

La théorie des anticipations de la structure par terme : test à partir des titres publics français

Eric JONDEAU*, Roland RICART*

RÉSUMÉ. – Nous étudions dans cet article la théorie des anticipations sur les rendements des titres publics français. A partir de l'approche usuelle développée par CAMPBELL et SHILLER [1991], nous obtenons des résultats ambigus, proches du puzzle mis en évidence par ces auteurs sur données américaines. L'étude de la stationnarité des excès de rendement et de la représentation à correction d'erreur qui s'en déduit conduit toutefois à préciser ces résultats : la théorie des anticipations apparaît clairement validée lorsque le rendement de portage est considéré, mais systématiquement rejetée pour le rendement de capitalisation.

The Expectations Hypothesis of the Term Structure: Evidence from French Long-Term Government Bonds

ABSTRACT. – This paper focuses on the expectations hypothesis of the term structure on long-term government bonds. Adopting the approach proposed by CAMPBELL and SHILLER [1991], we obtain ambiguous results, similar to the puzzle highlighted by these authors with US data. Analyzing stationarity of excess returns and error-correction models gives more details on these results: the expectations hypothesis is broadly accepted when holding returns are considered whereas it is systematically rejected for rollover returns.

* E. JONDEAU : Banque de France ; R. RICART Banque de France.

1 Introduction

La théorie des anticipations de la structure par terme des taux d'intérêt établit que le taux long est une moyenne de taux courts futurs anticipés plus une prime de risque supposée indépendante du temps. La validité de cette théorie constitue, à de nombreux points de vue, un véritable enjeu : dans ce cas en effet, la pente des taux aujourd'hui contient de l'information à la fois sur l'évolution à court terme du taux long et sur l'évolution moyenne sur longue période du taux court. Il est alors possible d'extraire de la courbe des taux observée les anticipations des investisseurs concernant l'évolution future des taux d'intérêt (SVENSSON [1994]).

De nombreuses études ont cherché à valider la théorie des anticipations. En l'absence de données spécifiques sur les anticipations des investisseurs (comme des données d'enquête), le test porte en fait sur l'hypothèse jointe d'absence d'opportunité d'arbitrage et de rationalité des anticipations. C'est sur cette base qu'ont été construits la plupart des tests empiriques ¹.

Les tests menés sur les taux longs américains par CAMPBELL et SHILLER [1987, 1991] et CAMPBELL [1995] conduisent généralement au rejet de la théorie des anticipations et mettent en évidence le *puzzle* suivant : alors que la théorie prédit un coefficient unitaire, la régression de la variation du rendement d'un titre long sur la pente des taux donne un coefficient en général négatif, et la régression de la variation moyenne sur longue période du taux court sur la pente donne un coefficient positif mais inférieur à 1. Ce résultat a été confirmé par la suite pour les titres courts américains EVANS et LEWIS [1994]. En revanche, la plupart des études récentes n'ont pas pu rejeter la théorie des anticipations pour d'autres pays, notamment européens, que ce soit pour des titres longs (JORION et MISHKIN [1991], HARDOUVELIS [1994], GERLACH [1996]) ou pour des titres courts (MISHKIN [1991], GERLACH et SMETS [1997] pour une comparaison internationale ; HURN *et alii* [1995] et CUTHBERTSON [1996] sur données britanniques ; JONDEAU et RICART [1996] sur données françaises ; DAHLQUIST et JONSSON [1995] sur données suédoises).

Le rejet de la théorie des anticipations peut avoir plusieurs origines, mais les deux explications les plus satisfaisantes reposent sur l'existence d'une prime de risque variable et la non rationalité des anticipations (EVANS et LEWIS [1994], HARDOUVELIS [1994]). Ces deux hypothèses se traduisent par des excès de rendement –définis comme la prime de risque plus l'erreur d'anticipations sur les rendements futurs associés– stationnaires mais non nécessairement bruits blancs (comme le postule la théorie des anticipations). De fait, la stationnarité des excès de rendement peut être considérée comme

1. Par exemple, MANKIW et MIRON [1986], CAMPBELL et SHILLER [1987, 1991] et CAMPBELL [1995] s'intéressent au pouvoir prédictif de la pente des taux d'intérêt ; FAMA [1984, 1990] et FAMA et BLISS [1987] considèrent le pouvoir prédictif du taux à terme.

une exigence « minimale », ou de « long terme », de la théorie des anticipations (cf également HALL *et alii* [1992]).

La propriété de stationnarité des excès de rendement peut également être interprétée en termes de cointégration entre deux rendements définis de façon adéquate. Nous considérons donc, dans cette étude, une représentation à correction d'erreur, dans laquelle les excès de rendement jouent le rôle de forces de rappel vers l'équilibre de long terme. L'objectif est ainsi d'étendre aux tests de CAMPBELL et SHILLER l'écriture proposée par HAKKIO et RUSH [1989] dans le cadre du test de la théorie des anticipations fondé sur l'écart entre le taux de change à terme et le taux au comptant. En effet, lorsque deux rendements sont cointégrés, l'écriture adaptée pour étudier leur dynamique est le modèle à correction d'erreur (MCE), et les estimations usuelles à la CAMPBELL et SHILLER peuvent alors être sujettes à des biais de spécification.

L'application empirique porte sur les taux à long terme français, qui, faute de données disponibles, n'ont pas encore fait l'objet de travaux approfondis. De fait, il est apparu nécessaire de reconstituer des courbes de taux zéro-coupon. Nous avons utilisé pour cela des cotations de titres publics français sur la période 1980-95. L'intérêt de cette démarche est d'obtenir à la fois un large spectre de maturités et des taux homogènes pour l'ensemble des maturités.

La suite de l'article est organisée de la façon suivante. La section 2 présente succinctement la méthodologie de NELSON et SIEGEL [1987], retenue pour l'interpolation des courbes de taux zéro-coupon, et discute l'ordre d'intégration des séries de taux d'intérêt obtenues. La section 3 passe en revue les principales hypothèses de la théorie des anticipations et met en évidence, pour les taux longs français, un *puzzle* semblable à celui rencontré, sur données américaines, dans le cadre des tests proposés par CAMPBELL et SHILLER. La section 4 est consacrée à l'étude de la stationnarité des excès de rendement et au test de la théorie des anticipations dans le cadre d'un MCE. La section 5 présente les conclusions de l'article.

2 Les données : construction et propriétés statistiques

2.1. La reconstitution des courbes de taux

Comme dans de nombreux pays, la croissance de l'endettement public en France est un phénomène relativement récent, datant du début des années quatre-vingt. Mais l'effort d'harmonisation et d'homogénéisation des émissions de titres publics (destiné à favoriser la liquidité du marché) a été mené par les autorités publiques plus tardivement, à partir de 1985-86 : il a débuté avec la création des Obligations Assimilables du Trésor (en mai 1985) et des Bons du Trésor Négociables (en janvier 1986). Ainsi, jusqu'au milieu des années quatre-vingt, le marché des titres publics français a reposé sur

des catégories de titres anciennes, à la fois peu liquides et peu homogènes : coexistaient des Rentes Perpétuelles ou Amortissables (jusqu'en 1987), des Emprunts d'Etat, mais également des titres plus spécifiques, comme les Obligations du Trésor ou les Emprunts Nationaux.

Le test de la théorie des anticipations de la structure par terme nécessite la connaissance des rendements pour un ensemble de maturités fixées (ici, 1 an, 2 ans, ..., 10 ans). Ces rendements sont obtenus par interpolation de courbes de taux zéro-coupon à partir de titres aux caractéristiques comparables. Les courbes de taux ainsi obtenues sont alors homogènes d'une date à l'autre et permettent, dans un second temps, de sélectionner le taux de rendement estimé associé à chacune des maturités désirées. L'interpolation a été réalisée à partir des titres obligataires, à taux fixe, émis en franc par l'Etat français, et cotés sur la place de Paris ². Cette définition regroupe, pour l'essentiel, les Rentes (Perpétuelles ou Amortissables), les Emprunts d'Etat et les OAT.

Un certain nombre d'ajustements sont nécessaires pour obtenir une cohérence minimale des caractéristiques principales des titres émis. Les rentes, les titres remboursés par tirage au sort et certains Emprunts d'Etat ou OAT présentant des spécificités trop marquées ont ainsi dû être supprimés des interpolations, du fait de la difficulté à évaluer leur rendement *ex post*. La mise en place de ces filtres conduit, pour le début des années quatre-vingt (jusqu'en 1983), à un nombre très réduit de titres publics de maturité résiduelle courte (typiquement, à moins de deux ans) ³. Ce problème a été résolu en incluant dans les interpolations les taux du marché interbancaire (taux au jour le jour, à 7 jours, 1 mois, 3 mois, 6 mois et 1 an). A partir de 1984, l'existence de titres publics de maturité résiduelle suffisamment courte a permis d'éviter le recours aux taux du marché interbancaire.

