays de l'Est.

Plus généralement, les coalitions majoritaires dépendent fortement du système de départ. Les paramètres déterminants dans la formation de majorités seront, d'une part, la proportion initiale de favorisés dans la population (avant redistribution) et, d'autre part, l'effort nécessaire pour combiner l'écart initial entre favorisés et défavorisés. On obtient ainsi des résultats qu'on peut rapprocher et parfois opposer à ceux de FERNANDEZ et RODRIK [1991] et d'ALESINA et RODRIK [1991]. On retrouve en particulier le fait connu que de fortes inégalités initiales obèrent la mise en place d'un système redistributif assez incitatif pour assurer une forte production. Dans certains cas on retrouve aussi des phénomènes de persistance des conditions initiales, et donc de stabilité de systèmes sous-optimaux, comme dans BENABOU [1996]. Mais, dans d'autres situations, c'est au contraire une instabilité permanente qui peut apparaître, avec des cycles politiques endogènes.

De façon générale, la politique stationnaire optimale, c'est-à-dire celle qui serait préférée ex-ante par une majorté d'électeurs, n'est en général pas stable politiquement, au sens où il se trouvera une majorité d'électeurs pour voter son remplacement par une autre politique qui sera pourtant moins favorable à long terme. Réciproquement, les systèmes redistributifs stables ne sont en général pas optimaux. Ce modèle, certes très simplificateur, suggère en outre que ces régimes stables impliquent souvent un système redistributif plus radical qu'il ne serait souhaitable à long terme. Même si ce dernier résultat tient pour partie aux spécifications du modèle, il fournit une piste d'explication à la radicalisation des programmes redistributifs dans certains pays.

La première partie présente le modèle stationnaire, où l'arbitrage habituel entre équité et efficacité définit la politique redistributive optimale. Les phénomènes de transition sont analysés dans la deuxième partie et on examine le comportement d'électeurs placés face à des choix politiques binaires. La troisième partie endogénise les choix offerts aux électeurs et en déduit la forme des systèmes redistributifs stables. Les limites du modèle et ses extensions possibles sont discutées brièvement en conclusion.

2 Le modèle stationnaire

On considère un modèle en temps continu, à un seul bien et à générations imbriquées. A chaque instant t, il naît un continuum d'individus qui ne diffèrent que par leur dotation initiale z. Une proportion g d'entre eux, les « favorisés » ou « riches », reçoit une dotation initiale élevée, $z = 1$. Les $1 - g$ autres, « défavorisés » ou « pauvres », ont une dotation initiale faible, $z = 0$. Chaque individu vit une unité de temps, et g est constant dans le temps. A chaque instant, un individu est caractérisé par son âge a et sa dotation initiale z. Il n'y a pas de croissance démographique, et la répartition des âges est uniforme sur $[0; 1]$ à chaque instant t.

Un individu travaille toute sa vie. A chaque instant t, il détermine son effort $e(z; a; t)$, qui a une désutilité égale à $c.e(z; a; t)^2$, où c est une constante strictement positive qui est la même pour tous les individus (il n'y a pas de différences entre les capacités des agents). On définit le capital humain de l'individu par la somme cumulée des efforts fournis durant son existence jusqu'à l'âge a. Le capital humain accroît la productivité d'un individu. Le revenu primaire $y(z; a; t)$ d'un individu, c'est-à-dire son revenu avant toute redistribution, dépend de sa dotation initiale et de sa productivité :

$$y(z; a; t) = z + \int_0^a e(z; u; t - a + u).du$$

La différence entre dotations initiales des individus peut être interprétée de différentes manières. De façon générale, z doit être considéré comme un flux exogène de revenu brut qui diffère selon les individus. Il peut s'agir d'une différence innée de productivité initiale ou encore de différences géographiques, par exemple, entre une région riche et une région pauvre d'un même pays. Mais on peut aussi interpréter le modèle en disant que le capital est détenu par une fraction de la population (qui se le transmet de génération en génération) et que z représente le flux brut de revenu de ce capital que perçoit l'individu.

A priori, différents systèmes fiscaux pourraient être envisagés. On se limite au plus simple des systèmes possible, où la fiscalité est caractérisée par un paramètre de redistribution unique m reliant le revenu net après impôt $x(z; a; t)$ au revenu brut avant impôt $y(z; a; t)$ d'un individu. Ceci amène à se concentrer sur le seul niveau de l'impôt en excluant la possibilité d'une taxation binôme ou non linéaire, ou encore d'une taxation fonction de l'âge du contribuable ou de sa productivité. De la même façon, on suppose que le gouvernement ne souhaite ou ne peut ni taxer différemment les revenus selon leur origine, ni prélever une partie du capital lors de la succession. Bref, on se restreint au cas le plus simple où l'impôt est une fraction fixe du revenu brut.

Plus précisément, on notera $E(m)$ une économie où le revenu brut est taxé à un taux uniforme égal à $1 - m$, et le produit de la taxe est redistribué uniformément entre les individus (sous forme de biens publics, par exemple) :

$$x(z; a; t) = m.y(z; a; t) + (1 - m).Y_m(t)$$

où $Y_m(t)$ représente le revenu moyen par tête dans l'économie à l'instant t.

Le coefficient m peut être interprété comme une mesure du degré d'exposition des individus aux forces de marché, ou encore une mesure des incitations à l'effort. On se limite pour l'instant à des économies stationnaires, où le coefficient m est fixé une fois pour toute dans $[0; 1]$. Avec ces notations, $E(0)$ est une économie totalement égalitaire, dans laquelle tous les individus reçoivent le même revenu net indépendamment de leur dotation initiale et de leur productivité. A l'inverse, $E(1)$ est une économie dans laquelle aucune redistribution n'intervient entre individus de productivités et de dotations différentes. De façon conventionnelle, on appellera « socialisme » l'économie $E(0)$ et « capitalisme » l'économie $E(1)$, « réforme de droite » une augmentation de m et « réforme de gauche » une diminution de m.

Pour simplifier, on suppose en outre que le taux de préférence pour le présent est nul et qu'à chaque instant un individu maximise simplement la somme de ses consommations futures diminuée de la désutilité cumulée de ses efforts :

$$U(z;a;t) = \int_0^{1-a} [x(z;a+u;t+u) - c.e(z;a+u;t+u)^2].du$$

Comme il était prévisible dans un tel modèle, l'effort et la productivité des individus augmentent avec le degré d'incitation m. La production totale de l'économie $E(m)$ vaut :

$$Y_m = g + \frac{m}{6.c}.$$

Le premier terme représente la part de la production qui résulte des dotations initiales, tandis que le second terme représente la part acquise par l'effort. On appellera utilité ex-post de l'individu doté de z et on notera $U_m(z)$ son utilité future totale sous $E(m)$, calculée à la naissance après qu'il a pris connaissance de z :

$$(1) \qquad U_m(z) = g + m(z-g) + \frac{1}{6.c}.\left(m - \frac{m^2}{2}\right)$$

On appellera utilité ex-ante l'espérance d'utilité à la naissance d'un individu né sous $E(m)$ qui ne connaît encore pas sa dotation initiale z. Celle-ci vaut :

$$\overline{U}_m = g + \frac{m}{6.c} - \frac{m^2}{12.c}$$

L'utilité ex-ante est égale à la production agrégée diminuée du coût agrégé de l'effort. Ici, il y a coïncidence entre la maximisation de l'utilité ex-ante et la maximisation de la production agrégée : toutes deux sont obtenues pour $m = 1$, c'est-à-dire dans un système sans aucune redistribution. Cependant, dès lors que l'on revient à l'utilité ex-post, on retrouve l'arbitrage habituel entre équité et efficacité : les individus favorisés préfèrent toujours $m = 1$, alors que le choix des individus défavorisés se porte sur m^* :

$m^* = \text{Max}(0; s)$

où s est défini comme :

$s = 1 - 6.c.g$

Un s faible indique que l'effort est coûteux et ne compense que faiblement les écarts initiaux de dotations. Au contraire, lorsque s est élevé, il est relativement facile aux défavorisés de rattraper leur retard initial. Dans ce qui suit, le modèle sera paramétré par le couple $(g; s)$ qui mesure les deux dimensions de l'inégalité initiale : la proportion de favorisés dans la population et les possibilités de rattrapage du handicap initial des défavorisés.

