ANNALES D'ÉCONOMIE ET DE STATISTIQUE. – N° 48 — 1997

Croissance et modes de propriété des terres

Bertrand CRETTEZ, Claire LOUPIAS, Philippe MICHEL*

RÉSUMÉ. – Le régime de propriété privée des terres a parfois été critiqué parce qu'il est à l'origine d'un gaspillage de ressources qui affaiblit la croissance économique. En effet, en raison de son caractère non reproductible, la terre bénéficie d'une rente de rareté qui augmente dans les économies productives. La capitalisation de ces rentes ponctionne une partie de l'épargne qui devient ainsi « improductive ». Cependant, un régime de propriété publique des terres n'impliquerait pas la disparition des rentes et ne serait donc pas automatiquement favorable à la croissance : tout dépend de l'affectation des rentes. Si les rentes sont attribuées aux agents en fin de cycle de vie, l'épargne de ces derniers est découragée et la croissance peut s'en trouver ralentie. Un effet inverse se manifeste si les rentes sont reversées en début de cycle de vie. Cet article propose d'évaluer la pertinence de ces deux arguments à l'aide d'un modèle à génération imbriquées de croissance endogène. Nous trouvons que le taux de croissance est en effet plus élevé dans une économie avec propriété publique des terres mais que les équilibres à taux de croissance constants associés aux deux régimes de propriété sont Pareto-optimaux. On ne peut donc se fonder sur un seul argument d'efficacité parétienne pour évaluer les deux régimes de propriété.

Growth and the Property of Land

ABSTRACT. – Private property in land has often been criticized because it is supposed to bring about a waste of productive resources weakening economic growth. Indeed, because it is non reproductible, land earns a rent which increases in a growing economy and whose capitalization decreases the "productive" savings. However, public property in land does not imply the removal of rents neither insure a faster growth rate. If rents are given back to agents during the end of their life, this weakens the need of savings and diminishes growth. If rents are given back to agents at the beginning of their life-cycle, this can boost their savings. This paper contrasts the two preceding arguments within the framework of an overlapping generations model with endogenous growth. We find that, in effect, public property in land leads to faster growth. However, equilibria are Pareto-optimal under either property rights schemes. We conclude that the comparison of the two equilibria cannot be settled on the sole ground of Pareto-efficiency.

---

* B. CRETTEZ : C.R.E.S.E, Université de Franche-Comté et C.E.M.E, Université de Paris I ; C. LOUPIAS : I.A.D.E.S, Université de la Rochelle et C.E.B.I., Université de Paris I ; P. MICHEL : I.U.F, GREQAM, Université de la Méditerranée. Nous remercions deux rapporteurs anonymes ainsi que Jean-Pierre Laffargue pour leurs commentaires sur une version antérieure de cet article. Nous avons également bénéficié des remarques de David de la Croix et Katheline Schubert.

1 Introduction

La terre, comme le capital, est à la fois un facteur de production et un actif réserve de valeur. Cependant, pour des raisons évidentes, l'élasticité-prix de l'offre de terre est nettement plus faible que celle du capital. Ceci explique la tendance à la hausse des prix des terres – non agricoles –, et l'importance de la part de ces dernières dans le patrimoine des agents. Selon GOLDSMITH [1985], la valeur des terres rapportée à l'ensemble des actifs était en 1978 de 23.5 % en France, 24.9 % aux Etats-unis et 50.7 % au Japon (STONE et ZIEMBA [1993] estiment qu'à la fin 1991, la valeur totale des terres de ce dernier pays représentait 20 % du total de la richesse mondiale). La tendance à la hausse de la valeur des terres a des conséquences macroéconomiques non négligeables dont certaines ont été discutées depuis déjà fort longtemps [1].

GEORGE [1904] soutient ainsi que l'augmentation du prix des terres détourne des ressources d'utilisations plus productives et contribue à l'appauvrissement de la collectivité. Il conteste – sans vouloir la supprimer – la propriété privée des terres et propose la levée d'un impôt foncier destiné à remplacer toutes les autres formes de taxation [2]. WALRAS [1880] exprime un point de vue similaire sur l'effet d'une hausse à long terme du prix des terres mais se montre partisan de leur nationalisation – après une juste indemnisation. ALLAIS [1947] a illustré une opinion voisine de celle de Walras à l'aide d'un modèle – précurseur – à générations imbriquées d'agents.

L'argument principal d'Allais est plus précis que celui de ses deux prédécesseurs. Dans une économie avec population constante, la règle d'or d'allocation des ressources consiste – pour l'essentiel – à choisir le stock de capital tel que sa productivité marginale soit nulle. A l'équilibre concurrentiel stationnaire (s'il existe) de cette économie, la valeur des terres est la somme des rentes actualisées. Pour que cette valeur soit *définie*, il est nécessaire que le taux d'intérêt – égal à la productivité marginale du capital – soit strictement positif. D'où un argument en faveur de la propriété collective de la terre afin de favoriser l'accumulation du capital et donc de se rapprocher de la règle d'or [3]. Notons que la propriété collective des terres est une condition nécessaire mais non suffisante de décentralisation de la règle d'or (dans une économie avec propriété collective des terres et propriété privée du capital, l'accumulation de ce dernier pourrait être encore

1. Une littérature florissante est consacrée à l'étude des conséquences macroéconomiques de l'inélasticité-prix de l'offre de terres (pour une revue de littérature, cf. LOUPIAS (1994)). Les problèmes de localisation spatiales ont également des conséquences macroéconomiques. Sur ce point, voir par exemple, PUIG, THISSE et JAYET (1995).
2. “It is seen that private property in land, instead of being necessary to its improvement and use, stands in the way of improvement and use, and entails an enormous waste of productive forces”, cité par EATON (1988).
3. Cet argument de nature macroéconomique doit être distingué de ceux, d'inspiration plus microéconomiques, sur lesquels se fondent les justifications plus traditionnelles des politiques foncières (voir par exemple, DURANTON et THISSE (1995), DRÈZE (1992), TIDEMAN (1991)).

trop faible). Outre la nationalisation des terres, l'Etat doit recourir – le cas échéant – à une politique d'imposition appropriée.

En définitive, Allais s'intéresse au passage d'un équilibre concurrentiel stationnaire Pareto-optimal [4] d'une économie avec propriété privée du capital et des terres à un équilibre concurrentiel stationnaire Pareto-optimal d'une économie avec propriété privée du capital et collective des terres [5]. Clairement, le passage de l'un à l'autre des deux équilibres nuit au moins à une génération d'agents [6]. Un tel sacrifice est justifié par Allais par deux arguments principaux [7] : 1) l'augmentation *permanente* du revenu national consommable résultant d'un effort d'investissement *limité*, 2) le désintérêt contestable des agents pour leur avenir :

On voit alors que, dans une large mesure, la réalisation par l'Etat d'une épargne supplémentaire obtenue par le jeu de l'impôt et destinée à maximiser la productivité sociale, reviendrait simplement à réaliser la position d'équilibre qui serait obtenue spontanément par le jeu de la concurrence, dans le cas où les individus auraient une conscience à la fois nette et objective tant de leurs psychologies futures que des avantages présentés par la maximisation de la productivité sociale (ALLAIS, [1947], p. 593).

L'hypothèse de constance de la population joue un rôle important dans l'analyse d'Allais. D'une part, lorsque le taux de croissance de la population est strictement positif, la propriété privée des terres n'est plus nécessairement un obstacle à l'accumulation du capital. RHEE [1991] donne ainsi des conditions sous lesquelles une économie avec propriété privée des terres peut connaître un équilibre concurrentiel stationnaire avec *sur-accumulation* du capital. Pour ce faire, il est nécessaire que la terre soit un facteur de production *inessentiel* (au sens de Rhee), *i.e.* qu'à long terme, la part des revenus du facteur terre dans la production tende vers zéro (ceci se produit par exemple, si l'élasticité de substitution entre la terre et les autres facteurs est très forte). Un tel équilibre est Pareto-inefficace. Des politiques correctrices (cf. DIAMOND [1965]) sont concevables mais la nationalisation des terres n'apporterait pas grand chose puisqu'elle favoriserait l'accumulation du capital en supprimant un actif de réserve alternatif à ce dernier.

D'autre part, si la terre est un facteur de production *essentiel* (au sens de Rhee), l'existence de la terre suffit parfois à garantir que l'équilibre concurrentiel stationnaire coïncide avec la règle d'or. En effet, s'appuyant sur l'analyse des bulles spéculatives de TIROLE [1985], RHEE montre, après MCCALLUM [1987] et HOMBURG [1991], que la terre peut évincer une

4. Le taux d'intérêt d'équilibre étant strictement positif.

5. Il convient d'ajouter qu'Allais, qui était partisan de la collectivisation des terres (cf. par exemple, ALLAIS (1947), p. 586-587 ; voir aussi le chapitre IX (num. 135-139)) a changé d'opinion sur ce sujet (cf. ALLAIS (1977) p. 285-286).