L'interpolation des courbes de taux a donc été fondée sur la démarche proposée initialement par NELSON et SIEGEL [1987]. Le taux d'intérêt zéro-coupon s'exprime comme une fonction non linéaire de la durée de vie résiduelle du titre ⁴ :

$$(1) \quad R_t^{(m)}(\alpha) = \mu_1 + \mu_2 \frac{1 - e^{-m/\tau_1}}{m/\tau_1} + \mu_3 \left(\frac{1 - e^{-m/\tau_1}}{m/\tau_1} - e^{-m/\tau_1} \right)$$

où $R_t^{(m)}(\alpha)$ est le taux zéro-coupon théorique (en temps continu) à la date t pour un titre de maturité résiduelle m et pour un vecteur de paramètres $\alpha = \{\mu_1, \mu_2, \mu_3, \tau_1\}$ donné. Cette fonction d'interpolation présente trois

2. Pour une présentation détaillée de la méthodologie mise en œuvre pour la reconstitution des courbes des taux zéro-coupon sur titres publics français, cf. JONDEAU et RICART [1997].
 3. Ce problème est accentué par l'absence de titres publics de court terme cotés (les Bons du Trésor Négociables) jusqu'en 1986.
 4. La méthodologie détaillée est présentée dans RICART et SICSIC [1995]. SVENSSON [1994] a proposé une extension de la méthode de Nelson et Siegel, permettant une plus grande flexibilité de la partie courte de la courbe de taux. Compte tenu de l'absence de marché des titres de court terme, cette « augmentation » n'a pas paru opportune. En revanche, nous avons imposé l'ancrage de la partie courte de la courbe estimée au taux le plus court du marché (le taux au jour le jour).

propriétés remarquables : μ_1 est le taux d'intérêt à un horizon infini ; $(\mu_1 + \mu_2)$ représente le taux d'intérêt instantané ; le couple (μ_3, τ_1) permet de rendre compte de la présence éventuelle d'une inflexion dans la courbe de taux. Les courbes de taux issues de cette interpolation ont donc trois composantes : un niveau (représenté par μ_1), une pente (représentée par μ_2) et une convexité (représentée par μ_3 et τ_1).

A partir de la formule usuelle de valorisation d'une obligation, on peut exprimer le prix théorique d'un titre donné sous la forme :

$$(2) \quad P_t^{(m)}(\alpha) = \sum_{k=0}^M c \exp\left(- (k+f) R_t^{(k+f)}(\alpha)\right) + 100 \exp\left(-m R_t^{(m)}(\alpha)\right)$$

où $P_t^{(m)}(\alpha)$ est le prix théorique du titre (exprimé en pourcentage du nominal), c est le coupon, M est le nombre d'années entières restant à courir et $f = m - M$ la fraction d'année complémentaire jusqu'à l'échéance. On déduit alors le taux de rendement actuariel théorique (en temps discret) $y_t^{(m)}(\alpha)$ des titres observés, en résolvant l'équation suivante :

$$(3) \quad P_t^{(m)}(\alpha) = \sum_{k=0}^M \frac{c}{\left[1 + y_t^{(m)}(\alpha)\right]^{k+f}} + \frac{100}{\left[1 + y_t^{(m)}(\alpha)\right]^m}$$

Un critère de minimisation de la somme des carrés des résidus peut alors être appliqué sur les rendements afin d'estimer les paramètres α du modèle :

$$\min_{\alpha} \sum_{k=1}^{K_t} \left\{ y_{k,t}^{(m)} - y_{k,t}^{(m)}(\alpha) \right\}^2$$

où $y_{k,t}^{(m)}$ est le taux de rendement actuariel observé du titre k , de maturité résiduelle m , à la date t ; $y_{k,t}^{(m)}(\alpha)$ est le taux de rendement actuariel théorique du titre k ; K_t est le nombre de titres retenus pour l'interpolation à la date t . Le vecteur de paramètres α est donc estimé, indépendamment, pour chaque date t .

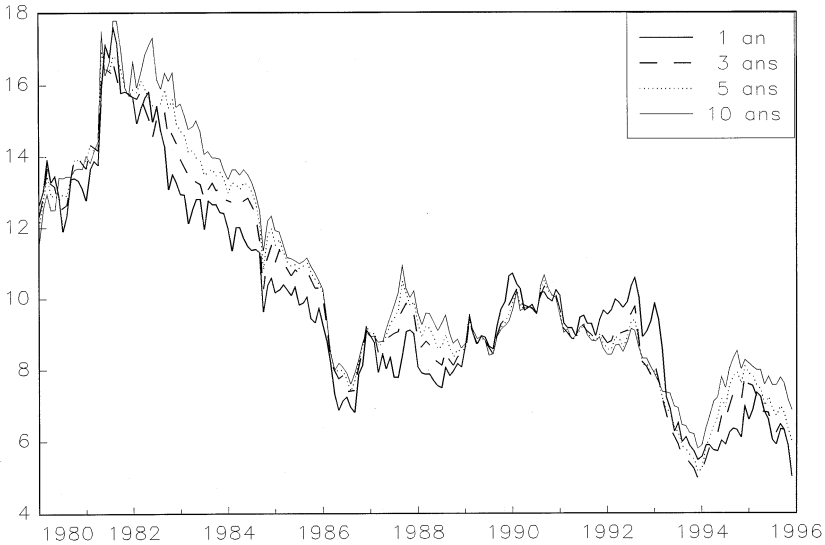
2.2. L'ordre d'intégration des taux d'intérêt

Les données concernant les titres publics ont été collectées à partir de la Cote Officielle, pour le dernier jour ouvré de chaque mois entre 1980 et 1995. A partir de l'interpolation des courbes des taux zéro-coupon mensuelles, une base contenant les taux à 1 an, 2 ans, ..., 10 ans a été constituée.

Le graphique 1 présente l'évolution des taux zéro-coupon entre 1980 et 1995. Il met clairement en évidence la forte montée des taux d'intérêt en mai 1981, accompagnée d'une baisse progressive jusqu'à la mi-1986. Le maintien des taux à un niveau élevé a pris fin au début 1993, avec la détente concertée au niveau européen.

GRAPHIQUE 1

Taux zéro-coupon.



Le tableau 1 précise l'ordre d'intégration des taux d'intérêt et des pentes des taux, à partir des tests ADF (DICKEY et FULLER [1979]) et $KPSS$ (KWIATKOWSKI *et alii* [1992]). Le premier test considère l'hypothèse nulle de non-stationnarité du processus, alors que le second considère l'hypothèse nulle de stationnarité. Les tests ont été réalisés à la fois sur les variables en niveau (tests $I(1)$ contre $I(0)$ et $I(0)$ contre $I(1)$, respectivement) et sur les variables en différence première (tests $I(2)$ contre $I(1)$ et $I(1)$ contre $I(2)$, respectivement). Les résultats indiquent clairement que, quelle que soit la maturité considérée, l'hypothèse de racine unitaire ne peut pas être rejetée pour les taux d'intérêt. En revanche, l'hypothèse de racine unitaire est systématiquement rejetée pour les variations de taux d'intérêt. Les taux d'intérêt peuvent donc être considérés comme $I(1)$ ⁵.

En ce qui concerne les pentes des taux vis-à-vis du taux à 1 an, les tests ADF tendent à rejeter la non-stationnarité pour les maturités les plus courtes (1-2 ans à 1-4 ans). En revanche, les tests $KPSS$ ne permettent pas de rejeter la stationnarité pour l'ensemble des maturités au seuil de 5%.

5. En théorie, les taux d'intérêt ne peuvent pas présenter de racine unitaire, puisqu'ils sont bornés par zéro. Néanmoins, leur comportement apparaît suffisamment proche, sur la période étudiée et avec la fréquence retenue, de la stationnarité en différence (la plus grande racine du polynôme autorégressif n'est pas significativement différente de 1) pour que l'on puisse les considérer comme engendrés par des processus $I(1)$.

TABLEAU 1a

Tests de stationnarité des taux d'intérêt

maturité (année)	ADF		KPSS	
	niveau	variation	niveau	variation
1	-0,798	-5,216 ^a	1,124 ^a	0,080
2	-0,751	-4,782 ^a	1,229 ^a	0,082
3	-0,741	-4,844 ^a	1,264 ^a	0,089
4	-0,742	-4,980 ^a	1,273 ^a	0,097
5	-0,752	-5,104 ^a	1,271 ^a	0,104
6	-0,765	-5,228 ^a	1,264 ^a	0,111
7	-0,787	-5,335 ^a	1,257 ^a	0,115
8	-0,810	-5,432 ^a	1,248 ^a	0,119
9	-0,829	-5,524 ^a	1,240 ^a	0,122
10	-0,845	-5,614 ^a	1,232 ^a	0,123

TABLEAU 1b

Test de stationnarité des pentes des taux d'intérêt

maturité (année)	ADF		KPSS	
	niveau	variation	niveau	variation
2-1	-3,167 ^b	-6,558 ^a	0,355 ^c	0,061
3-1	-2,883 ^c	-6,556 ^a	0,368 ^c	0,070
4-1	-2,692 ^c	-6,640 ^a	0,362 ^c	0,079
5-1	-2,559	-6,465 ^a	0,353 ^c	0,088
6-1	-2,472	-6,387 ^a	0,344	0,096
7-1	-2,419	-6,359 ^a	0,335	0,102
8-1	-2,385	-6,375 ^a	0,328	0,107
9-1	-2,375	-6,421 ^a	0,322	0,110
10-1	-2,365	-6,494 ^a	0,317	0,112

Note : Pour les tests *ADF*, le nombre de retards p est sélectionné de façon à assurer la blancheur des résidus (à partir de la statistique de Ljung-Box). Pour les tests *KPSS*, la variance de long terme est calculée avec 12 retards, conformément à la recommandation de SCHWERT [1989] pour des variables mensuelles. Les valeurs critiques du test *ADF* proviennent de FULLER [1976] et celles du test *KPSS* proviennent de KWIAKOWSKI *et alii* [1992]. ^a, ^b et ^c indiquent que la statistique est significative aux seuils de 1%, 5% et 10% respectivement.