Le coefficient s peut-être positif ou négatif, mais il est toujours strictement inférieur à 1. Il y a donc toujours conflit entre favorisés et défavorisés, et ces derniers sont d'autant plus réticents à accepter une forte dose de capitalisme que leur handicap initial est important (s faible). Lorsque celui-ci devient trop lourd (s négatif), c'est le socialisme pur qui est le système stationnaire préféré des défavorisés, même s'il implique l'utilité ex-ante et la production agrégée la plus faible possible. Pour se limiter aux cas non triviaux, on fera dans toute la suite l'hypothèse que la majorité de la population est défavorisée $(g < 0.5)$ et que le handicap initial n'est pas trop élevé $(s \geq 0)$, de sorte que m^* et s coïncideront toujours [1].

Dans un tel cadre, le choix de m relève d'un problème standard de choix social, pour lequel il s'agit de définir une fonction objectif. L'approche utilitariste est peu pertinente dans ce modèle, puisque l'argument habituel, selon lequel, une fois maximisée la production, des transferts supplémentaires permettront de redistribuer l'utilité entre les individus, ne tient pas ici, où les transferts sont endogènes dès lors que m est choisi. A l'inverse, l'approche rawlsienne, consistant à maximiser l'utilité ex-post de l'agent le plus défavorisé correspond à un fonctionnement démocratique du gouvernement, puisqu'elle sélectionne le système stationnaire sous lequel préférerait vivre plus de la moitié de la population. Dans ce qui suit cette approche qui est retenue, et le système $E(m^*) = E(s)$ sera appelé système redistributif optimal.

De façon plus générale, avec cette approche, dans un ensemble donné de m envisageables, on sélectionnera toujours celui qui est préféré par les pauvres, c'est-à-dire celui qui maximise $U_m(0)$. Cela revient toujours à choisir le m qui est le plus proche de s [2].

3 Voter pour le changement

S'il est facile de définir un critère de sélection parmi différents systèmes stationnaires, la section précédente ne répond pas à la question de la transition elle-même, c'est-à-dire du vote d'électeurs qui se voient proposer de changer de système au cours de leur existence. On suppose maintenant que le système redistributif a été $E(m)$ jusqu'à la date 0 et que, à la date 0 et de façon inattendue, on propose aux électeurs de choisir entre deux possibilités : changer le niveau de redistribution, de m en m', à partir de la date 0, ou conserver le niveau m pour toujours. On supposera toujours

1. Le paramétrage par le couple $(g; s)$ plutôt que par le couple $(g; c)$ permet d'éviter des problèmes de frontière qui apparaissent lorsque c devient très faible. Il permet surtout de lire plus directement les résultats en terme de système redistributif optimal, puisque $m^* = s$.

2. Ceci est dû au fait que le membre de droite de l'équation (1) est quadratique en m.

que les transferts entre générations sont impossibles (par exemple, faute d'instruments financiers adéquats), et donc que la production agrégée est égale à la somme des revenus des individus à tout instant.

Il existe une double différence avec le problème de statique comparative. D'une part, l'histoire importe : on offre aux individus la possibilité d'un nouveau système redistributif, mais ils l'aborderont avec une productivité qui résultera de décisions prises sous l'ancien système. Ainsi, il se peut qu'un individu donné ait eu une préférence à sa naissance pour le nouveau système stationnaire, mais que son inadaptation initiale à ce nouveau système l'amène à le rejeter lorsqu'il lui est proposé. D'autre part, la transition entraîne (sur l'ensemble du cycle de vie) non seulement des transferts entre favorisés et défavorisés, mais aussi des transferts entre générations, c'est-à-dire qui dépendent de l'âge auquel on aborde la réforme. Par exemple, il se peut que les jeunes votent pour un système plus redistributif pour confisquer une partie du revenu dû à la productivité que les vieux ont acquise sous un système plus incitatif. Le modèle formel développe ces deux idées.

Si une majorité vote pour la transition, elle durera exactement une génération : étant donné que le niveau d'effort ne dépend que de m et de l'âge de l'individu, l'économie atteint le nouveau régime stationnaire à partir du moment où il n'y a plus de survivants du système précédent. Soit $\Delta m = m' - m$ la réforme proposée, c'est-à-dire le changement dans le niveau d'incitation, et $\Delta U(z; a; 0)$ la différence entre l'utilité de l'individu doté de z et âgé de a à la date 0 qui résultera de la réforme. Il votera pour la transition à condition que sa variation d'utilité $\Delta U(z; a; 0)$ soit positive, entre le régime initial $E(m)$ et le régime transitoire $TE(m; m')$. Il est facile, mais un peu long (voir les détails en annexe), de calculer :

$$(2) \quad \frac{\Delta U(z; a; 0)}{(1-a).\Delta m} = z - g + \frac{g}{8.(1-s)} \cdot [f_1(a) + m.f_2(a) + \Delta m.f_3(a)]$$

avec :

$$f_1(a) = 5 - 3.a - 3.a^2 + a^3$$
$$f_2(a) = -5 + 11.a - a^2 - a^3$$
$$f_3(a) = -1 - 5.a + 7.a^2 - a^3$$

Les riches, quel que soit leur âge, sont toujours en faveur d'une augmentation de m[3]. Plus généralement, comme $\Delta U(z; a; 0)$ est une fonction quadratique de Δm, entre deux réformes possibles, les riches préféreront toujours celle pour laquelle m' est le plus grand. Leur comportement est donc cohérent avec celui qui résulterait de la seule analyse de statique comparative. En effet, bien qu'aucun électeur ne vive assez longtemps pour connaître le nouveau régime stationnaire, le vote des riches va toujours dans le sens d'une amélioration de l'utilité des riches sous le régime stationnaire.

Il n'en va pas de même pour les pauvres. En effet, lorsque $z = 0$, le signe du membre de droite de l'équation (2) dépend des variables s, m, Δm et a.

3. Lorsque $z = 1$, le membre de droite de l'équation (2) est positif pour tout a, pour tout m et pour tout Δm admissibles.