6. Ce passage soulève également la question d'une indemnisation équitable des propriétaires privés des terres.

7. Cf. ALLAIS (1947), p. 591-593.

partie du capital dans le patrimoine des agents et éliminer à long terme sa sur-accumulation. Cependant, ceci ne se produit que pour une unique valeur initiale du prix des terres. Le mécanisme permettant de décentraliser la règle d'or à long terme est donc particulièrement fragile (cependant, la nationalisation des terres serait – à nouveau – inopérante puisqu'elle favoriserait la sur-accumulation du capital).

Les analyses précédentes s'appuient toutes sur des modèles pour lesquels il est possible de comparer des équilibres concurrentiels stationnaires (en général Pareto-optimaux) avec une allocation des ressources optimale (au sens de DIAMOND [1965] et SAMUELSON [1958]) caractérisée par la règle d'or d'accumulation du capital. Or, l'étude d'économies croissant à un taux déterminé de manière endogène peut sembler plus pertinent d'un point de vue empirique (cf. ROMER [1989]). Dans ces types d'économies, un équilibre concurrentiel n'est pas stationnaire et l'analogue d'une définition d'une allocation optimale à la Diamond-Samuelson n'est pas immédiate. On peut cependant définir des allocations Pareto-efficaces. Dans cette perspective, la problématique d'Allais et de ses prédécesseurs pourrait se transposer comme suit : la propriété privée des terres immobilise-t-elle des ressources qui entravent la croissance de l'économie ?

La question nous paraît mériter une certaine attention dans la mesure où la plupart des pays d'Europe orientale entreprennent ou ont entrepris des modifications importantes du régime de propriété foncière mis en place après le second conflit mondial en vue de faire décoller leur économie. Une réponse positive à la question précédente ne serait pas nécessairement un argument en faveur d'un maintien de la propriété collective des terres ; on en déduirait plutôt, par exemple, l'opportunité d'un ordre dans la réalisation des dénationalisations (le capital d'abord, les terres ensuite) entreprises par les pays d'Europe orientale [8].

L'objet de cet article est de proposer des éléments de réponse à la question posée ci-dessus, en confinant l'analyse à un cadre spécifique, *i.e.* un modèle à générations imbriquées d'agents incorporant un mécanisme de croissance endogène inspiré de REBELO [1991]. Il s'agit d'un modèle à deux secteurs de production dans lequel les services produits à partir de la terre sont valorisés par les firmes et les consommateurs ; *i.e.* sont des arguments respectivement des fonctions de production et d'utilité [9]. Ce modèle est exposé dans la section suivante. La troisième section est consacrée à l'étude des sentiers de croissance d'équilibre à taux constants d'une économie avec un régime de propriété privée du capital et des terres. La section quatre comprend une étude similaire pour une économie avec propriété privée du capital et collective de la terre. Nous comparons les taux de croissance des variables macroéconomiques de ces deux économies dans la section cinq. Nous montrons à cette occasion que le taux de croissance constant des variables macroéconomiques de l'économie avec

8. Des raisons de nature plus microéconomiques justifiant la propriété publique des terres sont cependant avancées dans TIDEMAN (1991).

9. Les services produits à partir de la terre ne sont pas un argument des fonctions d'utilité dans le modèle d'ALLAIS (1947).

propriété privée du capital et des terres est strictement inférieur au taux de croissance constant des mêmes variables de l'économie avec propriété privée du capital et collective des terres. Cependant, l'étude de l'optimalité des différents équilibres, entreprise dans la section six, montre que ceux-ci sont tous deux Pareto-optimaux. Comme chez Allais, le passage de l'un à l'autre ne pourra se faire qu'au détriment d'au moins une génération et ce sacrifice devra être justifié sur un plan autre que celui de l'efficacité parétienne. La conclusion de l'article se trouve dans la section sept.

2 Le modèle

Le cadre adopté est un modèle à générations imbriquées en temps discret avec un horizon infini (cf. ALLAIS [1947] et DIAMOND [1965]).

2.1. Les agents

A chaque date t naissent un nombre constant d'agents identiques non altruistes dont la durée de vie est de deux périodes. Deux générations coexistent donc à chaque période. Sans perte de généralité, nous normalisons le nombre d'agents d'une génération à un et la population totale est donc toujours constante et de taille deux.

Lors de leur première période de vie, les agents travaillent – ils offrent inélastiquement une unité de travail ; ils prennent leur retraite au cours de leur seconde période de vie. Un agent né en t a une fonction d'utilité intertemporelle du type Cobb-Douglas définie sur $\mathbb{R}^4_{++}$:

$$(1) \qquad U_t = \gamma_1 \ln C_{1,t} + \gamma_2 \ln X_{1,t} + \gamma_3 \ln C_{2,t+1} + \gamma_4 \ln X_{2,t+1}$$

avec $\sum_{i=1}^{4} \gamma_i = 1$ et $\gamma_i > 0$ pour tout i.

$C_{1,t}$ et $C_{2,t+1}$ sont respectivement les montants de biens de consommation que l'agent consomme pendant sa jeunesse et sa vieillesse ; $X_{1,t}$ et $X_{2,t+1}$ sont respectivement les services – liés à l'utilisation des terres – qu'un agent consomme au cours de sa jeunesse et sa vieillesse.

Nous supposons que les services liés à l'utilisation des terres sont proportionnels à la quantité de terre utilisée par l'agent (cf., par exemple, DUSANSKY et WILSON [1993] ou HOMBURG [1992] (p. 88)). Sans perte de généralité, le coefficient de proportionnalité est supposé égal à un.

2.2. Les techniques de production

L'économie a deux secteurs de production comportant chacun une firme représentative.

Nous supposerons que l'activité de chaque firme s'étend sur une période et une seule. Les firmes se comportent de manière concurrentielle. Ces deux hypothèses impliquent que les firmes n'ont pas de comportements stratégiques ; en particulier, elles ne cherchent à réaliser des stocks pour entreprendre une politique de discrimination par les prix intertemporelle.

Le premier secteur produit un bien capital à partir d'un montant $K_{1,t}$ de capital :

$$(2) \qquad Y_t^k = K_{t+1} = aK_{1t}$$

Nous reprenons ainsi la modélisation proposé par REBELO [1991] pour une économie avec des agents ayant une durée de vie infinie.

Le second secteur produit un bien de consommation à partir d'une fonction de production Cobb-Douglas :

$$(3) \qquad Y_t^c = K_{2,t}^{\alpha} N_t^{\beta} X_t^{1-\alpha-\beta}$$

avec trois facteurs de production : le capital $K_{2,t}$, le travail N_t, et la terre X_t ($\alpha > 0$, $\beta > 0$, et $\alpha + \beta < 1$) [10]. A nouveau, nous faisons l'hypothèse que les services produits avec les terres sont proportionnels à la quantité de celle-ci qui est utilisée par la firme (le coefficient de proportionnalité est également fixé à 1).

Le stock de capital produit au cours de la période t est utilisable à la période $t+1$ et se déprécie complètement en une période : il disparaît à la fin de la période $t+1$ (qu'il ait été utilisé ou non).

Enfin, il existe une quantité totale limitée de terre dans l'économie (ce qui rend – grossièrement – compte de ce que les services produits avec la terre ont une élasticité-prix faible) ; le montant total de terre est notée X.

3 Equilibres avec prévisions parfaites et propriété privée de la terre et du capital

Dans cette section, nous étudions les équilibres de prévisions parfaites sous l'hypothèse que tous les actifs – *i.e.* le capital et les terres – sont la propriété privée des agents. Ceux-ci, lorsqu'ils sont jeunes, consacrent une partie du salaire reçu en échange de leur travail à consommer des biens ou des services produits avec les terres et l'autre partie à épargner. Leur épargne a *deux* contreparties : le capital (nouvellement produit) d'une part, et la valeur des terres qu'ils rachètent aux agents vieux. Ces derniers

10. ALLAIS (1947) analyse également un modèle avec deux secteurs de production. Le secteur produisant le bien capital n'utilise que du travail (et la fonction de production est linéaire), le secteur produisant le bien de consommation utilise du capital et de la terre.

perçoivent les loyers des terres qu'ils possèdent puis les vendent aux jeunes. Ils reçoivent également la rémunération du capital qu'ils ont constitué en épargnant et qu'ils offrent sur le marché des services du capital. Leurs différents revenus financent leurs consommations de biens et services au cours de leur vieillesse.