3 Le puzzle des tests usuels

3.1. Le cadre théorique

Le rendement d'un titre long (de maturité n) peut être décomposé en deux éléments : la moyenne des rendements anticipés de placements successifs, en $t, t + m, \dots, t + n - m$, en titres courts (de maturité m) plus une prime de risque (dite prime de capitalisation), non observable, notée $c_t^{(m,n)}$. Cette

égalité peut s'écrire ⁶ :

$$(4) \quad R_t^{(n)} = E_t k_t^{(m,n)} + c_t^{(m,n)}$$

où $R_t^{(n)}$ est le rendement en t d'un titre de maturité n ; $k_t^{(m,n)} = \frac{m}{n} \sum_{i=0}^{\frac{n}{m}-1} R_{t+im}^{(m)}$ est le rendement de capitalisation, c'est-à-dire la moyenne des rendements de placements successifs, en $t, t+m, \dots$, et $t+n-m$, en titres de maturité m ; $\frac{n}{m}$ est supposé entier ; E_t est l'espérance conditionnelle à l'information disponible en t . Nous considérons ici le cas de bons zéro-coupon, qui correspond aux données utilisées dans l'application empirique.

Une seconde prime de risque (dite prime de portage), notée $\varphi_t^{(m,n)}$, est définie par l'arbitrage entre un placement dans un titre long (de maturité n) revendu au bout de m périodes et un placement en titre court (de maturité m) :

$$(5) \quad E_t h_t^{(m,n)} = R_t^{(m)} + \varphi_t^{(m,n)}$$

où $h_t^{(m,n)} = (nR_t^{(n)} - (n-m)R_{t+m}^{(n-m)})/m$ est le rendement de portage, c'est-à-dire le rendement lié à l'achat en t d'un titre de maturité n revendu en $t+m$ ($m < n$) ⁷.

La théorie des anticipations implique que les primes de capitalisation et de portage doivent être constantes au cours du temps, même si elles peuvent varier avec les maturités m et n : $c_t^{(m,n)} = c^{(m,n)}$, $\varphi_t^{(m,n)} = \varphi^{(m,n)}$, $\forall t$ ⁸.

Une littérature abondante a porté sur le test des implications de la théorie des anticipations. CAMPBELL et SHILLER [1987, 1991] ont proposé des formulations, issues directement des équations (4) et (5), avec la pente des taux comme régresseur. La première représentation est fondée sur la relation entre la variation anticipée sur m périodes du rendement d'un titre long et la pente des taux. Elle est obtenue en réarrangeant les termes de l'équation (5) et en imposant $\varphi_t^{(m,n)} = \varphi^{(m,n)}$, $\forall t$:

$$(6) \quad \frac{n-m}{m} (E_t R_{t+m}^{(n-m)} - R_t^{(n)}) = S_t^{(m,n)} - \varphi^{(m,n)}$$

où $S_t^{(m,n)} = R_t^{(n)} - R_t^{(m)}$ est la pente en t entre les taux à n et à m périodes.

6. Cette écriture, proposée initialement par SHILLER [1979], constitue une approximation linéaire de la relation, non linéaire, d'absence d'opportunité d'arbitrage entre un placement long et une succession de placements courts. SHILLER *et alii* [1983] ont montré que l'erreur d'approximation est suffisamment petite pour pouvoir être négligée dans les applications pratiques.

7. En itérant vers le futur la relation (5) et en sommant les termes, la prime de capitalisation s'exprime comme une moyenne de primes de portage : $c_t^{(m,n)} = \frac{m}{n} \sum_{i=0}^{\frac{n}{m}-1} E_t \varphi_{t+im}^{(m,n-im)}$.

8. Selon la théorie "pure" des anticipations, les primes associées aux différentes versions de la théorie sont nulles. Or, dans un modèle en temps continu avec taux d'intérêt aléatoires, COX *et alii* [1981] ont montré que ces différentes versions sont mutuellement incompatibles (par exemple, on ne peut pas avoir simultanément les équivalents en temps continu de (4) et (5) si $c_t^{(m,n)}$ et $\varphi_t^{(m,n)}$ sont nuls). CAMPBELL [1986] a toutefois mis en évidence que les différentes versions de la théorie ne sont pas nécessairement incompatibles, si les primes sont supposées constantes non nulles.

La deuxième représentation est fondée sur la relation entre la variation moyenne anticipée sur longue période des taux courts futurs et la pente des taux. Elle s'obtient directement en soustrayant le taux court $R_t^{(m)}$ aux deux membres de l'équation (4) et en imposant $c_t^{(m,n)} = c^{(m,n)}$, $\forall t$:

$$(7) \quad E_t S_t^{*(m,n)} = S_t^{(m,n)} - c^{(m,n)}$$

où $S_t^{*(m,n)} \equiv k_t^{(m,n)} - R_t^{(m)}$ est la variation moyenne des taux courts entre t et $t+n$. Ces écritures prennent en compte les propriétés de non-stationnarité des taux d'intérêt, puisque les variables endogènes et exogènes de (6) et (7) sont toutes stationnaires lorsque les taux d'intérêt sont $I(1)$ et que la théorie des anticipations est valide. CAMPBELL et SHILLER [1987] ont en effet montré que la théorie des anticipations conduit à l'existence d'une relation de cointégration entre les taux d'intérêt de maturités différentes, la pente des taux étant stationnaire.

3.2. Les résultats empiriques

Les spécifications (6) et (7) sont fondées sur la seule hypothèse d'absence d'opportunités d'arbitrage. La mise en œuvre du test de la théorie des anticipations nécessite en outre l'hypothèse de rationalité des anticipations, c'est-à-dire ici de blancheur des erreurs d'anticipations. La contrepartie empirique de l'équation (6) s'écrit alors :

$$(8) \quad \frac{n-m}{m} \left(R_{t+m}^{(n-m)} - R_t^{(n)} \right) = \alpha_1 + \beta_1 S_t^{(m,n)} + \varepsilon_{1,t+m}$$

Comme dans la suite, les paramètres et les perturbations doivent être indicés par les maturités m et n , mais ces indices sont omis pour alléger les notations. La théorie des anticipations implique que les paramètres associés aux maturités m et n vérifient : $\alpha_1 = -\varphi^{(m,n)}$, $\beta_1 = 1$. Dans ce cas, l'excès de rendement de portage $\varepsilon_{1,t+m}$ se décompose sous la forme :

$$(9) \quad \varepsilon_{1,t+m}^1 = \frac{n-m}{m} \eta_{t+m}^1 - \left(\varphi_t^{(m,n)} - \varphi^{(m,n)} \right)$$

où $\eta_{1,t+m} = \left(R_{t+m}^{(n-m)} - E_t R_{t+m}^{(n-m)} \right)$ est l'erreur d'anticipation en t concernant le taux à $n-m$ périodes en $t+m$ et $\left(\varphi_t^{(m,n)} - \varphi^{(m,n)} \right)$ est l'éventuelle composante variable de la prime de portage. Dès que l'horizon de prévision m dépasse un mois, les anticipations faites à des dates proches utilisent une information partiellement commune et les erreurs d'anticipation présentent une certaine forme d'autocorrélation. Plus précisément, le terme résiduel de (8) présente *a priori*, même si les anticipations sont rationnelles, une composante moyenne mobile d'ordre $(m-1)$, où m est exprimé en mois. Ainsi, lorsque la théorie des anticipations est valide, les erreurs d'anticipation, hors effets d'*overlapping*, doivent être non autocorrélées, c'est-à-dire que $\eta_{1,t+m}$ et $\eta_{1,t}$ ne doivent pas être corrélés.

De la même manière, la contrepartie empirique de l'équation (7) s'écrit :

$$(10) \quad S_t^{*(m,n)} = \alpha_2 + \beta_2 S_t^{(m,n)} + \varepsilon_{2,t+n-m}$$

avec, lorsque la théorie des anticipations est valide, $\alpha_2 = -c^{(m,n)}$, $\beta_2 = 1$, et la décomposition de l'excès de rendement de capitalisation $\varepsilon_{2,t+n-m}$ sous la forme :

$$(11) \quad \varepsilon_{2,t+n-m} = \eta_{2,t+n-m} - \left(c_t^{(m,n)} - c^{(m,n)} \right)$$

où $\eta_{2,t+n-m} = \left(k_t^{(m,n)} - E_t k_t^{(m,n)} \right)$ est l'erreur d'anticipation concernant le rendement de capitalisation de titres à m périodes pendant n périodes. Le terme résiduel $\varepsilon_{2,t+n-m}$ a alors une composante moyenne mobile d'ordre $(n - m - 1)$.

