ANNALES D'ÉCONOMIE ET DE STATISTIQUE. – N° 46 — 1997

Choix de capacités et comportements stratégiques : une approche par la théorie des jeux répétés

Thierry PÉNARD*

RÉSUMÉ. – Cet article tente de donner un fondement théorique à l'idée qu'un marché symétrique est plus favorable à la collusion qu'un marché asymétrique. Nous démontrons cette idée à l'aide d'un jeu répété dans lequel les entreprises choisissent initialement leurs capacités avant de se livrer une concurrence infinie en prix. Nous caractérisons les choix optimaux de capacités à l'équilibre avant de conclure sur la portée des résultats en terme de politique de la concurrence.

Choice of Capacities and Strategic Behavior in a Repeated Game

ABSTRACT. – This paper tries to give a theoretical foundation to the idea that symmetric markets are more collusive than asymmetric markets. To prove this idea, we use a non cooperative repeated game in which firms choose their capacities in a first stage and then compete infinitely in price in a second stage. We characterise the optimal choices of capacities at the equilibrium. We conclude on the antitrust policy lessons of these results.

* T. PÉNARD : LAMIA, CEME, Université de Paris-I Panthéon-Sorbonne. Je tiens à remercier pour leurs conseils le professeur D. ENCAOUA, ainsi que les participants des XI[e] Journées de Micro-économie Appliquée à Marseille (Juin 1994) et des séminaires du LAMIA et du CEME.

1 Introduction

L'article 85 (1) du traité de la CEE interdit aux entreprises toute pratique concertée visant à réduire ou à fausser la concurrence à l'intérieur du marché commun. A ce titre, la Communauté peut sanctionner les entreprises qui s'entendent sur les prix ou se répartissent les marchés. La dimension temporelle est éminemment présente dans ce type de pratiques. De manière générale, un marché oligopolistique peut être modélisé dans une perspective dynamique, comme un jeu stratégique répété sur une infinité de périodes [1]. Dans un tel jeu, nous savons que des stratégies *non coopératives* peuvent conduire les entreprises vers une collusion ou un *cartel tacite* si ces dernières s'entendent préalablement sur un système de punitions (un *code pénal*) à appliquer en cas de non respect par l'une d'elles du prix collusif. La stratégie d'une entreprise consiste alors à participer à la solution de *cartel tacite*, en gardant à l'esprit que si elle dévie du cartel, elle sera punie et qu'elle-même punira tout autre déviant.

Il est essentiel que les menaces de punitions soient crédibles : face à une défection, chaque entreprise doit avoir *individuellement* intérêt à suivre les règles de punition, sachant que les autres le feront. La stabilité du *cartel tacite* est évaluée à travers les conditions de non déviation, c'est-à-dire de non profitabilité d'une défection unilatérale. Le gain d'une déviation doit être inférieur aux pertes de revenu dans la phase de punition, pour chaque entreprise. Ceci dépend entre autre du nombre d'entreprises présentes, de la valeur accordée au futur (le facteur d'actualisation), de la transparence du marché, de la nature de la demande [2]. Ainsi, certaines structures de marché sont plus favorables que d'autres à l'émergence de comportements de collusion tacite.

Le but de cette étude est de montrer que le degré de symétrie d'un marché est un élément structurel qui peut jouer sur les possibilités de collusion. Nous avons retenu comme critère de symétrie **les capacités de production**. Un marché est symétrique si les entreprises présentes sur ce marché disposent de capacités ou de ressources similaires ; c'est-à-dire si elles ont le *même pouvoir* sur le marché.

Le choix des capacités de production revêt une dimension stratégique dans la structuration des marchés et dans la constitution de *cartels tacites* [3]. En effet, à travers ce choix, chaque entreprise signale aux autres sa capacité à punir. Des capacités de production trop faibles diminuent la sévérité des représailles que l'entreprise déclenchera envers le concurrent trahissant

1. L'horizon infini du jeu se justifie par le fait qu'aucune des entreprises ne connaît la date de fin du jeu, c'est-à-dire la date à laquelle elle se retirera du marché.
2. On peut consulter SCHERER [1990] pour une présentation des facteurs qui facilitent la collusion.
3. Les choix de capacités ont essentiellement été traités dans le cadre de jeux stratégiques de dissuasion à l'entrée (SPENCE [1977], DIXIT [1980], GELMAN et SALOP [1983], BULOW, GEANOKOPLOS et KLEMPERER [1985], ALLEN [1993]). La question était de savoir quelle capacité devait choisir l'entreprise en place pour dissuader l'entrée.

le cartel. A l'inverse, des capacités élevées dissuadent les concurrents de dévier, mais diminuent les incitations de cette même entreprise à respecter la solution collusive [4]. Deux forces sont en présence. D'une part, il est coûteux pour les entreprises d'entretenir des capacités excédentaires. Mais, d'autre part, elles ont intérêt à maintenir des surcapacités pour disposer de punitions crédibles [5].