Le prix du capital sert d'étalon monétaire et est normalisé à un à chaque période. Nous noterons P_t le prix du bien de consommation, W_t le salaire, Π_t le loyer et Q_t le prix des terres. La partie de l'épargne investie en capital est notée $S_{k,t}$, la partie restante servant au rachat des terres est notée $Q_t S_{x,t}$.

3.1. **Les décisions des agents**

Les contraintes budgétaires d'un agent né en t sont :

$$P_t C_{1,t} + \Pi_t X_{1,t} + S_{k,t} + Q_t S_{x,t} = W_t \tag{4}$$

$$P_{t+1} C_{2,t+1} + \Pi_{t+1} X_{2t+1} = (1 + r_{t+1}) S_{k,t} + (Q_{t+1} + \Pi_{t+1}) S_{x,t} \tag{5}$$

Les agents n'investissent dans les deux types d'actifs que si leurs rendements sont identiques, *i.e.* si et seulement si la condition d'arbitrage suivante est vérifiée :

$$Q_t = \frac{Q_{t+1} + \Pi_{t+1}}{1 + r_{t+1}} \tag{6}$$

Cette équation sera satisfaite à l'équilibre de l'économie considérée. Supposons en effet que le taux de rendement du placement dans la terre soit toujours inférieur à celui de l'achat de capital. Dans cette éventualité, la demande de terre (en tant qu'actif) est strictement inférieure à l'offre. Le seul prix d'équilibre possible est donc $Q_t = 0\ \forall t$. Or un actif ayant un prix nul ne peut pas avoir une rentabilité positive. Nous en déduisons que $\Pi_t = 0$ $\forall t$. Mais ceci est impossible puisque les services de la terre procurent une utilité aux agents ($\gamma_2 > 0$, $\gamma_4 > 0$). Un argument similaire utilisant la fonction de production s'applique dans le cas où le taux de rendement du placement dans la terre est toujours supérieur à celui de l'achat de capital.

Grâce à l'équation d'arbitrage et aux deux contraintes budgétaires précédentes, on obtient la contrainte budgétaire intertemporelle d'un agent né en t :

$$P_t C_{1,t} + \Pi_t X_{1,t} + \frac{P_{t+1} C_{2,t+1} + \Pi_{t+1} X_{2,t+1}}{1 + r_{t+1}} = W_t \tag{7}$$

Les fonctions de demande du consommateur sont alors :

$$C_{1,t} = \frac{\gamma_1 W_t}{P_t} \tag{8}$$

$$X_{1,t} = \frac{\gamma_2 W_t}{\Pi_t} \tag{9}$$

$$C_{2,t+1} = \frac{(1 + r_{t+1})\gamma_3 W_t}{P_{t+1}} \tag{10}$$

$$X_{2,t+1} = \frac{(1 + r_{t+1})\gamma_4 W_t}{\Pi_{t+1}} \tag{11}$$

Les décisions $C_{2,0}$ et $X_{2,0}$ sont respectivement égales à :

$$(12) \qquad C_{2,0} = \frac{\gamma_3((1+r_0)K_0 + (Q_0 + \Pi_0)X)}{(\gamma_3 + \gamma_4)P_0}$$

$$(13) \qquad X_{2,0} = \frac{\gamma_4((1+r_0)K_0 + (Q_0 + \Pi_0)X)}{(\gamma_3 + \gamma_4)\Pi_0}$$

3.2. **Les décisions des firmes**

Le profit de la firme représentative produisant le bien de capital a pour expression :

$$(14) \qquad B_t^k = Y_t^K - (1+r_t)K_{1,t} = (a - (1+r_t))K_{1,t}$$

Cette firme est donc prête à produire un volume de capital positif lorsque :

$$(15) \qquad 1 + r_t = a$$

Le profit de la firme représentative produisant le bien de consommation est :

$$(16) \qquad B_t^C = P_t Y_t^C - (1+r_t)K_{2,t} - W_t N_t - \Pi_t X_t$$

Les conditions nécessaires de maximisation du profit s'écrivent (compte tenu de $1 + r_t = a$) :

$$(17) \qquad P_t \alpha \frac{Y_t^C}{K_{2,t}} = a$$

$$(18) \qquad P_t \beta \frac{Y_t^C}{N_t} = W_t$$

$$(19) \qquad P_t(1 - \alpha - \beta)\frac{Y_t^C}{X_{,t}} = \Pi_t$$

3.3. **L'équilibre**

DÉFINITION 1 : K_0 étant donné, un équilibre avec prévisions parfaites et propriété privée du capital et de la terre est une suite de prix :

$$\{P_t, W_t, \Pi_t, Q_t, r_t\}_{t=0}^{t=\infty}$$

et une suite de quantités :

$$\{C_{1,t}, C_{2,t}, X_{1,t}, X_{2,t}, S_{k,t-1}, S_{x,t-1}, K_{1,t}, K_{2,t}, N_t\}_{t=0}^{t=\infty}$$

telles que :
a) étant donnée la suite des prix, les quantités sont solutions des équations (2, 4-13, 17-19)
b) les marchés du bien de consommation, des services de la terre, du capital, du travail et de l'épargne sont équilibrés à toutes les dates t :

$$(20) \qquad Y_t^C = C_{1,t} + C_{2,t}$$
$$(21) \qquad X = X_t + X_{1,t} + X_{2,t}$$
$$(22) \qquad K_t = K_{1,t} + K_{2,t}$$
$$(23) \qquad 1 = N_t$$
$$(24) \qquad S_{k,t} = K_{t+1}$$
$$(25) \qquad S_{x,t} = X$$

Remarquons que, puisque nous calculons les fonctions de demande du consommateur à partir de sa contrainte budgétaire intertemporelle, nous supposons implicitement que l'équation d'arbitrage (6) est vérifiée à l'équilibre.

PROPOSITION 1 : Il existe un unique équilibre avec prévisions parfaites avec propriété privée du capital et des terres et un taux de croissance constant pour toutes les variables.

Preuve : La preuve, sans être complexe, est longue et nécessite de nombreuses manipulations ; elle est reportée en annexe un. ☐

L'hypothèse de fonctions d'utilité et de production Cobb-Douglas a permis l'obtention d'un taux de croissance d'équilibre constant pour toutes les variables.

Le taux de croissance du capital (qui détermine le taux de croissance de toutes les autres variables) est égal à

$$(26) \qquad 1 + g_k = \frac{a\beta\gamma_3}{1 - \beta\gamma_1}$$

Ce taux possède un certain nombre de propriétés intéressantes. Il est :

– croissant avec la productivité (a) de la firme produisant le capital ;

– croissant avec la part (β) des salaires dans la production de biens de consommation (plus les salaires sont élevés, plus l'épargne est importante) ;

– croissant avec le coefficient de préférence (γ_3) lorsque les agents sont vieux (en effet, plus ce coefficient est élevé, plus l'épargne doit être importante pour financer l'acquisition du bien de consommation en seconde période de vie) ;

– croissant avec le coefficient de préférence pour le bien de consommation (γ_1) lorsque les agents sont jeunes (plus ce coefficient est important, plus il faut produire de bien de consommation, et donc plus le capital utilisé dans le secteur de bien de consommation doit être important).

4 Equilibre avec prévisions parfaites et propriété privée du capital et propriété publique de la terre

Dans cette section, la propriété des terres est collective : un organisme – public – les loue aux firmes ainsi qu'aux agents. Il n'y a donc plus de marché sur lequel s'échangent les terres ; en revanche, le marché concurrentiel des services liés à l'utilisation de la terre est conservé et le prix d'équilibre qui s'y forme est la rente. Les rentes sont collectées puis reversées aux agents par l'organisme public : les jeunes reçoivent une part θ du total des rentes et les vieux reçoivent donc une part $1 - \theta$ ($0 \leq \theta \leq 1$).

Sous cette forme, le modèle peut s'interpréter comme étant la représentation d'une économie de propriété privée pour tous les actifs mais avec une forme d'altruisme *ad hoc* [11]. Il s'agit de l'altruisme rétrospectif. Il conduit les parents à se comporter envers leurs enfants d'une manière similaire à celle dont leurs propres parents se sont comportés envers eux. Dans le cadre de notre modèle ceci impliquerait que les agents lèguent les terres dont ils sont propriétaires à leurs enfants parce que c'est ce qu'ont fait leurs parents. Par ailleurs, les rentes sont partagées entre les générations selon une règle de partage également *ad hoc*.

Dans la littérature, deux explications sont en général avancées pour expliquer l'altruisme rétrospectif.