La réforme préférée $\Delta m^*(a)$ d'un pauvre d'âge a est :

$$(3) \qquad \Delta m^*(a) = \frac{8.(1-s) - f_1(a) - m.f_2(a)}{2.f_3(a)}$$

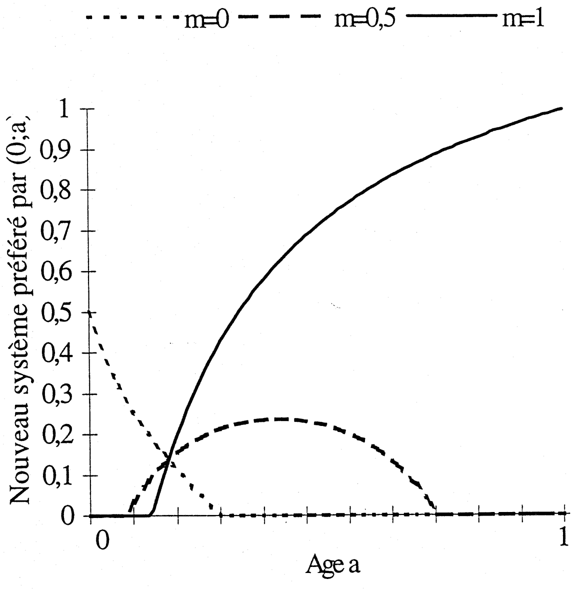
Dans tous les cas, il votera pour le Δm le plus proche de $\Delta m^*(a)$ et ce choix n'est pas le même pour tous les pauvres. En particulier, le choix individuel d'un défavorisé ne coïncide pas en général avec le choix maximisant l'utilité des défavorisés dans le régime stationnaire. De façon structurelle, le choix des pauvres a l'apparence d'une incohérence de classe à long terme.

Toutes choses égales par ailleurs, une augmentation de la proportion de favorisés dans la population (c'est-à-dire un g plus élevé) augmente l'ensemble des réformes de droite qui sont votables. De la même façon [4], toutes choses égales par ailleurs, une diminution de l'écart initial entre favorisés et défavorisés (c'est-à-dire un s plus élevé) a le même effet. Pour les deux dimensions de l'inégalité initiale, on retrouve le résultat, obtenu dans maints modèles, qu'une diminution des inégalités à la naissance accroît les possibilités d'augmentation de la production agrégée [5].

La figure 1 montre comment le régime final préféré des électeurs défavorisés (c'est-à-dire $m + \Delta m^*(a)$) varie à la fois avec leur âge et

FIGURE 1

Système préféré des agents défavorisés en fonction de leur âge et du système existant.



4. En remarquant que $f_3(a)$ est toujours négatif.

5. L'argument inverse, qui reposerait sur une dynamique inégalité-accumulation-croissance, ne peut pas être discuté dans le cadre de ce modèle où les efforts de tous les agents ont la même productivité.

avec le régime initial. Dans les trois cas, le paramètre exogène s est le même $(s = 1/2)$.

Dans le cas du socialisme initial $(m = 0)$, ce sont les plus jeunes pauvres qui sont le plus enclins à s'allier aux riches pour une réforme de droite, alors que les vieux pauvres veulent conserver le système socialiste. Dans le cas inverse du capitalisme initial (courbe $m = 1$), les jeunes pauvres voteront au contraire pour une réforme de gauche, alors que ce seront les vieux pauvres qui s'allieront le plus facilement aux riches.

Dans le cas intermédiaire où $m = 1/2$, le comportement n'est même plus monotone en fonction de l'âge : jeunes pauvres et vieux pauvres s'allieront pour voter à gauche, tandis que les pauvres d'âge intermédiaire seront plus enclins à voter à droite avec les riches. En particulier, cela implique qu'il n'y a pas moyen en général d'utiliser la notion d'électeur médian et qu'il faut examiner au cas par cas l'issue des scrutins pour différentes situations.

3.1. Choix entre système socialiste et système capitaliste

Examinons d'abord le cas d'une économie socialiste $(m = 0)$ à qui on offre la possibilité d'opter pour le capitalisme $(m' = 1)$. Si cette réforme est approuvée, elle l'est grâce aux voix des plus jeunes pauvres qui viennent s'ajouter à celles de l'ensemble des riches, alors que les pauvres plus âgés votent contre la réforme [6]. Dans une telle transition, les plus jeunes ont davantage de temps pour améliorer leur productivité et compenser ainsi la perte à court terme résultant de la réduction des transferts en leur faveur, alors que les pauvres âgés ne sont pas en mesure de récupérer cette perte initiale de transfert.

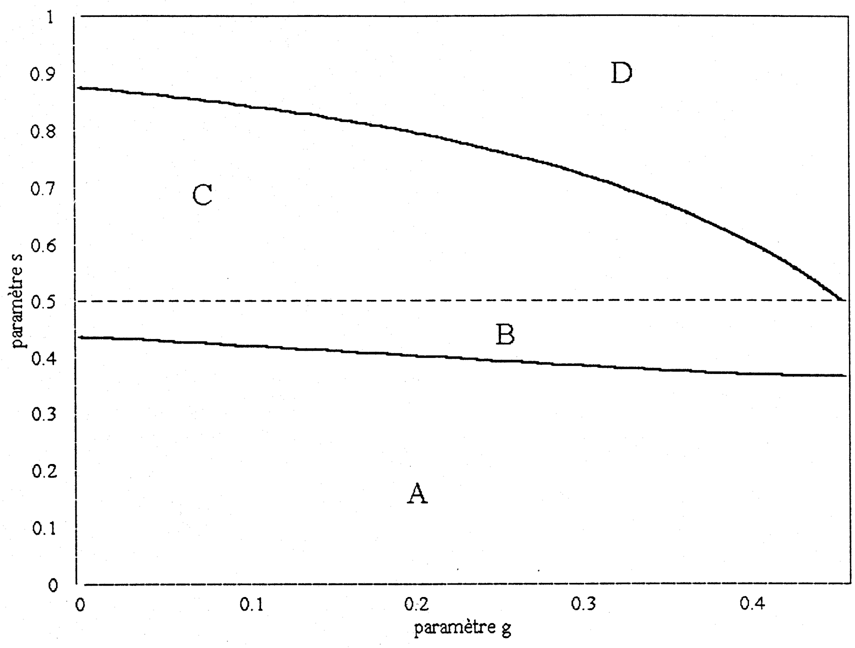
Dans le cas inverse d'un passage du capitalisme au socialisme, l'effet sur le stock de capital humain (et donc sur la production) est graduel. Deux groupes peuvent tenter d'en profiter : les jeunes pauvres (qui votent donc pour la réforme) et, dans certains cas, des pauvres très âgés. Dans cette transition, c'est la perspective de l'augmentation à court terme des transferts en provenance non seulement des riches, mais aussi des pauvres plus âgés, qui pousse les jeunes pauvres à voter pour le socialisme. Les pauvres plus âgés ne votent pas nécessairement pour le passage au socialisme, car ils peuvent se voir confisquer une partie de la productivité qu'ils ont accumulée, sans que l'économie d'effort à venir compense cette perte et les perspectives de baisse de la production à moyen terme. Les pauvres très âgés peuvent en revanche voter pour le passage au socialisme, parce qu'ils profitent de transferts en provenance des riches, sans avoir à subir les conséquences néfastes sur la production à moyen terme. Ce dernier cas se présente lorsque s est faible, c'est-à-dire lorsque l'augmentation de productivité due à l'effort déjà fourni par les plus âgés reste faible au regard de l'écart initial entre riches et pauvres.

6. Les démonstrations techniques sont fournies en annexe.

La figure 2 résume ces résultats : le socialisme (resp. le capitalisme) est optimal lorsque les paramètres $(g; s)$ sont situés dans les zones A et B (resp. C et D). Si l'économie est initialement socialiste (resp. capitaliste), une majorité vote pour la stabilité dans les zones A, B et C (resp. B, C et D). En particulier, dans les zones B et C, le socialisme et le capitalisme sont stables vis-à-vis d'une proposition de changement radical. On observe donc une sorte d'inertie qui peut conduire l'économie à rester dans un état stationnaire sous-optimal en dépit d'un choix démocratique.

FIGURE 2

Choix entre $m = 0$ ***et*** $m = 1$.