Le tableau 2 présente les estimations des équations (8) et (10) pour les titres publics français sur la période 1980-95. Le test proprement dit de la théorie des anticipations repose sur la statistique de Student associée à $(\beta_i - 1)$. Comme les horizons de placement dépassent ici la périodicité des données (la fréquence est mensuelle, alors que l'horizon de placement le plus court est d'un an), cette statistique doit être corrigée de la composante

TABLEAU 2

Estimation des spécifications (8) et (10)

$m - n$ (années)	$\hat{\beta}_i$	$\hat{\sigma}(\hat{\beta}_i)$	$t(\hat{\beta}_i - 1)$	\bar{R}^2
Equation (8)				
1 - 2	-0,115	0,709	-1,572	0,001
1 - 3	-0,459	0,973	-1,499	0,008
1 - 4	-0,858	1,235	-1,505	0,018
1 - 5	-1,309	1,480	-1,560	0,028
1 - 6	-1,789	1,714	-1,628	0,039
1 - 7	-2,293	1,935	-1,702 ^c	0,048
1 - 8	-2,825	2,156	-1,774 ^c	0,052
1 - 9	-3,364	2,370	-1,842 ^c	0,060
1 - 10	-3,906	2,584	-1,899 ^c	0,067
Equation (10)				
1 - 2	0,443	0,354	-1,572	0,046
1 - 3	0,366	0,381	-1,663 ^c	0,038
1 - 4	0,322	0,408	-1,661 ^c	0,026
1 - 5	0,103	0,359	-2,501 ^b	0,002
1 - 6	0,081	0,312	-2,947 ^a	0,001
1 - 7	0,008	0,208	-4,776 ^a	0,000
1 - 8	0,136	0,249	-3,479 ^a	-0,007
1 - 9	0,073	0,211	-4,401 ^a	-0,010
1 - 10	-0,011	0,218	-4,643 ^a	-0,012

Note : L'estimation de la constante n'est pas reportée dans le tableau. $\hat{\sigma}(\hat{\beta}_i)$ est l'écart-type asymptotique de $\hat{\beta}_i$. $t(\hat{\beta}_i - 1)$ est la statistique de Student associée à $(\beta_i - 1)$. Les estimations sont réalisées sur la période allant de 1980:1 à 1994:12 pour la spécification (8), sur la période allant de 1980:1 à 1995:12 moins $(n - m)$ années pour la spécification (10). ^a, ^b et ^c indiquent que la statistique est significative aux seuils de 1%, 5% et 10% respectivement.

Equation (8) : $\frac{n-m}{m} \left(R_{t+m}^{(n-m)} - R_t^{(n)} \right) = \alpha_1 + \beta_1 S_t^{(m,n)} + \varepsilon_{1,t+m}$

Equation (10) : $S_t^{*(m,n)} = \alpha_2 + \beta_2 S_t^{(m,n)} + \varepsilon_{2,t+n-m}$

moyenne mobile dans le processus des erreurs. La statistique de Student est alors fondée sur l'écart-type asymptotique du paramètre ⁹.

Comme cela a déjà été noté par de nombreux auteurs pour d'autres pays (SHILLER *et alii* [1983], CAMPBELL et SHILLER [1991], HARDOUVELIS [1994], EVANS et LEWIS [1994], CAMPBELL [1995]), le coefficient de la pente dans la régression (8) est généralement négatif, alors que la théorie des anticipations prédit un coefficient unitaire. De plus, le coefficient de la pente décroît avec la maturité du titre long, passant de -0,12 pour $n = 2$ à -3,91 pour $n = 10$. Le test d'égalité à 1 du paramètre de la pente ne permet toutefois pas de rejeter l'hypothèse des anticipations, au seuil de 10%, pour les couples de maturités allant de 1-2 ans à 1-6 ans.

Les résultats obtenus pour l'équation (10) sont, comme dans les études déjà citées, *a priori* plus favorables à la théorie des anticipations : le coefficient de la pente est presque systématiquement positif, bien que nettement inférieur à 1, et décroît sensiblement avec l'horizon des placements, de 0,44 pour $n = 2$ à -0,01 pour $n = 10$. En revanche, l'égalité à 1 du paramètre est *quasi* systématiquement rejetée, à l'exception du couple de maturités 1-2 ans.

Le *puzzle* ainsi mis en évidence sur titres longs français au cours de la période 1980-95 présente les deux caractéristiques suivantes : la théorie des anticipations n'est pas rejetée à partir du test fondé sur les taux longs (équation (8)), alors que le coefficient de la pente est négatif ; la théorie des anticipations est rejetée à partir du test fondé sur les taux courts (équation (10)). La section suivante propose une interprétation de ce paradoxe.

4 La stationnarité des excès de rendement

Deux explications sont couramment avancées pour rendre compte du rejet de la théorie des anticipations ¹⁰ :

- la première explication est fondée sur l'existence d'une prime de risque variable au cours du temps, stationnaire et corrélée avec la pente des taux

9. L'écart-type asymptotique est calculé de la façon suivante : la matrice de variance-covariance des résidus est modifiée par la correction de HANSEN et HODRICK [1980], qui permet de prendre en compte l'existence d'une composante moyenne mobile dans le processus des erreurs, et par la correction de WHITE [1980], tenant compte de l'éventuelle hétéroscédasticité des erreurs ; enfin, elle est modifiée comme suggéré par NEWEY et WEST [1987] pour assurer sa semi-positivité.

10. CAMPBELL [1995] suggère que le *puzzle* pourrait être lié à l'existence d'erreurs de mesure sur le taux à long terme, qui biaiserait vers -1 le coefficient de la pente dans l'équation de taux long (8) et vers 0 le coefficient de la pente dans l'équation de taux court (10). BEKAERT *et alii* [1996] proposent une autre explication du *puzzle*, selon laquelle le biais dans l'estimation des coefficients de la pente serait dû à une persistance élevée dans la dynamique du taux à court terme. Il apparaît néanmoins que cette persistance devrait biaiser les coefficients de la pente vers les valeurs positives. Ces deux approches alternatives n'ont toutefois pas donné de résultats empiriques convaincants.

(FAMA [1984], ou EVANS et LEWIS [1994]). Elle remet clairement en cause l'hypothèse de base de la théorie des anticipations, puisqu'elle indique que la pente des taux contient de l'information à la fois sur les taux futurs anticipés, mais également sur la prime de risque.

- la seconde explication repose sur la sur-réaction des taux longs par rapport aux taux courts futurs (MANKIW et SUMMERS [1984], CAMPBELL et SHILLER [1991], HARDOUVELIS [1994]). Cet argument entre en contradiction avec l'hypothèse de rationalité des anticipations : la pente des taux contient, comme dans la théorie des anticipations, de l'information sur les taux courts futurs anticipés, mais les investisseurs accordent plus de poids aux taux futurs qu'ils ne le devraient.

Même s'il semble difficile de discriminer entre ces deux explications en l'absence d'information supplémentaire (comme des données d'enquête), le rejet de la théorie des anticipations paraît devoir s'expliquer par l'existence d'une corrélation entre la pente des taux et une variable manquante stationnaire (qui expliquerait alors la dynamique de l'excès de rendement). Cet argument est confirmé par certaines études qui ont abordé sous cet angle les propriétés statistiques des excès de rendement. EVANS et LEWIS [1994], supposant les anticipations rationnelles, interprètent la stationnarité de la prime de risque comme une implication minimale de la théorie des anticipations. Ils testent alors la stationnarité des excès de rendement, à travers l'existence de relations de cointégration entre des rendements définis de façon adéquate. HARDOUVELIS [1994], cherchant à mettre en évidence un phénomène de sur-réaction, explique le biais sur le paramètre de la pente dans l'équation (8) par la corrélation entre la pente et une variable manquante, la variation du taux court, qu'il interprète comme une *proxy* de l'erreur d'anticipation. De même, TZAVALIS et WICKENS [1996] étendent le modèle VAR bivarié proposé par CAMPBELL et SHILLER [1987] (contenant la variation du taux court et la pente des taux), en ajoutant l'excès de rendement de portage, de façon à obtenir une représentation stationnaire de cette variable.

Une approche alternative peut être fondée sur la reconnaissance explicite du caractère dynamique des excès de rendement. En effet, si les excès de rendement sont stationnaires mais non bruits blancs, ils sont en partie prévisibles, et une prévision optimale des taux futurs devrait prendre en compte la composante prévisible des excès de rendement. Les équations (4) et (5) peuvent alors s'interpréter comme des relations de cointégration. Elles permettent d'établir un lien avec les MCE. ENGLE et GRANGER [1987] ont en effet montré que, quand deux variables sont $I(1)$ et cointégrées, il existe une représentation à correction d'erreur, dans laquelle les variations des rendements sont expliquées notamment par le résidu retardé de la relation de long terme (ici l'excès de rendement). Dans ce cas, les tests usuels apparaissent trop restrictifs, comme cela a été mis en évidence par HAKKIO et RUSH [1989].