La première est due à BEVAN et STIGLITZ [1979] (voir également MASSON et PESTIEAU [1991]). Les parents ont un comportement prospectif mais agissent dans un cadre de rationalité limitée. Ceci implique qu'ils ont des anticipations myopes ou statiques à l'égard des revenus de leurs enfants. On montre alors que dans une économie stationnaire les parent lèguent à leurs enfants ce qu'ils ont reçu plus ou moins une part qui est fonction de leur position relative dans la société.

La seconde est proposée par MASSON et GOTTMAN [1991]. Ces derniers partent de l'idée que les biens hérités ont une nature différente des autres biens. Ils proviennent du disparu, de l'enfance passé ; les dernières volontés du défunt les concernent. L'héritier « met en balance ses projets personnels et son attachement familial » (MASSON et GOTTMAN [1991], p. 208). De l'étude empirique conduite par les auteurs il semble ressortir que l'attachement familial l'emporte sur les projets personnels lorsque le bien hérité est un bien immobilier. En cette matière les agents font alors preuve d'un comportement altruiste rétrospectif.

11. Nous remercions un rapporteur de nous avoir suggéré cette interprétation.

4.1. **Les décisions des agents**

Compte tenu de l'arrangement institutionnel que nous avons décrit au début de cette section, les contraintes budgétaires d'un agent né en t sont maintenant ;

$$P_t C_{1,t} + \Pi_t X_{1,t} + S_{k,t} = W_t + \theta \Pi_t X \tag{27}$$

$$P_{t+1} C_{2,t+1} + \Pi_{t+1} X_{2t+1} = (1 + r_{t+1}) S_{k,t} + (1 - \theta) \Pi_{t+1} X \tag{28}$$

La contrainte budgétaire intertemporelle de l'agent né en t est modifiée. Notons RI_t le revenu intertemporel d'un agent né en t.

$$RI_t = W_t + \theta \Pi_t X + \frac{1 - \theta}{1 + r_{t+1}} \Pi_{t+1} X \tag{29}$$

et l'on a la contrainte budgétaire intertemporelle

$$P_t C_{1,t} + \Pi_t X_{1,t} + \frac{P_{t+1} C_{2,t+1} + \Pi_{t+1} X_{2,t+1}}{1 + r_{t+1}} = RI_t \tag{30}$$

Les fonctions de demande du consommateur sont alors :

$$C_{1,t} = \frac{\gamma_1 RI_t}{P_t} \tag{31}$$

$$X_{1,t} = \frac{\gamma_2 RI_t}{\Pi_t} \tag{32}$$

$$C_{2,t+1} = \frac{(1 + r_{t+1}) \gamma_3 RI_t}{P_{t+1}} \tag{33}$$

$$X_{2,t+1} = \frac{(1 + r_{t+1}) \gamma_4 RI_t}{\Pi_{t+1}} \tag{34}$$

Les décisions $C_{2,0}$ et $X_{2,0}$ sont respectivement égales à :

$$C_{2,0} = \frac{\gamma_3((1 + r_0) K_0 + (1 - \theta) \Pi_0 X)}{(\gamma_3 + \gamma_4) P_0} \tag{35}$$

$$X_{2,0} = \frac{\gamma_4((1 + r_0) K_0 + (1 - \theta) \Pi_0 X)}{(\gamma_3 + \gamma_4) \Pi_0} \tag{36}$$

En outre, on a $S_{k,-1} = K_0$ et $S_{x,-1} = X$.

4.2. **Les décisions des firmes**

Elles sont inchangées et sont données par les équations (17)-(19).

4.3. **L'équilibre**

DÉFINITION 2 : K_0 étant donné, un équilibre avec prévisions parfaites et avec propriété privée du capital et de la terre est une suite de prix :

$$\{P_t, W_t, \Pi_t, r_t\}_{t=0}^{\infty}$$

et une suite de quantités :

$$\{C_{1,t}, C_{2,t}, X_{1,t}, X_{2,t}, S_{k,t}, K_{1,t}, K_{2,t}, Nt\}_{t=0}^{\infty}$$

telles que :
a) étant donnée la suite des prix les quantités sont solutions respectivement des équations (2, 27-36, 17-19) ;
b) les marchés du bien de consommation, des services de la terre, du capital, du travail et de l'épargne sont équilibrés à toutes les dates t :

$$Y_t^C = C_{1,t} + C_{2,t} \tag{37}$$
$$X = X_t + X_{1,t} + X_{2,t} \tag{38}$$
$$K_t = K_{1,t} + K_{2,t} \tag{39}$$
$$1 = N_t \tag{40}$$
$$S_{k,t} = K_{t+1} \tag{41}$$

PROPOSITION 2 : Il existe un unique équilibre de prévision parfaite avec propriété privée du capital et propriété collective des terres et un taux de croissance constant pour toutes les variables.

Preuve : La démonstration est technique est longue. On introduit l'intermédiaire de calcul : $z = K_t/K_{2t}$. L'expression du taux de croissance du capital – à partir de laquelle il est possible de calculer les taux de croissance des autres variables – est donnée par : $a(1 - \frac{1}{z})$ et l'on démontre dans l'annexe deux que z est la solution positive d'une équation du second degré. □

Nous avons proposé deux interprétations possibles du modèle exposé dans cette question. Ces deux interprétations conduisent à des résultats distincts dans certains cas. La coïncidence entre les deux interprétations du modèle – propriété publique de la terre ou altruisme rétrospectif – ne prévaut en effet que parce que nous avons supposé les agents identiquement riches. Si les agents étaient hétérogènes les résultats seraient différents. En effet, lorsque les héritages de terre – effectués en raison d'un altruisme rétrospectif – sont de montants différents, les rentes perçues sont également différentes. Les décisions de consommation ne seront donc pas nécessairement les mêmes que celles prises par les agents dans un système de propriété publique des terres avec un schéma donné de redistribution des rentes perçues au titre de la collectivité.

5 Croissance et modes de propriété du sol

Nous nous demandons maintenant quelle est l'influence du mode de propriété du sol sur la croissance d'une économie. Comme le taux de croissance du capital détermine le taux de croissance de toutes les autres variables, il nous faut nous demander quelle est l'influence du mode de propriété du sol sur le taux de croissance du capital. Or, il n'est pas *a priori* immédiat de savoir quel est le mode de propriété des terres qui permet la croissance d'équilibre du capital la plus rapide. En effet :

– dans une économie avec propriété privée du sol, une partie de l'épargne sert à racheter les terres ; elle n'est donc pas directement productive (on retrouve ici les observations de George, Walras et Allais) ;

– dans une économie avec propriété publique du sol, l'épargne des agents dépend en partie de la redistribution des rentes entre les jeunes et les vieux. Ainsi, lorsque *toutes* les rentes sont distribuées aux vieux, les jeunes ont moins besoin d'épargner et il en résulte un taux de croissance plus faible du capital.

La proposition trois donne une condition suffisante pour que le taux de croissance d'une économie avec propriété collective des terres soit plus grand que celui d'une économie avec propriété privée des terres.

PROPOSITION 3 : Si $\frac{\gamma_1}{\gamma_3} \geq \frac{\gamma_2}{\gamma_4}$, quelle que soit la répartition des rentes entre les générations ($\forall \theta \in [0,1]$), le taux de croissance du capital d'une économie avec propriété collective des terres est strictement plus grand que celui d'une économie avec propriété privée des terres.

Preuve : La preuve est reportée en annexe trois. □

L'écart entre $\frac{\gamma_1}{\gamma_3}$ et $\frac{\gamma_2}{\gamma_4}$ est un indice de changement du goût relatif – du bien de consommation par rapport aux services liés à l'utilisation du sol – entre les jeunes et les vieux. La proposition est en particulier vraie dans le cas d'égalité des rapports, c'est à dire lorsque la fonction d'utilité intertemporelle a une forme standard : $U_t = u_t + \frac{1}{1+\zeta} u_{t+1}$ avec $u_t = \ln C_{1,t} + \upsilon \ln X_{1,t}$ et $u_{t+1} = \ln C_{2,t} + \upsilon \ln X_{2,t}$.

Sous l'hypothèse retenue plus haut, nous avons montré que le premier effet – la terre évince le capital dans le patrimoine des agents et contribue à affaiblir la croissance – est toujours plus fort que le second (l'épargne des jeunes est plus faible dans un système de propriété collective lorsque les rentes sont reversées aux agents vieux) quelle que soit la répartition des rentes entre les jeunes et les vieux. Il convient cependant de nuancer ce résultat : rien n'oblige à adopter le taux de croissance de l'économie (*i.e.* celui du capital) comme critère de bien être social. D'autre part, on ne peut à ce stade de l'analyse préjuger des propriétés d'optimalité parétienne des différents équilibres.