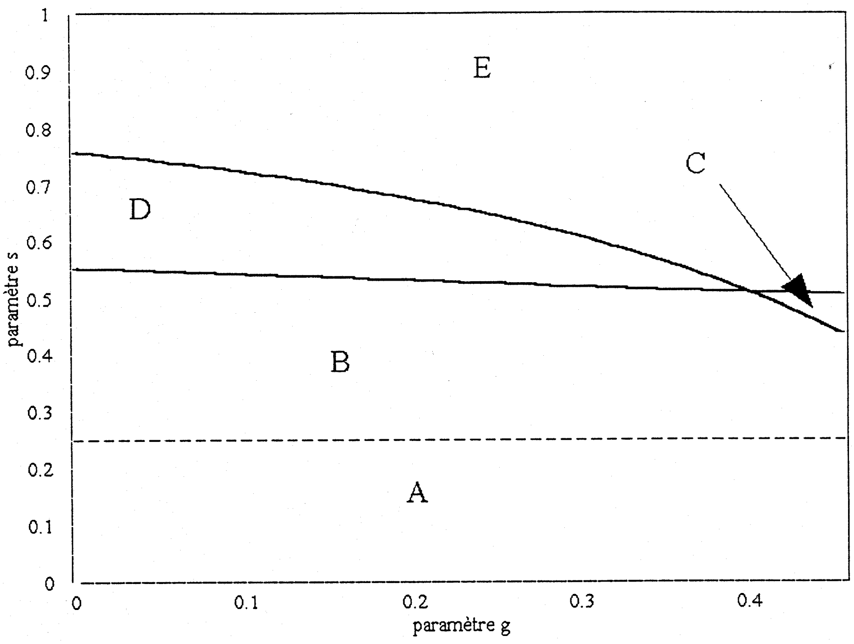
Malgré cette inertie, le choix entre socialisme et capitalisme présente la caractéristique que, si une réforme est votée, elle va toujours dans le sens d'une amélioration, au sens où une majorité préfère l'état stationnaire qui en résultera à celui qui précédait. Cette propriété n'est pas toujours vérifiée pour d'autres choix.

3.2. Choix entre système socialiste et système mixte

Le même type d'analyse peut être appliquée au passage du socialisme pur $(m = 0)$ à une économie mixte $(m' = 1/2)$, et vice-versa. L'ensemble des paramètres $(g; s)$ est ici divisé en cinq zones (fig. 3). L'état stationnaire optimal est le socialisme dans la zone A, et le système mixte dans les zones B, C, D et E. Cependant, si l'on se trouve initialement sous un régime stationnaire socialiste, il n'y aura une majorité pour voter le passage au

FIGURE 3

Choix entre $m = 0$ ***et*** $m = 1/2$.



système mixte que dans les zones C et E. Dans les zones B et D, on retrouve le phénomène d'inertie déjà observé [7]. De façon plus surprenante, si l'on se trouve initialement sous un régime mixte, le passage au régime socialiste est voté dans les zones A, B et C, alors que le système mixte n'est maintenu que dans les zones D et E.

Ceci apparaît comme inefficace pour deux raisons. D'abord, dans les zones B et C, bien que l'économie soit initialement dans celui des deux régimes qui est préférable à long terme $(m = 1/2)$, l'électorat choisit de s'en écarter. Les effets de transferts, inévitables durant la transition, induisent une majorité d'électeurs à prendre une décision qu'ils savent néfaste à long terme.

Ensuite, il peut exister une instabilité endogène du système redistributif. Dans la zone C, une majorité vote le passage du socialisme à l'économie mixte, mais une autre majorité votera la réforme inverse, si le choix est à nouveau proposé lorsque la première transition est achevée. Cette zone est caractérisée par des paramètres relativement équilibrés, au sens où le nombre de riches est proche de celui des pauvres et où le paramètre s

7. L'asymmétrie entre socialisme et système mixte est liée au choix des paramètres envisagés. Si on remplaçait $m = 1/2$ par un système mixte plus proche du capitalisme, on retrouverait la double sur-stabilité. Il n'y a sans doute pas lieu d'analyser le résultat observé ici comme un biais systématique en faveur du socialisme.

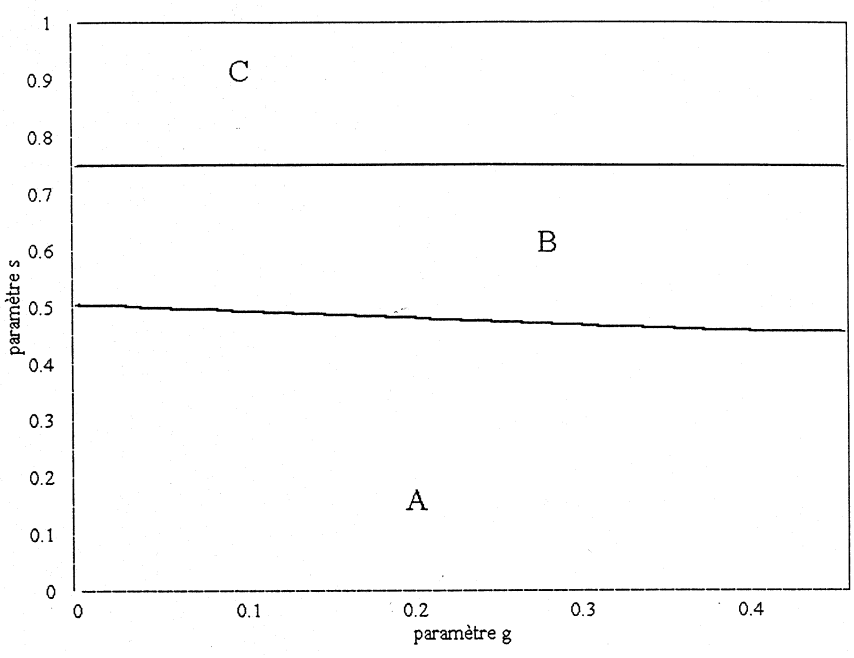
mesurant l'importance relative de la dotation initiale proche de 0.5, qui est son niveau d'indifférence à long terme entre socialisme et capitalisme. Face à cette relative indifférenciation des choix à long terme, les phénomènes de transition déjà évoqués prennent une importance déterminante dans la formulation d'une majorité. L'instabilité caractérisant la zone C reste cependant liée au choix qui est proposé aux électeurs. Elle disparaîtra lorsque ce choix sera endogénéisé (section 4).

3.3. **Choix entre système mixte et système capitaliste**

Le choix entre capitalisme ($m = 1$) et économie mixte ($m = 1/2$) ne présente pas ces caractéristiques inefficaces. La figure 4 présente les résultats : le système mixte est optimal dans les zones A et B, le capitalisme dans la zone C. Si l'on se trouve initialement dans une économie mixte, une majorité rejette le capitalisme dans les zones A et B, une majorité l'approuve dans la zone C. Il y a donc ici cohérence entre choix des électeurs et optimisation du régime de long terme. Cependant, si l'on se trouve initialement dans une économie capitaliste, on y reste pour les couples de paramètres situés dans les zones B et C, et le passage au système mixte ne sera approuvé par une majorité que dans la zone A. On retrouve dans ce cas le phénomène de sur-stabilité déjà observé.

FIGURE 4

***Choix entre** $m = 1/2$ **et** $m = 1$.*



4 Stabilité d'un système redistributif

Les exemples précédents présentaient les résultats du choix démocratique entre deux systèmes redistributifs présentés de façon exogène aux électeurs comme les seules alternatives possibles. La forme des résultats dépend fortement des couples de systèmes envisagés. On va ici endogénéiser ce choix, c'est-à-dire se demander quelle est, sous un régime redistributif $E(m)$, la réforme Δm qui a le plus de chances d'être proposée aux électeurs. On identifiera ensuite les systèmes redistributifs en équilibre, c'est-à-dire les systèmes sous lesquels toute réforme est rejetée par une majorité d'électeurs.