4.1. L'écriture sous forme de relation de cointégration

Comme dans EVANS et LEWIS [1994], la stationnarité des excès de rendement est analysée ici à travers l'existence de relations de cointégration.

Toutefois, alors que ces auteurs réécrivent les relations (6) et (7) en faisant dépendre le taux au comptant futur du taux à terme correspondant, les relations estimées proviennent ici directement des relations (4) et (5). De façon immédiate, les relations théoriques

$$(12) \quad E_t h_t^{(m,n)} = R_t^{(m)} + \varphi_t^{(m,n)}$$

$$(13) \quad E_t k_t^{(m,n)} = R_t^{(n)} - c_t^{(m,n)}$$

ont pour contreparties empiriques

$$(14) \quad h_t^{(m,n)} = \mu_1 + \delta_1 R_t^{(m)} + u_{1,t+m}$$

$$(15) \quad k_t^{(m,n)} = \mu_2 + \delta_2 R_t^{(n)} + u_{2,t+n-m}$$

La section 2 a montré que les taux d'intérêt sont $I(1)$, donc les variables endogènes et exogènes de (14) et (15) sont $I(1)$. Mais comme l'ont montré CAMPBELL et SHILLER [1987], si la théorie des anticipations est valide, les équations (14) et (15) sont des relations de cointégration, de sorte que les excès de rendement sont stationnaires. Dans ce cas, même si les excès de rendement sont corrélés avec la variation de taux ou la pente des taux, les estimations de δ_1 et δ_2 restent convergentes, ce qui n'était pas le cas pour les paramètres des régressions (8) et (10). En effet, les paramètres δ_1 et δ_2 sont estimés de façon super-convergente, dès que l'excès de rendement est stationnaire (STOCK [1987]). Seules une prime de risque et/ou une erreur d'anticipation non-stationnaires sont susceptibles de biaiser asymptotiquement l'estimation de δ_1 et δ_2 .

La stationnarité des excès de rendement impose deux contraintes aux équations (14) et (15). D'une part, il doit s'agir de relations de cointégration, c'est-à-dire que les résidus $u_{1,t+m}$ et $u_{2,t+n-m}$ doivent être stationnaires. D'autre part, les paramètres δ_1 et δ_2 doivent être égaux à 1. Or malgré la super-convergence asymptotique des estimateurs, les estimations des paramètres de long terme par les MCO peuvent être biaisées à distance finie et, de plus, leur loi asymptotique n'est pas normale. Ce problème peut être résolu selon deux approches :

- les paramètres δ_1 et δ_2 peuvent être supposés égaux à 1, et la stationnarité des résidus u_1 et u_2 peut être directement testée ; il s'agit alors simplement d'un test de stationnarité des excès de rendement, qui peut être fondé, comme dans la section 2, sur les hypothèses nulles de non-stationnarité (test *ADF*) ou de stationnarité (test *KPSS*) ;

- les biais à distance finie des estimateurs des MCO peuvent être corrigés pour permettre un test de l'hypothèse $\delta_i = 1$; par exemple, l'approche de PHILLIPS et HANSEN [1990], fondée sur une correction non paramétrique de

l'estimateur de δ_i permet, si les résidus sont stationnaires, de tester cette hypothèse ¹¹.

4.2. L'écriture à correction d'erreur

Si les excès de rendement sont effectivement stationnaires, la représentation à correction d'erreur prend en compte explicitement leur dynamique : il existe un niveau moyen, dont l'excès de rendement ne peut s'éloigner durablement ; un écart par rapport à ce niveau moyen à une date donnée sera donc partiellement corrigé, aux périodes suivantes, et, toutes choses égales par ailleurs, l'excès de rendement se rapprochera de ce niveau moyen. L'écriture sous forme MCE apparaît assez naturelle, que le rejet de la théorie des anticipations soit lié à l'existence d'anticipations non rationnelles ou d'une prime de risque variable mais stationnaire : dans le premier cas, le MCE précise le mode de correction des erreurs d'anticipation ; dans le second cas, il précise le mécanisme de retour vers le niveau moyen de la prime de risque. L'écriture MCE permet ainsi d'améliorer la prévision des taux futurs en tenant compte d'un paramètre supplémentaire, la vitesse de retour à la moyenne.

Compte tenu de l'*overlapping*, l'écriture du MCE est ici légèrement différente de l'écriture usuelle : à la date t , des deux placements alternatifs apparaissant dans la relation de cointégration (14), seul le taux zéro-coupon est parfaitement connu en t , le rendement de portage étant connu en $t + m$. L'excès de rendement est alors effectivement observé m périodes après la fixation du taux zéro-coupon. La correction de cette erreur ne peut donc avoir lieu que m périodes plus tard. De façon analogue, dans la relation (15), le rendement de capitalisation est connu en $t + n - m$, donc l'excès de rendement est observé $n - m$ périodes après la fixation du taux zéro-coupon et la correction de l'erreur ne peut avoir lieu que $n - m$ périodes plus tard. Les écritures MCE associées aux relations (14) et (15) doivent donc avoir comme variables endogènes les différences d'ordres m et $n - m$ du rendement de portage et du rendement de capitalisation. En l'absence de termes retardés, on a alors les écritures suivantes :

$$(16) \quad h_t^{(m,n)} - h_{t-m}^{(m,n)} \\ = a_1 \left(h_{t-m}^{(m,n)} - \mu_1 - \delta_1 R_{t-m}^{(m)} \right) + b_1 \left(R_t^{(m)} - R_{t-m}^{(m)} \right) + v_{1,t+m}$$

$$(17) \quad k_t^{(m,n)} - k_{t-n+m}^{(m,n)} \\ = a_2 \left(k_{t-n+m}^{(m,n)} - \mu_2 - \delta_2 R_{t-n+m}^{(n)} \right) + b_2 \left(R_t^{(n)} - R_{t-n+m}^{(n)} \right) + v_{2,t+n-m}$$

11. L'estimation par maximum de vraisemblance, selon la procédure proposée par JOHANSEN [1988], n'est pas adaptée ici. D'une part, comme le précisera la section suivante, l'*overlapping* conduit à une écriture à correction d'erreur différente de l'écriture usuelle : l'écart entre deux retards dans la dynamique du MCE est de m périodes pour le rendement de portage et de $n - m$ pour le rendement de capitalisation. De plus, les relations de cointégration (14) et (15) font intervenir des variables connues à des dates différentes.

Pour ces deux équations, les termes en différence sont stationnaires si les rendements sont $I(1)$; l'excès de rendement décalé (le premier terme du membre de droite des équations), qui joue le rôle de force de rappel, est stationnaire. Si l'hypothèse $\delta_i = 1$, $i = 1, 2$, ne peut pas être rejetée, la mise en œuvre des techniques économétriques standard est possible et conduit à des estimateurs convergents. On note que lorsque l'on impose $-a_i = b_i = \delta_i = 1$ aux paramètres des deux équations (16) et (17), on retrouve exactement les équations initiales (8) et (10) pour $\beta_i = 1$.

4.3. Les résultats empiriques

L'étude de la stationnarité des excès de rendement est fondée sur deux séries de test : la première considère les excès de rendement eux-mêmes (tests *ADF* et *KPSS*, colonnes 1 et 2 du tableau 3) ; la seconde porte sur les résidus des relations de cointégration (14) et (15) (colonne 3).