6 Etude de l'optimalité des équilibres

Une allocation des ressources sera dite Pareto-optimale si elle est solution d'un problème de planification sociale. Ce dernier consiste à poser puis résoudre un problème de croissance optimale.

6.1. Croissance optimale

La date de planification est fixée arbitrairement en zéro. Le planificateur doit prendre en compte l'utilité intertemporelle des agents nés en $t-1$. Ils maximisent l'utilité de ceux-ci en prenant comme donnée les consommations de leur jeunesse (*i.e.* $C_{1,-1}$ et $X_{1,-1}$).

Le problème du planificateur consiste à maximiser :

$$\sum_{t=-1}^{+\infty} \delta^t U_t \tag{42}$$

sous les contraintes :

$$\begin{aligned}
Y^C(K_{2,t}, N_t, X_t) &= C_{1,t} + C_{2,t} && (43)\\
X &= X_{1,t} + X_{2,t} + X_t && (44)\\
N_t &= 1 && (45)\\
K_t &= K_{1,t} + K_{2,t} && (46)\\
K_{t+1} &= aK_{1,t} && (47)
\end{aligned}$$

en choisissant les suites de décisions

$$\{C_{1,t}, C_{2,t}, X_{1,t}, X_{2,t}, X_t, K_{1,t}, K_{2,t}, K_{t+1}, N_t\}_{t=0}^{\infty}$$

Il est commode de décomposer la fonction d'utilité de la manière suivante :

$$U_t = U_1^t + U_2^{t+1} \tag{48}$$

où :

$$U_1^t = \gamma_1 \ln C_{1,t} + \gamma_2 \ln X_{1,t} \tag{49}$$

et

$$U_2^{t+1} = \gamma_3 \ln C_{2,t+1} + \gamma_4 \ln X_{2,t+1} \tag{50}$$

L'objectif du planificateur est alors équivalent à maximiser :

$$\sum_{t=0}^{+\infty} \delta^t \left(U_1^t + \frac{1}{\delta} U_2^t \right) \tag{51}$$

sous les contraintes simplifiées :

$$Y^C(K_{2,t}, 1, X - X_{1,t} - X_{2,t}) = C_{1,t} + C_{2,t} \tag{52}$$
$$K_{t+1} = a(K_t - K_{2,t}) \tag{53}$$

Posons le lagrangien du problème :

$$L_t = U_1^t + \frac{1}{\delta} U_2^t + \delta \omega_{t+1} a(K_t - K_{2,t}) - \omega_t K_t + \lambda_t \left[Y_t^C - C_{1,t} - C_{2,t} \right] \tag{54}$$

Si le problème a une solution intérieure, les conditions nécessaires et suffisantes d'optimalité sont (cf. MICHEL [1990]) :

$$\frac{\partial L_t}{\partial K_t} = 0 \Leftrightarrow \delta \omega_{t+1} a = \omega_t \tag{55}$$
$$\frac{\partial L_t}{\partial K_{2,t}} = 0 \Leftrightarrow \delta a \omega_{t+1} = \lambda_t \frac{\partial Y_t^C}{\partial K_{2,t}} \tag{56}$$
$$\frac{\partial L_t}{\partial X_{1,t}} = 0 \Leftrightarrow \frac{\gamma_2}{X_{1,t}} = \lambda_t \frac{\partial Y_t^C}{\partial X_t} \tag{57}$$
$$\frac{\partial L_t}{\partial X_{2,t}} = 0 \Leftrightarrow \frac{\gamma_4}{\delta X_{2,t}} = \lambda_t \frac{\partial Y_t^C}{\partial X_t} \tag{58}$$
$$\frac{\partial L_t}{\partial C_{1,t}} = 0 \Leftrightarrow \frac{\gamma_1}{C_{1,t}} = \lambda_t \tag{59}$$
$$\frac{\partial L_t}{\partial C_{2,t}} = 0 \Leftrightarrow \frac{\gamma_3}{\delta C_{2,t}} = \lambda_t \tag{60}$$

Il faut ajouter les équations (52-53) et la condition de transversalité :

$$\lim_{t \to +\infty} \delta^t \omega_t K_t = 0 \tag{61}$$

PROPOSITION 4 : a) l'équilibre avec prévisions parfaites et propriété privée du capital et des terres et taux de croissance constant est Pareto-optimal. b) l'équilibre avec prévisions parfaites et propriété privée du capital et publique des terres et taux de croissance constant est Pareto-optimal.

Preuve : La preuve est reportée en annexe quatre. □

La conclusion que l'on peut tirer de cette proposition est la suivante.

Si l'on se place sur le seul plan de l'optimalité parétienne, il n'y a aucune raison pour préférer un mode de propriété des terres à un autre. En particulier, une réforme foncière – quelle qu'en soit la modalité : rachat des terres, expropriation... – dans une économie avec propriété privée des terres n'améliore pas ici l'efficacité économique.

7 Conclusion

L'objet de cet article est d'étudier les effets sur les taux de croissance d'équilibre de différents modes de propriété des terres. Lorsque l'on sort du cadre d'analyse proposé par Allais, et que l'on cherche à préciser les idées défendues par George et Walras, les effets du mode de propriété des terres sont *a priori* difficiles à cerner. Pour ce faire, un modèle à générations imbriquées de croissance endogène a été introduit.

Dans une économie avec propriété privée des terres, une partie de l'épargne sert à acheter les terres et n'est donc pas « productive ». *A contrario*, l'épargne des agents, dans une économie avec propriété publique des terres dépend en partie de la redistribution des rentes entre jeunes et vieux : si toute la rente est distribuée aux vieux, les jeunes ont moins besoin d'épargner et il devrait en résulter un taux d'épargne plus faible. Ce dernier effet, dans le cadre adopté, n'est malgré tout jamais assez fort pour contrebalancer le premier.

Cependant, les équilibres concurrentiels des deux économies étudiées sont Pareto-optimaux. La recherche de l'efficacité parétienne ne peut donc servir de motif à une nationalisation des terres. De plus, rien n'indique que la collectivité souhaite – dans son ensemble – que l'économie croisse plus vite.

Nous avons transposé dans un cadre dynamique les analyses (et leur limites) qu'Allais a proposé pour un environnement stationnaire.

Ce faisant, nous nous sommes restreints à l'analyse d'un cas particulier dont les spécificités ont pu influencer nos conclusions.

En effet, le mécanisme de croissance endogène que nous avons retenu élimine *de facto* tout risque de mauvaise coordination entre les agents : il ne repose pas réellement sur des externalités positives. D'autres mécanismes de croissance endogène sont concevables et leur incorporation dans un modèle alternatif pourrait modifier nos conclusions.

Ces remarques suggèrent naturellement des directions de recherche éventuelles.

ANNEXE 1

Nous démontrons la proposition 1 [12].

Les fonctions de production du bien capital et de bien de consommation sont respectivement :

$$Y_t^k = K_{t+1} = aK_{1t} \tag{A1.1}$$

$$Y_t^c = K_{2,t}^{\alpha} N_t^{\beta} X_t^{1-\alpha-\beta} \tag{A1.2}$$

Les fonctions de demande d'un agent né en t sont :

$$C_{1,t} = \frac{\gamma_1 W_t}{P_t} \tag{A1.3}$$

$$X_{1,t} = \frac{\gamma_2 W_t}{\Pi_t} \tag{A1.4}$$

$$C_{2,t+1} = \frac{(1+r_{t+1})\gamma_3 W_t}{P_{t+1}} \tag{A1.5}$$

$$X_{2,t+1} = \frac{(1+r_{t+1})\gamma_4 W_t}{\Pi_{t+1}} \tag{A1.6}$$

On suppose que la condition d'arbitrage est vérifiée, *i.e.* :

$$Q_t = \frac{Q_{t+1} + \Pi_{t+1}}{1 + r_{t+1}} \tag{A1.7}$$

La firme produisant du bien capital est prête à produire n'importe quel volume de capital demandé lorsque :

$$1 + r_t = a \tag{A1.8}$$

Les conditions nécessaires de maximisation du profit s'écrivent (compte tenu de $1 + r_t = a$) :

$$P_t \alpha \frac{Y_t^C}{K_{2,t}} = a \tag{A1.9}$$

$$P_t \beta \frac{Y_t^C}{N_t} = W_t \tag{A1.10}$$

$$P_t (1 - \alpha - \beta) \frac{Y_t^C}{X_t} = \Pi_t \tag{A1.11}$$

12. La numérotation des équations de l'annexe est indépendante de celle adoptée dans le corps du texte.

Les conditions d'équilibre sont :

$$Y_t^C = C_{1,t} + C_{2,t} \tag{A1.12}$$
$$X = X_t + X_{1,t} + X_{2,t} \tag{A1.13}$$
$$K_t = K_{1,t} + K_{2,t} \tag{A1.14}$$
$$1 = N_t \tag{A1.15}$$
$$S_{k,t} = K_{t+1} \tag{A1.16}$$
$$S_{x,t} = X \tag{A1.17}$$

Etape 1

Il est commode d'exprimer sous une autre forme les consommations des agents vieux :

$$C_{2,t} = \frac{\gamma_3}{P_t(\gamma_3 + \gamma_4)}((1 + r_t)K_t + (Q_t + \Pi_t)X) \tag{A1.18}$$

$$X_{2,t} = \frac{\gamma_4}{\Pi_t(\gamma_3 + \gamma_4)}((1 + r_t)K_t + (Q_t + \Pi_t)X) \tag{A1.19}$$

Il n'est pas long de vérifier que (A1.18) et (A1.19) sont respectivement égales aux équations (10) et (11) du texte si l'équation d'arbitrage (A1.7) ainsi que les équations (A1.16) et (A1.17) sont vérifiées.