Les hypothèses retenues pour aborder ces questions sont les suivantes :

(1) les élections ont lieu de façon inattendue et à des intervalles tels qu'aucun électeur ne vote plus d'une fois dans sa vie;
(2) il n'existe que deux partis et donc seuls des choix binaires sont proposés aux électeurs, qu'on appellera « programme du gouvernement » et « programme de l'opposition »;
(3) le programme du gouvernement consiste à conserver le système en vigueur $E(m)$;
(4) l'objectif de l'opposition est de maximiser le nombre de voix en faveur de son programme.

La première hypothèse est la plus restrictive. Elle est indispensable pour rester dans le cadre du modèle. Y renoncer mènerait à un problème complexe, susceptible de mener à des équilibres multiples en votes et anticipations de résultats. La dernière hypothèse permet d'endogénéiser les choix offerts, mais elle n'est pas indispensable : une autre hypothèse sur le comportement de l'opposition conduirait à élargir l'ensemble des systèmes en équilibre.

D'après la section II, les riches votent toujours à droite et un pauvre d'âge a votera pour le programme Δm à la condition que celui-ci soit plus proche de son programme préféré $\Delta m^*(a)$ que le statu quo. Une fois déterminé le signe de la réforme qu'elle propose, l'opposition maximisera son électorat défavorisé en choisissant Δm le plus proche possible de 0 [8]. En d'autres termes, une fois choisie la direction de la réforme, le programme de l'opposition se différencie aussi peu que possible de celui du gouvernement.

Pour déterminer la direction du programme de l'opposition, il suffit de comparer le nombre de voix que recueille le programme minimal de gauche, noté $\Delta m = 0^-$ avec celui que recueille le programme minimal de droite, noté $\Delta m = 0^+$. Le signe du programme de l'opposition doit alors être celui

8. Ceci découle du fait que la condition d'approbation par le défavorisé d'âge a s'écrit formellement : $\Delta m^2 < 2.\Delta m.\Delta m^*(a)$.

de $L(m;g;s)$, où $L(m;g;s)$ représente l'écart à la majorité du nombre de voix recueillies par la réforme minimale de droite [9].

Si $m \in]0;1[$ et si $L(m;g;s) \neq 0$, le programme de l'opposition (qui sera tantôt de gauche, tantôt de droite) sera toujours adopté. Dans le cas particulier où $L(m;g;s) = 0$, l'opposition ne peut faire adopter aucun programme, puisque toute réforme non nulle de droite (resp. de gauche) recueille moins de voix que la réforme minimale de droite (resp. de gauche), donc moins de la moitié des suffrages. Ceci permet de caractériser les systèmes redistributifs en équilibre.

Un système redistributif stationnaire $E(m)$ est en équilibre si l'on se trouve dans l'un des trois cas suivants :

(1) $m \in]0;1[$ et $L(m;g;;s) = 0$

(2) $m = 0$ et $L(0;g;s) \leq 0$

(3) $m = 1$ et $L(1;g;s) \geq 0$

Le cas (1) correspond à un équilibre intérieur, les cas (2) et (3) à des équilibres en coin. Dans le cas (2), le socialisme pur est stable, puisque l'opposition ne peut pas gagner d'élections avec un programme de droite. Symétriquement, dans le cas (3), le capitalisme pur est un équilibre, car il n'y a pas de programme de gauche susceptible de recueillir les faveurs d'une majorité d'électeurs.

Deux sous-cas au cas (1) doivent être distingués selon le signe de $\frac{\partial L}{\partial m}$. L'équilibre est stable si $\frac{\partial L}{\partial m}(m;g;s) < 0$ (L est continue et indéfiniment dérivable, car V est un polynôme). En effet, à la marge, si m s'écarte de la valeur d'équilibre, le programme de l'opposition le ramène vers cette valeur. Dans le cas inverse, toute déviation de l'équilibre initial $E(m)$, si petite soit elle dans un sens ou dans l'autre, conduira l'opposition à gagner des élections avec un programme consistant à accentuer la déviation initiale [10].

Quels que soient les paramètres $(g;s)$ du modèle, il existe un système redistributif stationnaire qui est un équilibre stable. Ce résultat est une conséquence immédiate de la caractérisation des équilibres et de la continuité en m de la fonction $L(m;g;s)$: si ni le socialisme, ni le capitalisme ne sont des équilibres, alors $L(0;g;s) > 0$ et $L(1;g;s) < 0$ donc la fonction $L(m;g;s)$ doit s'annuler en un point m au moins entre 0 et 1, et sa dérivée

9. Si on pose: $v(a;m;s) = f_1(a) + m.f_2(a) - 8.(1-s)$. La fonction $v(a;m;s)$ a le même signe que le membre de droite de l'équation (2) calculé pour $z = 0$ et $\Delta m = 0$. Le pauvre d'âge a votera la réforme minimale de droite si et seulement si $V(a;m;s) > 0$. Pour m, g et s donnés, soit $\Lambda(m;s)$ la mesure de l'ensemble des $a \in [0;1]$ pour lesquels $V(a;m;s) > 0$. Avec ces notations, le total des voix recueillies par la réforme minimale de droite vaudra $g + (1-g).\Lambda(m.s)$, et le total des voix recueillies par la réforme minimale de gauche $(1-g).(1-\Lambda(m;s))$. D'où : $L(m;g;s) = (1-g).\Lambda(m;s) + g - 1/2$.

10. Si on applique le même critère au cas d'un équilibre en coin, par exemple au cas (2), une condition nécessaire et suffisante pour que le socialisme soit un équilibre instable est que : $L(0;g;s) = 0$ et $\frac{\partial L}{\partial m}(0;g;s) > 0$. Dans l'espace $]0;1/2[\times[0;1[$ des paramètres $(g;s)$, la première condition est presque partout non vérifiée (c'est-à-dire que la probabilité pour qu'un couple $(g;s)$ la satisfasse est nulle). Ainsi, les équilibres en coin sont presque toujours stables. De la même façon, l'ensemble des couples $(g;s)$ pour lesquels il existe un m intérieur qui annule à la fois L et sa dérivée partielle (ce qui exigerait l'examen de dérivées d'ordre supérieur) est de mesure nulle, et il sera ignoré par la suite.

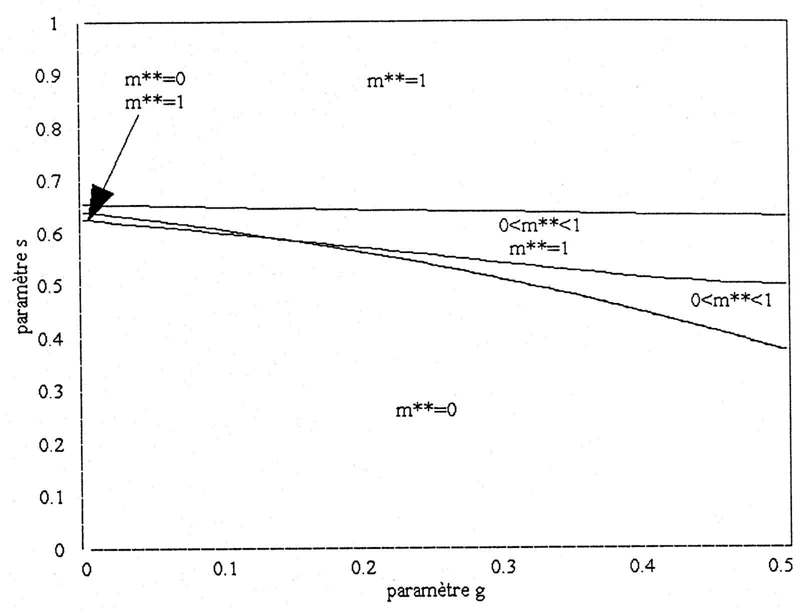
partielle doit être négative en au moins un de ses zéros. Le même argument permet d'affirmer que, s'il existe plusieurs équilibres stables, deux équilibres stables successifs sont toujours séparés par un équilibre instable.