TABLEAU 3

Test de stationnarité des excès de rendement

$m - n$ (années)	Test de stationnarité de l'excès de rendement		Relation de cointégration		
	<i>ADF</i>	<i>KPSS</i>	<i>ADF</i>	$\hat{\delta}_i$	$t(\delta_i - 1)$
Equation (14)					
1 - 2	-2,753 ^b	0,170	-2,449	1,128	1,344
1 - 3	-4,168 ^a	0,136	-3,602 ^a	1,243	1,498
1 - 4	-4,195 ^a	0,118	-3,830 ^a	1,313	1,325
1 - 5	-4,016 ^a	0,111	-4,064 ^a	1,365	1,146
1 - 6	-4,194 ^a	0,108	-4,236 ^a	1,410	1,007
1 - 7	-4,287 ^a	0,108	-4,332 ^a	1,452	0,899
1 - 8	-3,942 ^a	0,108	-4,339 ^a	1,494	0,817
1 - 9	-3,885 ^a	0,108	-3,913 ^a	1,532	0,751
1 - 10	-3,829 ^a	0,108	-3,847 ^a	1,572	0,700
Equation (15)					
1 - 2	-2,753 ^b	0,170	-2,399	0,928	-1,567
1 - 3	-2,142	0,267	-2,604	0,744	-3,795 ^a
1 - 4	-2,096	0,294	-2,412	0,657	-4,681 ^a
1 - 5	-1,839	0,380 ^c	-2,257	0,526	-6,621 ^a
1 - 6	-1,657	0,433 ^c	-2,763	0,431	-7,704 ^a
1 - 7	-1,502	0,507 ^b	-3,043	0,351	-11,692 ^a
1 - 8	-1,338	0,464 ^b	-3,382 ^c	0,318	-13,222 ^a
1 - 9	-1,582	0,388 ^c	-3,198 ^c	0,317	-13,431 ^a
1 - 10	-1,370	0,310	-2,958	0,276	-18,276 ^a

Note : Les valeurs critiques du test *ADF* proviennent de FULLER [1976] ; celles du test *KPSS* de KWIATKOWSKI *et alii* [1992] ; celles du test *ADF* de cointégration de PHILLIPS et OULIARIS [1990]. $\hat{\delta}_i$ est l'estimation *fully modified* du paramètre de long terme. $t(\delta_i - 1)$ est la statistique de Student associée à $(\delta_i - 1)$ (PHILLIPS et HANSEN [1990]) ; dans cette statistique, la variance de long terme est calculée à partir d'une fenêtre de Bartlett, dont la taille est déterminée de façon optimale. ^a, ^b et ^c indiquent que la statistique est significative aux seuils de 1%, 5% et 10% respectivement.

$$\text{Equation (14) : } h_i^{(m,n)} = \mu_1 + \delta_1 R_i^{(m)} + u_{1,t+n-m}$$

$$\text{Equation (15) : } k_i^{(m,n)} = \mu_2 + \delta_2 R_i^{(m)} + u_{2,t+n-m}$$

Concernant l'excès de rendement de portage, le test ADF conduit à rejeter systématiquement la non-stationnarité, alors que le test $KPSS$ ne rejette jamais la stationnarité, quel que soit le couple de maturités considéré. De même, la non-stationnarité des résidus de la relation de cointégration (14) est toujours rejetée, à l'exception du couple de maturités 1-2 ans.

Les tests fondés sur l'excès de rendement de capitalisation sont beaucoup plus défavorables vis-à-vis de la théorie des anticipations : la non-stationnarité n'est rejetée que pour le couple de maturités 1-2 ans avec le test ADF ; le test $KPSS$ ne rejette la stationnarité que pour les couples de maturités 1-5 ans à 1-9 ans au seuil de 10% (1-7 ans et 1-8 ans au seuil de 5%). En outre, la non-cointégration n'est rejetée que pour deux couples de maturités (1-8 ans et 1-9 ans) et au seuil de 10% seulement.

La colonne 4 du tableau 3 indique les coefficients δ_i des relations de cointégration, estimés selon la méthode de PHILLIPS et HANSEN [1990] ; la colonne 5 reporte la statistique de Student associée à $\delta_i - 1$. Cette statistique repose sur une variance de long terme calculée à partir d'une fenêtre de Bartlett, dont la taille est déterminée de façon optimale (DEN HAAN et LEVIN [1996]). S'agissant de la relation (14) entre rendement de portage et taux court, le coefficient de long terme $\hat{\delta}_1$ est systématiquement supérieur à 1 (entre 1,13 et 1,57), mais il n'est jamais significativement différent de 1. A l'inverse, pour la relation (15) entre rendement de capitalisation et taux long, le paramètre $\hat{\delta}_2$ est toujours inférieur à 1 (entre 0,27 et 0,93), mais, à l'exception du couple de maturités 1-2 ans, l'hypothèse d'égalité à 1 est systématiquement rejetée.

Les résultats concernant la stationnarité des excès de rendement peuvent être résumés de la façon suivante. Tout d'abord, l'implication de la théorie des anticipations selon laquelle les équations (14) et (15) sont des relations de cointégration avec $\delta_i = 1$ est validée pour la relation entre rendement de portage et taux court : les tests confirment la stationnarité des excès de rendement et l'existence d'une relation de cointégration est acceptée, avec un coefficient du taux court non significativement différent de 1. En ce qui concerne la relation entre rendement de capitalisation et taux long, la stationnarité des excès de rendement n'est acceptée que pour les maturités les plus courtes (1-2 ans pour le test ADF , 1-2 ans à 1-4 ans pour le test $KPSS$) ; de plus, la cointégration est rejetée dans la plupart des cas ; la seule exception concerne la combinaison 1-2 ans pour laquelle l'égalité à 1 du coefficient du taux long est également acceptée (mais, dans ce cas, la cointégration est rejetée).

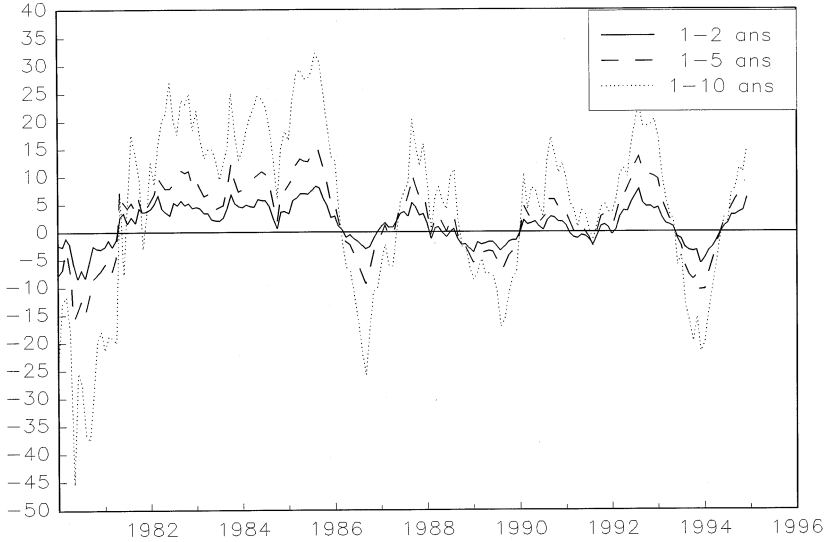
Ce résultat est cohérent avec le *puzzle* observé dans la section précédente : le rejet de la théorie des anticipations à partir du test usuel fondé sur la relation (10) entre la variation moyenne sur longue période du taux court et la pente des taux peut s'expliquer par l'apparente non-stationnarité des excès de rendement de capitalisation. Cette opposition entre excès de rendement de portage et de capitalisation (mise en évidence, par exemple, par EVANS et LEWIS [1994] sur données américaines) a deux explications complémentaires. D'une part, l'excès de rendement de capitalisation est une moyenne d'excès de rendement de portage de maturités plus courtes et la puissance des tests de stationnarité et de cointégration est en général assez faible pour des échantillons de taille modeste. D'autre part, le nombre

d'observations utilisées pour l'estimation de la relation (15) décroît avec la maturité n (de 15 ans pour $n = 2$ à 7 ans pour $n = 10$) et, pour des maturités n éloignées, le poids du début de période apparaît prépondérant.

Les graphiques 2 et 3 permettent de préciser ce point. On observe en effet que les excès de rendement de portage croissent à de nombreuses

GRAPHIQUE 2

Excès de rendement de portage.



GRAPHIQUE 3

Excès de rendement de capitalisation.

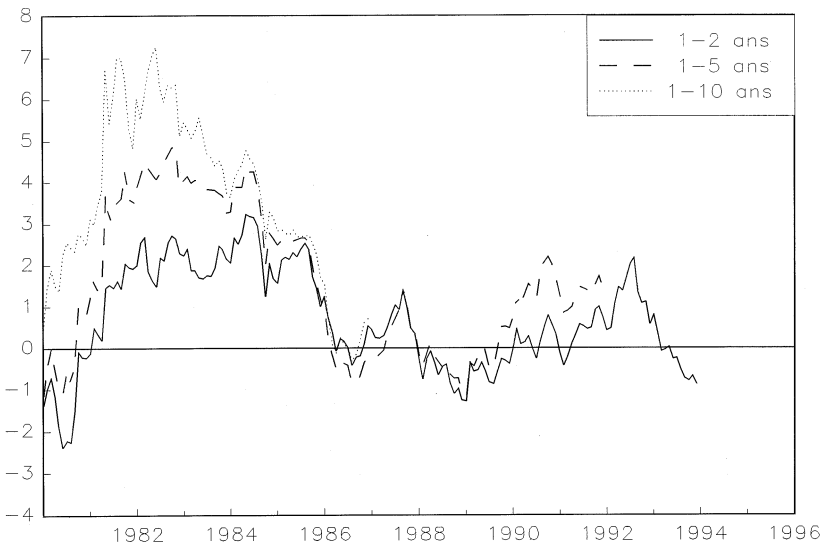


TABLEAU 4

Estimation des MCE (16) et (18)