Etape 2

Il est utile de ré-arranger les équations (A1.12)-(A1.17).

L'équation d'équilibre du marché du bien de consommation peut s'écrire :

$$aK_{2,t} + W_t + \Pi_t X_t = \gamma_1 W_t + \frac{\gamma_3}{\gamma_3 + \gamma_4}(aK_t + (Q_t + \Pi_t)X) \tag{A1.20}$$

Le membre de gauche résulte de la propriété d'homogénéité de degré un de la fonction de production de bien de consommation, des équations (A1.9)-(A1.11) et de l'équation (A1.15). Le membre de droite s'obtient à partir des équations (A1.3) et (A1.18). En procédant de manière identique, l'équation d'équilibre du marché des services de la terre peut se transformer et l'on obtient alors :

$$\Pi_t X = \Pi_t X_t + \gamma_2 W_t + \frac{\gamma_4}{\gamma_3 + \gamma_4}(aK_t + (Q_t + \Pi_t)X) \tag{A1.21}$$

Enfin, on peut regrouper les équations (A1.3), (A1.4), les équations (A1.14), (A1.15) et (A1.17) pour obtenir :

$$(1 - \gamma_1 - \gamma_2)W_t = Q_t X + a(K_t - K_{2,t}) \tag{A1.22}$$

Etape 3

Caractérisons maintenant les trajectoires de croissance à taux constants pour toutes les variables. Nous remarquons tout d'abord que les équations d'équilibre des trois premiers marchés sont homogènes en $K_{2,t}$. Posons :

$$z_t = \frac{K_t}{K_{2,t}} \tag{A1.23}$$

Nous notons par une minuscule le quotient d'une variable écrite en majuscule par $K_{2,t}$ [13]. A partir des trois conditions nécessaires de maximisation du profit de la firme représentative produisant le bien de consommation (équations (A1.9)-(A1.11)), nous avons :

$$P_t \frac{Y_t^C}{K_{2,t}} = \frac{a}{\alpha} \tag{A1.24}$$

$$\frac{\beta a}{\alpha} = w_t \tag{A1.25}$$

$$\frac{(1-\alpha-\beta)a}{\alpha} = \pi_t X_t \tag{A1.26}$$

Les conditions d'équilibre sur les trois premiers marchés deviennent :

$$a + w_t + \pi_t X_t = \gamma_1 w_t + \frac{\gamma_3}{\gamma_3+\gamma_4}(az_t + (q_t+\pi_t)X) \tag{A1.27}$$

$$\pi_t X = \pi_t X_t + \gamma_2 w_t + \frac{\gamma_4}{\gamma_3+\gamma_4}(az_t + (q_t+\pi_t)X) \tag{A1.28}$$

$$(1-\gamma_1-\gamma_2)w_t = q_t X + a(z_t - 1) \tag{A1.29}$$

Nous observons que w_t et π_t sont constants (ceci s'obtient à partir de l'équation (A1.25) et de la combinaison des équations (A1.27) et (A1.28)). Avec l'équation (A1.26), il vient que X_t est constant. L'équation d'arbitrage (A1.7), nous dit que le prix de la terre n'est rien d'autre que la valeur actualisée au taux d'intérêt des rentes futures. Dans la mesure où a et π sont des constantes, q l'est donc aussi. Tous les prix sont donc proportionnels à $K_{2,t}$.

Notons alors g_k le taux de croissance constant de K_t (et donc, d'après les équations (A1.1) et (A1.14), de $K_{1,t}$ et $K_{2,t}$, ce qui implique la constance de z_t). L'équation d'arbitrage (A1.7) s'écrit :

$$a = \frac{Q_t + \Pi_t}{Q_{t-1}} = \frac{K_{2,t}}{K_{2,t-1}} \frac{q+\pi}{q} = (1+g_K)\left(1 + \frac{\pi}{q}\right) \tag{A1.30}$$

13. On aura donc par exemple $w_t = \frac{W_t}{K_{2,t}}$.

Etape 4

Déterminons q et z. D'après (A1.1), nous avons :

$$\frac{K_{t+1}}{K_t} = a\left(1 - \frac{1}{z}\right) \tag{A1.31}$$

En reportant cette expression dans (A1.30), nous obtenons :

$$1 = \left(1 - \frac{1}{z}\right)\left(1 + \frac{X\pi}{Xq}\right) \tag{A1.32}$$

D'autre part, on peut simplifier l'équation (A1.29) :

$$Xq = \lambda + a(1 - z)$$

où l'on a posé :

$$\lambda = \frac{\beta a(\gamma_3 + \gamma_4)}{\alpha}$$

Reportant cette expression dans (A1.32), on obtient :

$$z - 1 = \frac{\lambda}{a + \pi X} \tag{A1.33}$$

Cherchons maintenant à déterminer la valeur de πX en fonction de z.
En combinant les équations (A1.27) et (A1.28), il vient :

$$\pi X = \frac{1}{\gamma_3}(\gamma_4(a + w) + (\gamma_3 + \gamma_4)\pi X_t - (\gamma_4\gamma_1 - \gamma_3\gamma_2)w)$$

En utilisant les équations (A1.25) et (A1.26), l'expression de πX devient :

$$\begin{aligned}\pi X &= \frac{a\gamma_4}{\alpha\gamma_3}\left(\alpha + \left(1 + \frac{\gamma_3}{\gamma_4}\right)(1 - \alpha - \beta) + (1 - \gamma_1)\beta + \frac{\gamma_3\gamma_2}{\gamma_4}\beta\right) \\ &= \frac{a}{\alpha}\left(1 - \alpha - \beta + \frac{\gamma_4}{\gamma_3}(1 - \gamma_1\beta) + \gamma_2\beta\right)\end{aligned}$$

En reportant cette expression de πX dans (A1.33), il vient :

$$\begin{aligned}z - 1 &= \frac{\beta(\gamma_3 + \gamma_4)}{1 - \beta + \frac{\gamma_4}{\gamma_3}(1 - \beta\gamma_1) + \beta(1 - \gamma_1 - \gamma_3 - \gamma_4)} \\ &= \frac{\beta\gamma_3}{1 - \beta(\gamma_3 + \gamma_1)}\end{aligned}$$

En portant cette valeur de $z - 1$ dans (A1.31), nous obtenons finalement :

$$1 + g_K = \frac{a\beta\gamma_3}{1 - \beta\gamma_1}$$

Puisqu'à partir de cette expression, nous pouvons déterminer les taux de croissance (constants) de toutes les variables de l'économie, nous avons montré par construction l'existence d'un unique équilibre ayant cette propriété. La preuve est complète. □

ANNEXE 2

Nous démontrons la proposition deux [14].

Nous avons défini RI_t par :

$$RI_t = W_t + \theta \Pi_t X + \frac{1-\theta}{1+r_{t+1}} \Pi_{t+1} X \tag{A2.1}$$

Les fonctions de demande de l'agent né en t sont :

$$C_{1,t} = \frac{\gamma_1 RI_t}{P_t} \tag{A2.2}$$

$$X_{1,t} = \frac{\gamma_2 RI_t}{\Pi_t} \tag{A2.3}$$

$$C_{2,t+1} = \frac{(1+r_{t+1})\gamma_3 RI_t}{P_{t+1}} \tag{A2.4}$$

$$X_{2,t+1} = \frac{(1+r_{t+1})\gamma_4 RI_t}{\Pi_{t+1}} \tag{A2.5}$$

Les décisions des firmes sont données par les équations :

$$P_t \frac{Y_t^C}{K_{2,t}} = \frac{a}{\alpha} \tag{A2.6}$$

$$\frac{\beta a}{\alpha} = w_t \tag{A2.7}$$

$$\frac{(1-\alpha-\beta)}{\alpha} = \pi_t X_t \tag{A2.8}$$

Les conditions d'équilibre sont :

$$Y_t^C = C_{1,t} + C_{2,t} \tag{A2.9}$$

$$X = X_t + X_{1,t} + X_{2,t} \tag{A2.10}$$

$$K_t = K_{1,t} + K_{2,t} \tag{A2.11}$$

$$1 = N_t \tag{A2.12}$$

$$S_{k,t} = K_{t+1} \tag{A2.13}$$

Nous suivons essentiellement la même démarche que pour la démonstration de la proposition 1.