Ceci peut être interprété en terme de dynamique des politiques redistributives mises en œuvre dans une démocratie. Si les scrutins se répètent périodiquement pendant une longue période et dans des conditions similaires à celles qui ont été envisagées jusqu'ici (c'est-à-dire toujours de façon non anticipée par les agents et à des intervalles de temps supérieurs à 1, afin que l'économie puisse à chaque fois atteindre l'état stationnaire), le système redistributif converge vers un équilibre stable, à travers une suite de petites réformes allant toujours dans la même direction. Dans le cas où il existe plusieurs équilibres stables, le point limite du système redistributif dépend de la position du système initial par rapport aux équilibres instables, lesquels séparent les ensembles de trajectoires.

Par des méthodes numériques, on a dressé une carte fournissant le nombre et la nature des équilibres stables en fonction de g et s. La figure 5 résume les résultats [11], où le plan des $(g; s)$ admissibles est divisé en cinq zones distinctes selon le type des équilibres stables, m^{**}.

FIGURE 5

Équilibres stables.



11. Le calcul des équilibres stables pour g et s donnés est relativement fastidieux. Il consiste : (1) à résoudre en a l'équation algébrique du troisième degré $V(a; m; s) = 0$ en fonction de m; (2) à examiner la position des zéros par rapport à 0 et 1; (3) à en déduire l'expression de $\Lambda(m; s)$, puis de $L(m; g; s)$ et de sa dérivée par rapport à m; (4) à calculer $L(0; g; s)$ et $L(1; g; s)$ et à résoudre l'équation $L(m; g; s) = 0$; et (5) à examiner le signe de la dérivée partielle de L pour les solutions de cette dernière équation.

Il n'existe jamais plus de deux équilibres stables, et donc au maximum un équilibre instable les séparant. La zone où il existe effectivement deux systèmes redistributifs stables est concentrée dans une bande relativement étroite autour de $s = 2/3$. Pour des différences de dotations initiales assez fortes (s petit) ou assez faibles (s grand), il n'existe qu'un seul système redistributif stable.

Le capitalisme ou le socialisme (ou parfois les deux) constituent un équilibre stable pour la plus grande partie des paramétrisations possibles du modèle. Seule une frange relativement étroite de paramètres permet d'envisager des systèmes redistributifs stables qui ne soient pas extrêmes. Ce biais vers l'extrêmisme redistributif résulte pour partie d'hypothèses simplificatrices du modèle : l'absence de risque et la neutralité des fonctions d'utilité permettent aux riches de désirer une redistribution nulle; la disponibilité de ressources même en l'absence de travail permet aux pauvres de désirer une redistribution totale. Mais il n'en demeure pas moins que, à l'intérieur de l'ensemble des politiques redistributives admissibles, la dynamique démocratique favorise le plus souvent des systèmes extrêmes.

Comme le système stationnaire optimal (dans la perspective rawlsienne qui a été adoptée) est toujours $E(s)$, il y a, comme on pouvait s'y attendre, presque toujours incompatibilité entre stabilité et optimalité. En particulier, il existe des cas extrêmes de cette incompatibilité, où le seul système redistributif stable est l'état stationnaire unanimement considéré comme le pire possible. Ainsi, pour des différences de dotations initiales moyennes et des faibles proportions de favorisés (plus précisément dans la partie de la zone inférieure pour laquelle $s > 1/2$), le seul système redistributif stable est $E(0)$, auquel non seulement les favorisés, mais aussi les défavorisés, préféreraient n'importe quel autre système stationnaire $E(m)$.

5 Conclusion

On a cherché à spécifier un modèle simple permettent de mettre en évidence l'importance des phénomènes transitoires dans le choix d'un système redistributif. Ce faisant, on a évidemment omis de nombreux paramètres qui peuvent avoir une influence sur les choix des agents et les résultats des votes. La croissance démographique, par exemple, modifierait le poids des différents âges dans l'électorat et dans la formation de la production agrégée. Une répartition des dotations initiales plus complexes serait également susceptible de modifier un certain nombre de résultats. Il est vraisemblable qu'un taux d'actualisation strictement positif renforcerait l'importance des effets transitoires et les écarts entre les choix effectifs et les choix dictés par la statique comparative, ce qui peut rendre plus fréquents les cas d'oscillation entre deux régimes alternatifs. En revanche, la prise en compte de la dévaluation du capital humain au moment d'une réforme (certaines compétences, prisées sous l'ancien système, devenant obsolètes sous le nouveau et vice-versa) renforcerait sans doute les phénomènes de sur-stabilité, en introduisant la possibilité que des riches âgés votent contre des réformes même de droite. D'autres simplifications ont sans doute moins de conséquences. Par exemple, la présence d'un marché financier ne change pas grand chose, si son rendement coïncide avec le taux d'actualisation et si les tranferts intertemporels de consommation par un agent ne donnent pas lieu à taxation.

Des systèmes redistributifs plus complexes pourraient aussi être envisagés. Par exemple, la possibilité de taxer séparément la dotation initiale ou celle de différencier les prélèvements en fonction de l'âge modifieraient sans doute profondément les résultats. La possibilité de garantir temporairement des avantages aux vieux permettrait aussi de leur faire accepter une réforme efficace. Cela irait sans doute aussi dans le sens d'un meilleur système à long terme. Mais la dynamique électorale à l'intérieur de tels ensembles multidimensionnels de programmes redistributifs reste très difficile à prévoir.

Pour améliorer le réalisme du modèle, une autre modification consisterait à introduire la possibilité de votes à des intervalles inférieurs à une génération. Ceci ne changerait vraiment la nature du modèle que si les consultations étaient anticipées. Dans ce cas, les agents devraient avoir des comportements stratégiques fondés sur l'ensemble des votes pendant leur vie : leur choix ne dépendrait pas seulement de l'alternative aujourd'hui proposée, mais aussi de leurs croyances concernant le résultat du vote et les nouvelles alternatives qui leur seront proposées dans l'avenir. La modélisation de tels comportements relèverait d'une approche en termes de théorie des jeux bien plus complexe (et sans doute bien plus riche) que celle qui a été retenue ici. La présence éventuelle d'équilibres multiples risquerait cependant de brouiller fortement les résultats.

En tout état de cause, compliquer le modèle ne semble guère susceptible de remettre en cause ses résultats les plus significatifs, à savoir que : (1) lorsque les choix des électeurs sont contraints dans un ensemble discret de politiques redistributives possibles, on voit apparaître aussi bien des phénomènes de sur-stabilité de systèmes redistributifs qui sont dominés à long terme, que des phénomènes d'instabilité endogène de la politique de redistribution; (2) le système qui serait préféré à long terme est en général dominé à court terme par un autre système; (3) l'ensemble des paramètres pour lesquels seul un système redistributif extrême (dans l'ensemble des systèmes admissibles) constitue un équilibre stable est d'intérieur non vide.