$m - n$ (années)	\hat{a}_1	$\hat{\sigma}(\hat{a}_1)$	Equation (16)		\bar{R}^2	$F\text{-stat}$
			\hat{b}_1	$\hat{\sigma}(\hat{b}_1)$		
1 - 2	-0,695	0,361	1,349	0,357	0,836	2,833 ^c
1 - 3	-0,960	0,354	1,317	0,731	0,759	1,800
1 - 4	-1,055	0,326	1,251	1,029	0,724	2,035
1 - 5	-1,062	0,312	1,218	1,324	0,701	1,833
1 - 6	-1,044	0,305	1,355	1,624	0,682	1,431
1 - 7	-1,026	0,299	1,442	1,921	0,668	1,093
1 - 8	-1,008	0,294	1,530	2,215	0,655	0,825
1 - 9	-0,997	0,289	1,596	2,500	0,645	0,633
1 - 10	-0,990	0,284	1,650	2,782	0,637	0,500

$m - n$ (années)	\hat{a}'_1	$\hat{\sigma}(\hat{a}'_1)$	\hat{b}'_1	Equation (18)			\bar{R}^2	$F\text{-stat}$
				$\hat{\sigma}(\hat{b}'_1)$	\hat{c}'_1	$\hat{\sigma}(\hat{c}'_1)$		
1 - 2	-0,785	0,373	1,170	0,435	-0,078	0,095	0,797	2,636 ^c
1 - 3	-1,003	0,388	1,126	0,849	-0,072	0,113	0,716	1,842
1 - 4	-1,119	0,391	1,075	1,193	-0,039	0,122	0,683	1,944
1 - 5	-1,165	0,387	1,084	1,522	-0,009	0,127	0,663	1,944
1 - 6	-1,180	0,381	1,144	1,849	0,016	0,130	0,648	1,855
1 - 7	-1,186	0,374	1,224	2,172	0,036	0,132	0,637	1,794
1 - 8	-1,185	0,366	1,322	2,495	0,052	0,134	0,629	1,752
1 - 9	-1,186	0,360	1,407	2,809	0,065	0,135	0,623	1,747
1 - 10	-1,187	0,354	1,494	3,123	0,075	0,136	0,619	1,769

Note : L'estimation de la constante n'est pas reportée dans le tableau. $\hat{\sigma}(\cdot)$ dénote l'écart-type asymptotique de l'estimateur. $F\text{-stat}$ est la statistique de Fisher associée au test joint de l'hypothèse nulle $-a_1 = b_1 = 1$ pour la spécification (16) et $-a_1 = b_1 = 1$ et $c_1 = 0$ pour la spécification (18). Les estimations sont réalisées sur la période allant de 1981:1 à 1994:12 pour la spécification (16), sur la période allant de 1982:1 à 1994:12 pour la spécification (18). ^c indique que la statistique est significative aux seuils de 10%.

Equation (16) :

$$h_t^{(m,n)} - h_{t-m}^{(m,n)} = a_1 (h_{t-m}^{(m,n)} - R_{t-m}^{(m)}) + b_1 (R_t^{(m)} - R_{t-m}^{(m)}) + v_{1,t+m}$$

Equation (18) :

$$h_t^{(m,n)} - h_{t-m}^{(m,n)} = a'_1 (h_{t-m}^{(m,n)} - R_{t-m}^{(m)}) + b'_1 (R_t^{(m)} - R_{t-m}^{(m)}) + c'_1 (h_{t-m}^{(m,n)} - h_{t-2m}^{(m,n)}) + v'_{1,t+m}$$

reprises leur niveau moyen, caractéristique des processus stationnaires ; en revanche, les excès de rendement de capitalisation, pour des maturités n éloignées, présentent des profils peu compatibles avec des processus stationnaires. Ce résultat s'explique principalement par la baisse, très largement inattendue, des taux d'intérêt à court terme entre 1982 et 1986.

Ainsi sur les sept premières années de l'échantillon, le taux long apparaît *quasi* systématiquement supérieur à la moyenne des taux courts futurs, pouvant traduire l'existence d'une prime de risque variable (plus forte en début de période) ou d'erreurs d'anticipation systématiques en début de période.

Le tableau 4 reporte les estimations du MCE fondé sur le rendement de portage, à partir des écritures (16) et

$$(18) \quad h_t^{(m,n)} - h_{t-m}^{(m,n)} = a'_1 \left(h_{t-m}^{(m,n)} - R_{t-m}^{(m)} \right) \\ + b'_1 \left(R_t^{(m)} - R_{t-m}^{(m)} \right) + c'_1 \left(h_{t-m}^{(m,n)} - h_{t-2m}^{(m,n)} \right) + v'_{1,t+m}$$

dans laquelle le coefficient associé à l'endogène retardée (c'_1) est théoriquement nul, selon la théorie des anticipations. Dans le premier cas, les coefficients estimés apparaissent proches de leur valeur prédite par la théorie : le coefficient de la force de rappel est compris entre -0,70 et -1,06, alors que celui de la variation du taux court est compris entre 1,22 et 1,65. De plus, les tests de Fisher ne peuvent pas rejeter l'hypothèse nulle d'égalité à -1 et 1 de a_1 et b_1 , quel que soit le couple de maturités.

La seconde représentation (18) permet de vérifier que le terme supplémentaire a bien un coefficient nul, comme cela est prédit par la théorie des anticipations. On observe deux résultats intéressants : d'une part, c'_1 n'est jamais significativement différent de 0 ; d'autre part, l'introduction de ce terme supplémentaire ne perturbe pas, d'un point de vue statistique, l'estimation des autres paramètres. Le coefficient a'_1 est légèrement plus faible (entre -0,79 et -1,19), alors que b'_1 est plus proche de 1 (entre 1,08 et 1,49). Enfin, l'hypothèse jointe $a'_1 = b'_1 = 1$ et $c'_1 = 0$ n'est rejetée, au seuil de 10% seulement, que pour le couple de maturités 1-2 ans. Comme pour les tests usuels fondés sur la relation (8) entre la variation du rendement d'un titre long et la pente des taux, on ne peut pas rejeter la théorie des anticipations. En revanche, on n'observe plus d'écart important entre les coefficients prédits par la théorie et les coefficients estimés. Cette différence peut provenir du choix de la spécification retenue pour la mise en œuvre du test de la théorie. Ce problème a déjà été soulevé par HAKKIO et RUSH [1989] dans le cadre du test de l'hypothèse d'efficience sur le marché des changes. HAKKIO et RUSH ont montré en effet que, lorsque le taux au comptant et le taux à terme sont cointégrés, le cadre adapté pour tester la théorie des anticipations est le MCE. Dans ce cas, l'écriture usuelle (la régression de la variation du taux au comptant sur l'écart entre le taux au comptant et le taux à terme, ce qui correspond, *mutatis mutandis*, aux équations (8) et (10)) peut conduire à un biais de spécification.

5 Conclusion

A partir d'une base de données originale portant sur la période 1980-95, cet article établit un diagnostic sur la validité de la théorie des anticipations

pour les titres publics à long terme français. Il met en évidence deux résultats importants. D'une part, la stationnarité de l'excès de rendement de capitalisation est nettement rejetée, donnant ainsi une interprétation claire du rejet de la théorie des anticipations à partir du test fondé sur la relation (10) entre la pente des taux et la variation sur longue période des taux courts futurs : la non-stationnarité de la prime de risque associée au rendement de capitalisation et/ou des erreurs d'anticipation sur les taux courts futurs, conduisent à rejeter cette forme de la théorie des anticipations. Ce résultat apparaît lié, pour l'essentiel, à la phase de forte baisse des taux d'intérêt au cours de la période 1982-86. La diminution beaucoup plus rapide et prononcée du rendement de capitalisation, par rapport au taux long, peut refléter aussi bien une augmentation forte et durable (sur plusieurs années) de la prime de capitalisation ou des erreurs d'anticipation systématiques au cours de cette période.

D'autre part, l'excès de rendement de portage apparaît stationnaire pour la plupart des combinaisons de maturités. L'écriture sous forme MCE permet de tester explicitement la théorie des anticipations en tenant compte de l'existence d'une relation de cointégration entre rendement de portage et taux court ; cette estimation confirme que l'on ne peut pas rejeter la théorie des anticipations sur les titres longs français, mais surtout le problème du signe du coefficient de la pente dans le test usuel disparaît.

Si la conclusion des tests usuels est quelque peu ambiguë (signe contraire, mais coefficient non significativement différent de celui prédit par la théorie), les résultats obtenus à partir de l'estimation du MCE apparaissent plus clairs : les excès de rendement de portage sont systématiquement stationnaires et les coefficients sont proches (et non significativement différents) des valeurs prédites par la théorie.

L'estimation du MCE permet donc de résoudre deux problèmes. D'un point de vue théorique, cette écriture n'est pas sujette aux éventuels biais de spécification mis en évidence par HAKKIO et RUSH [1989]. D'un point de vue empirique, elle permet d'obtenir des résultats plus convaincants concernant la théorie des anticipations : le rejet de la théorie fondé sur le rendement de capitalisation semble clairement dû à la non-stationnarité de l'excès de rendement de capitalisation, celle-ci apparaissant, pour une large part, due au début des années 1980 ; l'acceptation de la théorie fondée sur le rendement de portage coïncide avec des coefficients proches de ceux prédits par la théorie.