14. A nouveau, la numérotation de l'annexe est indépendante de celle du corps du texte.

Etape 1

A nouveau, il est commode d'exprimer sous une autre forme les consommations des agents vieux en t :

$$C_{2,t} = \frac{\gamma_3}{P_t(\gamma_3 + \gamma_4)}((1 + r_t)K_t + (1 - \theta)\Pi_t X) \tag{A2.14}$$

$$X_{2,t} = \frac{\gamma_4}{\Pi_t(\gamma_3 + \gamma_4)}((1 + r_t)K_t + (1 - \theta)\Pi_t X) \tag{A2.15}$$

On vérifie sans difficulté que les deux équations précédentes sont égales à (A2.4) et (A2.5) en tenant compte de (A2.13) et de la contrainte budgétaire intertemporelle des agents.

Etape 2

Nous déflatons toutes les variables par $K_{2,t}$. On note $z_t = \frac{K_t}{K_{2,t}}$. Les conditions nécessaires d'optimalité de la firme sont semblables aux équations (A1.24)-(A1.26). Les équations d'équilibre du marché du bien de consommation et du marché des services liés à l'utilisation du sol (déflatées par $K_{2,t}$) sont construites comme les équations (A1.27)-(A1.28), en tenant compte de ce que la contrainte budgétaire intertemporelle des agents est différente :

$$a + w_t + \pi_t X_t = \gamma_1 \frac{RI_t}{K_{2,t}} + \frac{\gamma_3}{\gamma_3 + \gamma_4}(az_t + (1 - \theta)\pi_t X) \tag{A2.16}$$

$$\pi_t X = \pi_t X_t + \gamma_2 \frac{RI_t}{K_{2,t}} + \frac{\gamma_4}{\gamma_3 + \gamma_4}(az_t + (1 - \theta)\pi_t X) \tag{A2.17}$$

En combinant ces deux dernières équations et en utilisant :

$$P_t C_{1,t} + \Pi_t X_{1,t} + \frac{P_{t+1}C_{2,t+1} + \Pi_{t+1}X_{2,t+1}}{1 + r_{t+1}} = RI_t$$

on trouve :

$$\pi_t X = \frac{(\gamma_1 + \gamma_2)\pi_t X_t + \gamma_2(a + w) + (az_t \epsilon)}{\gamma_1 - \epsilon(1 - \theta)} \tag{A2.18}$$

où l'on a posé :

$$\epsilon = \frac{\gamma_3\gamma_4}{\gamma_3 + \gamma_4}\left(\frac{\gamma_1}{\gamma_3} - \frac{\gamma_2}{\gamma_4}\right)$$

Etape 3

Si z_t est constant nous déduisons de l'équation précédente que π_t est constant (d'après (A2.18), X_t est aussi constant). En sommant les deux équations d'équilibre (A2.16) et (A2.17), et en notant g_K le taux croissance (constant) du capital il vient :

$$a(z-1)+(\gamma_1+\gamma_2)\frac{(1-\theta)\pi X(1+g_K)}{a}-(\gamma_3+\gamma_4)(w+\theta\pi X) = 0 \tag{A2.19}$$

Etape 4

L'équation d'évolution du capital (A1.1) se réécrit :

$$1+g_K = a\left(1-\frac{1}{z}\right) \tag{A2.20}$$

et nous vérifions bien que z est constant. En reportant l'expression du taux de croissance dans l'équation (A2.19), nous obtenons un polynôme en z :

$$\begin{aligned} P(z) = az^2 - z[a+(\gamma_3+\gamma_4)(w+\theta\pi X)-(\gamma_1+\gamma_2)(1-\theta)\pi X] \\ -(\gamma_1+\gamma_2)(1-\theta)\pi X \end{aligned} \tag{A2.21}$$

On s'aperçoit immédiatement que ce polynôme n'a qu'une et une seule racine positive. Cette racine permet de déterminer les taux de croissance (constants) de toutes les variables de l'économie. Par construction, nous avons déterminé un unique équilibre avec taux de croissance constants pour toutes les variables. La preuve est complète. □

Nous démontrons la proposition trois [15].

Les notations suivantes nous seront utiles dans la suite : $\rho = \gamma_3 + \gamma_4$. On a donc $\gamma_3 \leq \rho$ et $\gamma_1 \leq 1 - \rho$ et en reprenant la définition de ϵ :

$$\epsilon = \frac{\gamma_3\gamma_4}{\gamma_3 + \gamma_4}\left(\frac{\gamma_1}{\gamma_3} - \frac{\gamma_2}{\gamma_4}\right)$$

nous avons :

$$\epsilon = \gamma_1 - \left(\frac{1-\rho}{\rho}\right)\gamma_3$$

Nous supposons $\epsilon \geq 0$.

Etape 1

Nous avons vu que dans le cas de la propriété collective des terres, l'équation (A2.21) donnant le coefficient de proportionnalité entre $K_{2,t}$ et K_t admet une unique racine positive. Dans une économie avec propriété privée du capital et des terres, le coefficient de proportionnalité entre $K_{2,t}$ et K_t sera plus faible – et le taux de croissance (de toutes les variables) plus fort – que celui d'une économie avec propriété collective des terres si la valeur prise par le polynôme (A2.21) est négative. Nous allons démontrer que ceci est vrai quelque soit θ.

Ecrivons pour cela la valeur prise par le polynôme pour :

$$z^c = \frac{1 - \beta\gamma_1}{1 - \beta(\gamma_1 + \gamma_3)}$$

Nous obtenons :

$$\begin{aligned}\frac{P(z^c)}{z^c} &= a(z^c - 1) - \rho w + \pi X\left((1-\theta)(1-\rho)\left(1 - \frac{1}{z^c}\right) - \rho\theta\right)\\ &= B + A\pi X\end{aligned}$$

où :

$$A = \frac{\beta\gamma_3(1-\theta)(1-\rho)}{1-\beta\gamma_1} - \theta\rho$$

$$B = a\beta\left(\frac{\gamma_3}{1-\beta(\gamma_1+\gamma_3)} - \frac{\rho}{\alpha}\right)$$

15. La numérotation de l'annexe est indépendante de celle du corps du texte.

Etape 2

Montrons maintenant que $\frac{P(z^c)}{z^c}$ ne peut pas être positif.

Comme B est négatif – puisque γ_3 est majoré par ρ et que $\gamma_1 + \gamma_3 < 1$ – pour que $\frac{P(z^c)}{z^c}$ soit positif, il est nécessaire que $A > 0$. Ceci suppose que θ soit assez petit. D'autre part, $\frac{P(z^c)}{z^c}$ est une fonction décroissante de θ. En effet,

$$\frac{\partial P(z^c)}{z^c \partial\theta} = \frac{\partial B}{\partial\theta} + A\frac{\partial(\pi X)}{\partial\theta} + \pi X\frac{\partial A}{\partial\theta}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial P(z^c)}{z^c \partial\theta} = 0 + A\frac{\partial(\pi X)}{\partial\theta} - \left(\frac{\beta\gamma_3(1-\rho)}{1-\beta\gamma_1} + \rho\right)\pi X$$

D'après l'expression (A2.18), on a :

$$\frac{\partial(\pi X)}{\partial\theta} \leq 0$$

pourvu que $\epsilon \geq 0$, ce que nous avons supposé. On a alors :

$$\frac{\partial P(z^c)}{\partial\theta} \leq 0$$

Maintenant, le fait que $\frac{P(z^c)}{z^c}$ soit positif a d'autant plus de chance d'être vrai que θ est petit.

Etape 3

Prenons $\theta = 0$. Après quelques calculs, on trouve que :

$$\pi X = \frac{\rho a}{\Big(1-\rho)\gamma_3}\Big(\frac{1-\rho-(\alpha+\beta)\gamma_1}{\alpha} + \epsilon z^c\Big)$$

En reportant dans l'équation de $\frac{P(z^c)}{z^c}$ et en explicitant z, il vient – à nouveau – après quelques calculs :

$$\frac{\gamma_3\alpha(1-\beta(\gamma_1+\gamma_3))(1-\rho)}{\rho a}\frac{P(z^c)}{Az^c} = \frac{(\gamma_3\alpha - \rho(1-\beta(\gamma_1+\gamma_3)))}{1-\beta(\gamma_1+\gamma_3)}$$

Le numérateur de cette expression est majoré par :

$$\rho(\alpha - (1-\beta(\gamma_1+\gamma_3)))$$

qui est majoré par :

$$\rho(\alpha+\beta-1) < 0$$

On a donc :

$$\frac{P(z^c)}{z^c} < 0$$

La preuve est complète. □

Nous commençons par démontrer la première partie de la proposition quatre [16].