En revanche, il serait souhaitable de replacer le modèle dans un cadre plus général (et sans doute plus abstrait) permettant d'évaluer la robustesse des autres résultats, qui découlent peut-être de sa spécification. Il s'agit notamment du fait que : (1) les agents les plus riches à la naissance votent toujours le plus à droite possible; (2) toute réforme est toujours adoptée grâce aux voix des plus jeunes pauvres; (3) c'est toujours la réforme la plus petite possible qui maximise le nombre de votes favorables lorsque l'alternative est le statu quo.

Bien que le paramètre m de politique publique soit endogène, il demeure une certaine marge pour une intervention de la part d'une institution extérieure, sous la forme d'un transfert exogène en faveur des électeurs qui serait conditionnel au fait qu'ils adoptent une réforme donnée. Une telle intervention peut avoir des effets favorables (au moins à long terme) dans les cas où il existe deux systèmes redistributifs stables. L'un des deux systèmes (celui qui est le plus proche de s) domine alors l'autre, mais, selon la situation initiale, ce n'est pas nécessairement vers lui que l'on converge. Si l'on part d'une situation où l'on converge vers le mauvais équilibre, une aide extérieure conditionnelle (éventuellement remboursable par les générations futures) peut conduire à l'adoption d'une réforme suffisamment drastique pour que l'on converge ultérieurement vers le bon équilibre.

• Démonstration de l'équation (1)

Dans l'économie $E(m)$, l'effort marginal de m de l'individu $(z; a)$ pendant une période dt représente un coût additionnel égal à $2.c.e_m(z; a; t).de_m.dt$. A l'équilibre, ce coût est égal au revenu additionnel espéré, à savoir $(1 - a).m.de_m.dt$. On en déduit son effort optimal à chaque instant :

$$e_m(z; a; t) = \frac{m}{2.c}.(1 - a)$$

L'effort fourni par un individu ne dépend pas de sa dotation initiale, et il décroît pendant toute la durée de la vie active, jusqu'à devenir nul le dernier jour. Par sommation, on en déduit la productivité de l'individu $(z; a)$ et son revenu brut $y(z; a; t)$:

$$y_m(z; a; t) = z + \frac{m}{2.c}.\left(a - \frac{a^2}{2}\right)$$

et :

$$Y_m(t) = g + \frac{m}{6.c}$$

• Démonstration de l'équation (2)

Soit $\Delta m = m' - m$. Pour $t > 0$, l'indice m' dénotera une grandeur relative à l'économie de transition $TE(m; m')$, qui utilise le paramètre de redistribution m jusqu'à la date 0, et m' ensuite. ΔX représentera la différence entre la valeur de X durant la transition sous $TE(m; m')$ et sa valeur dans l'économie $E(m)$. Pour $t > 1$, $TE(m; m')$ coïncide avec $E(M')$, c'est-à-dire que la transition dure exactement une période. Comme on s'intéresse au choix des agents présents à la date 0, on se limitera à $0 < t < 1$.

Avec ces notations, on a :

$$e_{m+\Delta m}(z; a; t) = \frac{3.g}{1 - s}\,.\,m\,.\,(1 - a) + \frac{3\,.\,g}{1 - s}\,.\,\Delta m\,.\,(1 - a)$$

D'où l'on déduit le revenu brut de l'individu $(z; a)$ à la date t :

$$y_{m+\Delta m} = y_m(z; a; t) + \int_0^t e_{m+\Delta m}(z; a - t + u; u)\,.\,du$$

c'est-à-dire :

$$y_{m+\Delta m}(z; a; t) = z + \frac{3\,.\,g}{2\,.\,(1 - s)}\,.\,m\,.\,(2\,.\,a - a^2) + \frac{3\,.\,g}{2\,.\,(1 - s)}\,.\,\Delta m\,.\,(2\,.\,t - 2\,.\,a\,.\,t + t^2)$$

Ce qui, par sommation, fournit la production agrégée :

$$Y_{m+\Delta m}(t) = g + \frac{g}{1 - s}\,.\,m + \frac{g}{2\,.\,(1 - s)}\,.\,\Delta m\,.\,(3\,.\,t - t^2)$$

Notons $w_m(z;a;t)$ et $w_{m'}(z;a;t)$ l'utilité instantanée à la date t de l'individu $(z;a)$ sous $E(m)$ et sous $Te(m;m')$, respectivement. Soit $\Delta w(z;a;t)$ leur différence. Avec des notations simplifiées, on a :

$$\begin{aligned}\Delta w =& \Delta m\,.\,(y-Y)+m\,.\,(\Delta y-\Delta Y)+\Delta Y-\frac{(1-s)\,.\,e\,.\,\Delta e}{3\,.\,g}\\&+\Delta m\,.\,(\Delta y-\Delta Y)-\frac{(1-s)\,.\,\Delta e^2}{6\,.\,g}\end{aligned}$$

Et en remplaçant chaque grandeur par sa valeur, on obtient :

$$\begin{aligned}\Delta w(z;a;t) = {}& \Delta m\,.\,(z-g)+\frac{g}{2\,.\,(1-s)}\,.\,\Delta m\,.\,(3\,.\,t-t^2)\\&+\frac{g}{2\,.\,(1-s)}\\&.\,m\,.\,\Delta m\,.\,(-8+18\,.\,a-9\,.\,a^2+3\,.\,t-6\,.\,a\,.\,t+3\,.\,t^2+t^3)\\&+\frac{3\,.\,g}{1-s}.\,\Delta m^2\,.\,(-3+6\,.\,a-3\,.\,a^2+3\,.\,t\\&-6\,.\,a\,.\,t+3\,.\,t^2+t^3)\end{aligned}$$

Enfin, l'utilité espérée totale de l'individu doté de z et âgé de a à la date 0 est donnée par :

$$\Delta U(z;a;0)=\int_0^{1-a}\Delta w(z;a+u;u)\,.\,du$$

Ce qui donne finalement l'équation (2).

• Construction des figures 2, 3 et 4

Supposons d'abord que l'on propose aux électeurs de passer d'un régime socialiste à un régime capitaliste. De (3), on tire la condition pour que la réforme soit approuvée :

$$s>1-\frac{1}{8\,.\,(1-g)^2}=S_{sc}(g)$$

La seule comparaison de la situation des pauvres dans les deux états stationnaires conduirait à adopter la réforme dès lors que $s>1/2$.

Supposons qu'on propose aux électeurs de passez d'un régime purement capitaliste à un régime purement socialiste. En remplaçant m par 1 et Δm par -1 dans l'équation (2), on obtient la condition nécessaire et suffisante pour qu'un individu $(z;a)$ profite de cette réforme :

$$z-g+\frac{g}{8\,.\,(1-s)}\,.\,h(a)<0$$

avec :

$$h(a)=1+13\,.\,a-11\,.\,a^2+a^3$$

Comme $h(a)$ est strictement positif sur $[0;1]$, on retrouve que tous les favorisés votent contre le passage au socialisme. Quant aux défavorisés, ils votent en faveur de la réforme si et seulement si :

$$h(a)<8\,.\,(1-s)$$

Or $h(a)$ est croissante de $a = 0$, pour lequel $h(0) = 1$, jusqu'à un certain a_0, puis décroissante ensuite de a_0 jusqu'à $a = 1$, pour lequel $h(1) = 4$ [12]. Soit a_1 l'unique solution comprise entre 0 et a_0 de l'équation $h(a) = 4$. Comme $h(1/2) > 4$, on est sûr que $a_1 < 1/2$. Il convient alors de distinguer plusieurs cas :

– Si $s > 7/8$, alors la condition n'est jamais satisfaite, et tout le monde vote contre la réforme.