Une difficulté demeure cependant : le test fondé sur la relation entre le taux long et le rendement de capitalisation conduit au rejet de la théorie des anticipations. Ce rejet apparaît due à la non-stationnarité, au moins au début de la période étudiée, de l'excès de rendement de capitalisation, et donc à la non-stationnarité de la prime de capitalisation et/ou des erreurs d'anticipations. Donner une explication satisfaisante de ces deux implications économiques de la non-stationnarité de l'excès de rendement de capitalisation constitue un programme de recherche pour des travaux futurs.

● Références bibliographiques

- BEKAERT, G., HODRICK, R. J., MARSHALL, D. A. (1996). – “On Biases in Tests of the Expectations Hypothesis of the Term Structure of Interest Rates”, *Journal of Financial Economics*, 44(3), pp. 309-348.
- CAMPBELL, J. Y. (1986). – “A Defense of Traditional Hypotheses About the Term Structure of Interest Rates”, *Journal of Finance*, 41(1), pp. 183-193.
- CAMPBELL, J. Y. (1995). – “Some Lessons from the Yield Curve”, *Journal of Economic Perspectives*, 9(3), pp. 129-152.
- CAMPBELL, J. Y., SHILLER, R. J. (1987). – “Cointegration and Tests of Present Value Models”, *Journal of Political Economy*, 95(5), pp. 1062-1088.
- CAMPBELL, J. Y., SHILLER, R. J. (1991). – “Yield Spreads and Interest Rate Movements: A Birds’ Eye View”, *Review of Economic Studies*, 58(3), pp. 495-514.
- COX, J. C., INGERSOLL, J. E., ROSS, S. A. (1981). – “A Re-Examination of Traditional Hypotheses About the Term Structure of Interest Rates”, *Journal of Finance*, 36(4), pp. 769-799.
- CUTHBERTSON, K. (1996). – “The Expectations Hypothesis of the Term Structure: The UK Interbank Market”, *Economic Journal*, 106(436), pp. 578-592.
- DAHLQUIST, M., JONSSON, G. (1995). – “The Information in Swedish Short-Maturity Forward Rates”, *European Economic Review*, 39(6), pp. 1115-1131.
- DEN HAAN, W. J., LEVIN, A. T. (1996). – “A Practitioner’s Guide to Robust Covariance Matrix Estimation”, *NBER Technical Working Paper 197*.
- DICKEY, D. A., FULLER, W. A. (1979). – “Distribution for the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root”, *Journal of the American Statistical Association*, 74(366), pp. 427-431.
- ENGLE, R., GRANGER, C. W. J. (1987). – “Cointegration and Error Correction: Representation, Estimation, and Testing”, *Econometrica*, 55(2), pp. 251-76.
- EVANS, M. D. D., LEWIS, K. K. (1994). – “Do Stationary Risk Premia Explain It All?”, *Journal of Monetary Economics*, 33(2), pp. 285-318.
- FAMA, E. F. (1984). – “The Information in the Term Structure”, *Journal of Financial Economics*, 13(4), pp. 509-528.
- FAMA, E. F. (1990). – “Term-Structure Forecasts of Interest Rates, Inflation, and Real Returns”, *Journal of Monetary Economics*, 25(1), pp. 59-76.
- FAMA, E. F., BLISS, R. R. (1987). – “The Information in Long-Maturity Forward Rates”, *American Economic Review*, 77(4), pp. 680-692.
- FULLER, W. A. (1976). – *Introduction to Statistical Time Series*, New York, Wiley.
- GERLACH, S. (1996). – “Monetary Policy and the Behaviour of Interest Rates: Are Long Rates Excessively Volatile?”, *BIS Working Paper n° 34*.
- GERLACH, S., SMETS, F. (1997). – “The Term Structure of Euro-Rates: Some Evidence in Support of the Expectations Hypothesis”, *Journal of International Money and Finance*, 16(2), pp. 305-321.
- HAKKIO, C. S., RUSH, M. (1989). – “Market Efficiency and Cointegration: An Application to the Sterling and Deutschmark Exchange Markets”, *Journal of International Money and Finance*, 8(1), pp. 75-88.
- HALL, A. D., ANDERSON, H. M., GRANGER, C. W. J. (1992). – “A Cointegration Analysis of Treasury Bill Yields”, *Review of Economics and Statistics*, 74(1), pp. 116-126.
- HANSEN, L. P., HODRICK, R. J. (1980). – “Forward Rates as Optimal Predictors of Future Spot Rates”, *Journal of Political Economy*, 88(5), pp. 829-853.
- HARDOUVELIS, G. A. (1994). – “The Term Structure Spread and Future Changes in Long and Short Rates in the G7 Countries”, *Journal of Monetary Economics*, 33(2), pp. 255-283.

- HURN, A. S., MOODY, T., MUSCATELLI, V. A. (1995). – “The Term Structure of Interest Rates in the London Interbank Market”, *Oxford Economic Papers*, 47(3), pp. 418-436.
- JOHANSEN, S. (1988). – “Statistical Analysis of Cointegration Vectors”, *Journal of Economic Dynamics and Control*, 12(2/3), pp. 231-254.
- JONDEAU, E., RICART, R. (1996). – “The Expectation Hypothesis of the Term Structure: Tests on US, German, French, and UK Euro-Rates”, Banque de France, Note d'Etude et de Recherche #35, à paraître dans *Journal of International Money and Finance*.
- JONDEAU, E., RICART, R. (1997). – “Le contenu en information de la pente des taux : application au cas des titres publics français”, Banque de France, Note d'Etude et de Recherche #43, à paraître dans *Economie et Prévision*.
- JORION, P., MISHKIN, F. S. (1991). – “A Multicountry Comparison of Term-Structure Forecasts at Long Horizons”, *Journal of Financial Economics*, 29(1), pp. 59-80.
- KWIATKOWSKI, D., PHILLIPS, P. C. B., SCHMIDT, P., SHIN, Y. (1992). – “Testing the Null Hypothesis of Stationarity Against the Alternative of a Unit Root”, *Journal of Econometrics*, 54(1-3), pp. 159-178.
- MANKIW, N. G., MIRON, J. A. (1986). – “The Changing Behavior of the Term Structure of Interest Rates”, *Quarterly Journal of Economics*, 101(2), pp. 211-228.
- MANKIW, N. G., SUMMERS, L. H. (1984). – “Do Long-Term Interest Rates Overreact to Short-Term Interest Rates?”, *Brookings Papers on Economic Activity*, 1, pp. 223-242.
- MISHKIN, F. S. (1991). – “A Multi-Country Study of the Information in the Shorter Maturity Term Structure about Future Inflation”, *Journal of International Money and Finance*, 10(1), pp. 2-22.
- NELSON, C. R., SIEGEL, A. F. (1987). – “Parsimonious Modeling of Yield Curves”, *Journal of Business*, 60(4), pp. 473-489.
- NEWKEY, W. K., WEST, K. D. (1987). – “A Simple, Positive Definite, Heteroscedasticity and Autocorrelation Consistent Covariance Matrix”, *Econometrica*, 55(3), pp. 703-708.
- PHILLIPS, P. C. B., HANSEN, L. P. (1990). – “Statistical Inference in Instrumental Variables Regression with $I(1)$ Processes”, *Review of Economic Studies*, 57(1), pp. 99-125.
- PHILLIPS, P. C. B., OULIARIS, S. (1990). – “Asymptotic Properties of Residual Based Tests for Cointegration”, *Econometrica*, 58(1), pp. 165-193.
- RICART, R., SICSIC, P. (1995). – “Estimation d'une structure par terme des taux d'intérêt sur données françaises”, Banque de France, *Bulletin mensuel*, octobre.
- SCHWERT, G. W. (1989). – “Tests for Unit Roots: A Monte Carlo Investigation”, *Journal of Business and Economic Studies*, 7(2), pp. 147-159.
- SHILLER, R. J. (1979). – “The Volatility of Long-Term Interest Rates and Expectations Models of the Term Structure”, *Journal of Political Economy*, 87(6), pp. 1190-1219.
- SHILLER, R. J., CAMPBELL, J. Y., SCHOENHOLTZ, K. L. (1983). – “Forward Rates and Future Policy: Interpreting the Term Structure of Interest Rates”, *Brookings Papers on Economic Activity*, 1, pp. 173-217.
- STOCK, J. H. (1987). – “Asymptotic Properties of Least Squares Estimators of Cointegrating Vectors”, *Econometrica*, 55(5), pp. 1035-56.
- SVENSSON, L. E. O. (1994). – “Estimating and Interpreting Forward Interest Rates: Sweden 1992 - 1994”, *CEPR Discussion Paper 1051*.
- TZAVALIS, E., WICKENS, M. (1996). – “A Re-Examination of the Rational Expectations Hypothesis of the Term Structure: Reconciling the Evidence from Long-Run and Short-Run Tests”, *mimeo*, University of Exeter.
- WHITE, H. (1980). – “A Heteroscedasticity-Consistent Covariance Matrix Estimator and a Direct Test for Heteroscedasticity”, *Econometrica*, 48(4), pp. 817-838.