Les conditions nécessaires et suffisantes d'optimalité du problème du planificateur sont :

$$\frac{\partial L_t}{\partial K_t} = 0 \Leftrightarrow \delta \omega_{t+1} a = \omega_t \tag{A4.1}$$

$$\frac{\partial L_t}{\partial K_{2,t}} = 0 \Leftrightarrow \delta a \omega_{t+1} = \lambda_t \frac{\partial Y_t^C}{\partial K_{2,t}} \tag{A4.2}$$

$$\frac{\partial L_t}{\partial X_{1,t}} = 0 \Leftrightarrow \frac{\gamma_2}{X_{1,t}} = \lambda_t \frac{\partial Y_t^C}{\partial X_t} \tag{A4.3}$$

$$\frac{\partial L_t}{\partial X_{2,t}} = 0 \Leftrightarrow \frac{\gamma_4}{\delta X_{2,t}} = \lambda_t \frac{\partial Y_t^C}{\partial X_t} \tag{A4.4}$$

$$\frac{\partial L_t}{\partial C_{1,t}} = 0 \Leftrightarrow \frac{\gamma_1}{C_{1,t}} = \lambda_t \tag{A4.5}$$

$$\frac{\partial L_t}{\partial C_{2,t}} = 0 \Leftrightarrow \frac{\gamma_2}{\delta C_{2,t}} = \lambda_t \tag{A4.6}$$

Il faut ajouter les équations (52-53) du texte et la condition de transversalité :

$$\lim_{t \to +\infty} \delta^t \omega_t K_t = 0 \tag{A4.7}$$

L'idée de la preuve consiste à montrer qu'il existe une valeur de δ pour chaque équilibre avec des taux de croissance proportionnels constants pour toutes les variables pour laquelle l'équilibre candidat est solution des conditions nécessaires et suffisantes d'optimalité. Cette idée s'applique aux deux parties de la proposition quatre et pour cette raison, nous nous concentrerons uniquement sur la première.

Nous devons donc démontrer qu'un équilibre de prévision parfaite avec propriété privée du capital et des terres et taux de croissance proportionnel constant est solution des équations (A4.1)-(A4.7) et de la condition de transversalité [17]. Posons,

$$\lambda_t = \frac{\gamma_1 P_t}{W_t} \tag{A4.8}$$

$$\delta = \frac{1 + g_K}{a} \tag{A4.9}$$

16. La numérotation de l'annexe est indépendante de celle du corps du texte.
17. Par définition, un équilibre concurrentiel satisfait les équations 52 et 53.

$$(A4.10) \qquad \omega_{t+1} = \frac{1}{\delta W_t}$$

en notant g_K le taux de croissance constant du capital [18]. Rappelons que le salaire croît au même taux que la capital (cf. l'équation (A1.25) de l'annexe 1).

D'après les équations (A1.3) et (A1.5) et (A4.8) et (A4.9), les équations (A4.5) et (A4.6) sont vérifiées. En utilisant, les équations (A1.4), (A1.6), (A1.24)-(A1.26) et (A4.8) et (A4.9), on vérifie les équations (A4.3) et (A4.4). Avec, (A1.25), (A4.8), (A4.9), (A4.10), la vérification de (A4.1) et (A4.2) est immédiate. Il en est de même de la condition de transversalité.

Considérons maintenant la condition de transversalité. Nous avons :

$$\begin{aligned}
\lim_{t\to+\infty} \delta^t \omega_t K_t &= \lim_{t\to+\infty} \delta^t \frac{K_t}{\delta W_t} \\
&= \lim_{t\to+\infty} \delta^{t-1} \frac{K_{2,t}}{W_t} \frac{K_t}{K_{2,t}} \\
&= \lim_{t\to+\infty} \delta^{t-1} \frac{z}{w} \\
&= 0
\end{aligned}$$

La seconde partie de la proposition se prouve d'une manière similaire. La preuve est complète.

• Références bibliographiques

ALLAIS, M. (1947). – *Economie et intérêt*, Imprimerie nationale, Paris.

ALLAIS, M. (1977). – *L'impôt sur le capital et la réforme monétaire*, Hermann.

BEVAN, D. L., STIGLITZ, J. E. (1979). – "Intergenerational Transfers and Inequality", *Greek Economic Journal*, 1, 1, pp. 8-26.

DIAMOND, P. (1965). – "National Debt in a Neoclassical Growth Model", *American Economic Review*, 55, pp. 1126-1150.

DRÈZE, J.-H. (1992). – "La capitale de l'Europe, le marché et les pouvoirs publics locaux : murmures d'analyse et d'anticipations économiques", *Comptes Rendus de la Société Royale d'Economie Politique de Belgique*, 470, pp. 3-55.

DURANTON, G., THISSE, J.-F. (1995). – "La politique foncière dans une économie spatiale", *Miméo*.

DUSANSKY, R., WILSON, P. (1993). – "The Demand for Housing: Theoritical Considerations", *Journal of Economic Theory*, 61, pp. 120-138.

EATON, J. (1988). – "Foreign-Owned land", *American Economic Review*, 78, 1, Mars, pp. 76-88.

GEORGE, H. (1904). – *Progress and Poverty*, New York: Doublebay Page and Co.

18. Ceci nous assure que δ est bien constant et strictement inférieur à un (puisque $K_{t+1} = aK_{1,t} < aK_t \Rightarrow \frac{K_{t+1}}{K_t} < a$).

GOLDSMITH, R. W. (1985). – *Comparative National Balance Sheets*, Chicago, University of Chicago Press.

HOMBURG, S. (1991). – *Efficient Economic Growth*, Springer-Verlag, Berlin.

LOUPIAS, C. (1993). – *Modèles à générations, actifs et dette publique,* Thèse, Université de Paris I.

MASSON, A., PESTIEAU, P. (1991). – “Types et Modèles d’héritage et leurs implications”, *Economie et Prévision*, 100-101, pp. 31-71.

MASSON, A., GOTMAN, A. (1991). – “L’un transmet, l’autre hérite...”, *Economie et Prévision*, 100-101, pp. 207-230.

MCCALLUM, B. (1987). – “The Optimal Inflation Rate in an Overlapping Generations Economy with Land”, in Barnett, W. A. et Singleton, K. J. (eds), *New Approaches in Monetary Economics*, Cambridge, Royaume Uni, Cambridge University Press.

MICHEL, P. (1990). – “Some Clarifications on the Transversality Conditions”, *Econometrica*, 58, 3, Mai, pp. 705-723.

PUIG, J. P., THISSE, J. F., JAYET, H. (1995). – “Enjeux économiques de l’organisation de l’espace français”, *Document de travail 9502* du Service des Etudes et de la Statistique du Ministère de la Région Wallonne.

STONE, D., ZIEMBA, W. T. (1993). – “Land and Stock Prices in Japan”, *Journal of Economic Perspective*, 7, 3, pp. 149-165.

REBELO, S. (1991). – “Long-Run Policy Analysis and Long-Run Growth”, *Journal of Political Economy*, 99, 3, pp. 500-521.

RHEE, C. (1991). – “Dynamic Inefficiency in an Economy with Land”, *Review of Economic Studies*, 58, pp. 791-797.

ROMER, P. (1989). – “Capital Accumulation in the Theory of Long-Run Growth”, in *Modern Business Cycles Theory*, Barro R. J. (ed), Oxford, Royaume Uni, Basil Blackwell.

SAMUELSON, P. (1958). – “An Exact Consumption-Loan Model of Interest with or Without the Social Contrivance of Money”, *Journal of Political Economy*, 66, Décembre, pp. 467-482.

TIDEMAN, N. (1991). – “Open Letter to Mikhail Gorbachev” in *Now the Synthesis: Capitalism, Socialism and the New Social Contract*, Noyes, Richard (ed), Londres: Shepheard-Walwyn, New York: Holmes-Meier.

TIROLE, J. (1985). – “Assets Bubbles and Overlapping Generations”, *Econometrica*, 53, pp. 1071-1100.

WALRAS, L. (1880). – “Théorie mathématique du prix des terres et de leur rachat par l’Etat”, Mémoire lu à la Société vaudoise de sciences naturelles à Lausanne, (séance du 17 novembre 1880).