– Si $1/2 < s < 7/8$, alors les jeunes défavorisés votent en faveur de la réforme jusqu'à un certain âge $a_2(s)$ qui est certainement plus petit que a_0, et donc aussi que 1/2. Par conséquent, la réforme est rejetée.

– Si $1 - h(a_0)/8 < s < 1/2$, alors deux groupes distincts de défavorisés approuvent la réforme : les jeunes de moins de $a_2(s)$ et les vieux de plus de $a_3(s)$, où $a_2(s)$ est croissant en s, et $a_3(s)$ décroissant en s. La condition pour que la réforme soit approuvée s'écrit :

$$(1 - g) \,.\, [a_2(s) + 1 - a_3(s)] > \frac{1}{2}$$

ou encore :

$$\text{(A1)} \qquad a_3(s) - a_2(s) < \frac{1 - 2\,.\,g}{2 - 2\,.\,g}$$

– Si $s < 1 - h(a_0)/8$, alors tous les défavorisés votent pour la réforme, qui est donc adoptée.

On en déduit qu'il existe une fonction continue $S_{sc}(g)$ sur $[0; 1/2]$, telle que le passage du capitalisme au socialisme est approuvé si et seulement si :

$$s > S_{cs}(g)$$

La fonction $S_{sc}(g)$ est obtenue en résolvant l'équation (A1), où l'inégalité est remplacée par une égalité. Pour cela, notons α son membre de droite. Par définition, $S_{sc}(g)$ est tel qu'il existe a_2 tel que :

$$\text{(A2)} \qquad h(a_2) = 8\,.\,(1 - S_{cs}(g))$$

et :

$$h(a_2 + \alpha) = 8\,.\,(1 - S_{cs}(g))$$

Par soustraction, on en déduit que a_2 doit satisfaire l'équation :

$$3\,.\,a_2^2 + (3\,.\,\alpha - 22)\,.\,a_2 + (\alpha^2 - 11\,.\,\alpha + 13) = 0$$

et se trouver entre 0 et 1. On en déduit que :

$$a_2 = \frac{22 - 3\,.\,\alpha - \sqrt{328 - 3\,.\,\alpha^2}}{6}$$

Et $S_{cs}(g)$ est obtenu en remplaçant a_2 par sa valeur, exprimée en fonction de g, dans l'équation (A2).

12. On a $a_0 = \frac{11-\sqrt{82}}{3} \approx 0.648$ et $h(a_0) = \frac{-1348+164\,.\,\sqrt{82}}{27} \approx 5.077$.

Par ailleurs, $S_{cs}(g)$ est une fonction décroissante de g, et :

$$S_{cs}\left(\frac{1}{2}\right) = 1 - \frac{h(a_0)}{8}$$

Ceci est dû au fait que plus il y a de favorisés, plus est élevée la proportion de défavorisés qui doivent être en faveur de la réforme pour qu'elle soit adoptée. Or ceci requiert que s diminue. A la limite, si presque la moitié de la population est favorisée, il faut que la réforme fasse l'unanimité chez les défavorisés pour qu'elle soit adoptée, ce qui est vrai si et seulement si s est plus petit que $1 - h(a_0)/8$.

La limite supérieure de S_{cs} est atteinte pour $g = 0$ et on a $S_{cs}(0) < 1/2$. L'inégalité est donc vraie pour tout g [13].

Les courbes correspondant aux fonctions $S_{sm}(g)$ et $S_{ms}(g)$ dans la figure 3 et la figure 4 sont construites par la même méthode.

• Construction de la figure 5

Le socialisme est un système en équilibre si et seulement si $L(0; g; s) \leq 0$, c'est-à-dire si :

$$s \leq 1 - \frac{1}{8} . f_1\left(\frac{1 - 2 . g}{2 - 2 . g}\right)$$

De la même façon, la condition pour que le capitalisme soit un équilibre $(L(1; g; s) \geq 0)$ s'écrit :

$$S \geq 1 - \frac{3 - 4 . g}{8 . (1 - g)^2}$$

Ces deux inégalités définissent les deux courbes inférieures de la figure 5.

On ne dispose pas de l'équation analytique de la courbe supérieure, qui constitue la frontière de l'ensemble des paramètres pour lesquels il existe deux équilibres stables. En pratique, pour m et s donnés, on calcule numériquement les $a \in [0; 1]$ tels que $V(a; m; s) = 0$. De là on déduit $\Lambda(m; s)$ et $L(m; g; s)$. Pour g et s fixés, en renouvelant l'opération pour divers m, on peut ainsi tracer la courbe $L(m; g; s)$, et compter ses zéros. En refaisant les calculs pour divers couples $(g; s)$, on approche la frontière cherchée.

• Références bibliographiques

Alesina, A., Rodrik, D. (1994). – "Distributive Politics and Economics Growth", *Quarterly Journal of Economics,* 109, pp. 465-490.

13. Plus précisément, pour $g = 0$, on obtient $a_2 = \frac{41-\sqrt{1309}}{12} \approx 0.402$ et $S_{cs}(0) = 1 - \frac{h(a_2)}{8} \approx 0.436$.

BENABOU, R. (1996). – “Heterogeneity, Stratification and Growth: Macroeconomic Implications of Community Structure and School Finance”, *American Economic Review,* 86, pp. 584-609.

BENABOU, R. (1996). – “Unequal Societies”, *CEPR Discussion Paper*, 1419.

FERNANDEZ, R., RODRIK, D. (1991). –“Resistance to Reform: Status Quo Bias in the Presence of Individual-Specific Uncertainty”, *American Economic Review,* 81, pp. 1146-1155.

KRUSSEL, P., RIOS-RULL, J. V. (1996). – “Vested Interests in a Positive Theory of Stagnation and Growth”, *Review of economic Studies,* 63, pp. 301-329.

KUZNETS, S. (1955). – “Economic Growth and Income Inequality”, *American Economic Review,* 45, pp. 1-28.

LEVY, F., MURNANE, R. (1992). – “U.S. Earnings Levels and Earnings Inequality: A Review of Recent Trends and Explanations”, *Journal of Economic Litterature*, 30, pp. 1333-1381.

LITTLE, A. (1984). – “Education, Earnings and Productivity: The Eternal Triangle, in J. OXENHAM”, “*Education Versus Qualification?*”, G. ALLEN and UNWIN, London.

MINCER, J. (1958). – “Investment in Human Capital and Personal Income Distribution”, *Journal of Political Economy,*, 66, pp. 281-302.

PEROTTI, R. (1993). – “Political Equilibrium, Income Distribution and Growth”, *Review of Economic Studies,* 60, pp. 755-776.

PIKETTY, T. (1995). – “Social Mobility and Redistributive Politics”, *Quarterly Journal of Economics,* 110, pp. 551-584.

RODRIK, D. (1995). – “The Dynamics of Political Support for Reform in Economies in Transition”, *Journal of the Japanese and International Economics*, 9, pp. 403-425.

SAINT-PAUL, G., VERDIER, T. (1993). – “Education, Democracy and Growth”, *Journal of development Economics,* 42, pp. 399-407.

SAINT-PAUL, G. (1994). – “The Dynamics of Exclusion and Fiscal Conservatism”, *CEPR Discussion Paper,* 998.

SAINT-PAUL, G. (1996). – “Exploring the Political Economy of Labour Market Institutions”, *Economic Policy,* 23, pp. 265-315.

SHILLER, R., BOYCKO, M., KOROBOV, V. (1991). – “Popular Attitudes Toward Free Markets: The Soviet Union and the United States Compared”, *American Economic Review,* 81, pp. 385-400.