Nous souhaitons répondre dans cet article à la question suivante. Existe-t-il des *configurations de marché* en terme de capacités de production plus favorables à la collusion tacite ? Précisément, une configuration symétrique en termes de capacités est-elle plus propice à la collusion tacite qu'une configuration asymétrique ? Cette question est à relier à l'étude expérimentale de MASON, PHILLIPS et NOWELL [1992]. Ces derniers ont simulé en laboratoire des situations de duopoles symétriques et asymétriques (en terme de coût de production). Les sujets qui se sont prêtés à ces expériences étaient toujours plus coopératifs dans des conditions de jeux symétriques. Nous voulons apporter un fondement théorique à ce résultat empirique.

Pour analyser le lien entre l'asymétrie et la collusion, nous développons un modèle analogue à celui de BENOIT et KRISHNA [1987]. Dans une première étape, les entreprises choisissent simultanément leurs capacités de production, puis dans une seconde étape elles s'engagent dans un jeu infiniment répété en prix [6]. Ce modèle est une synthèse des modèles de KREPS et SCHEINKMAN [1983] et de BROCK et SCHEINKMAN [1985]. Les premiers ont analysé les choix de capacité et de prix dans un jeu non répété. Les seconds ont étudié les possibilités de collusion dans un jeu infiniment répété en prix pour des capacités symétriques exogènes. Lorsque le nombre d'entreprises est supérieur à 3, ils constatent une relation non monotone entre les capacités des entreprises et les possibilités de collusion [7]. Le modèle de Benoit et Krishna permet d'endogénéiser les choix de capacités et de caractériser les capacités des équilibres de collusion tacite. Ces deux auteurs ont démontré qu'à l'équilibre, les entreprises disposent toujours de capacités collusives excédentaires. DAVIDSON et DENECKERE [1990] ont repris ce modèle afin d'étudier le lien entre les excès de capacité et le degré de collusion en prix pour des taux d'intérêt et des coûts de capacité variables. Toutefois, aucun des articles précédents ne considèrent les effets de l'asymétrie sur les possiblités de collusion.

---

4. Les économistes ont longtemps pensé que des excès de capacité intensifiaient la concurrence (SPENCE [1977]). Leur erreur était de considérer seulement l'effet des capacités excédentaires sur les incitations à produire. Mais comme le souligne COWLING [1983], des capacités de production élevées rendent la concurrence en prix ruineuse et incitent les entreprises à s'entendre sur les prix.
5. Lors de la constitution de stocks, les mêmes arguments peuvent être avancés (ROTENBERG et SALONER [1984]).
6. BENOIT et KRISHNA [1991] considèrent le choix séquentiel de capacités dans le cadre d'un jeu de dissuasion à l'entrée et parviennent à la conclusion originale que l'entreprise en place peut avoir intérêt à sous-investir en capacités pour ne pas se donner les moyens de soutenir une collusion tacite avec l'entrant.
7. Cette relation est croissante puis décroissante. Les possibilités de collusion diminuent donc lorsque les entreprises ont des capacités faibles ou très élevées.

Dans notre modèle, chaque stratégie consiste à choisir une capacité et une série de règles de décision en matière de prix. Les entreprises tirent partie de la dynamique du jeu pour soutenir une collusion tacite sur les capacités et les prix [8]. La perspective de représailles incite les entreprises à choisir les capacités et les prix prévus dans l'accord tacite. Pour construire les stratégies de punition, nous nous sommes inspirés des travaux de FRIEDMAN [1971], ABREU [1986 ; 1988] et LAMBSON [1987 ; 1994].

Friedman a démontré que des punitions entraînant un retour *ad infinitum* à l'équilibre de Cournot – ou plus généralement à l'équilibre de Nash du jeu constituant – permettaient de soutenir un équilibre collusif de façon crédible. Abreu a développé un système de punitions encore plus sévères s'appuyant sur des *stratégies simples* dans le cadre d'un jeu en quantités. De telles punitions permettent l'émergence de la collusion comme équilibre non-coopératif dans des situations où les schémas de punitions de Friedman sont inefficaces. Lambson a étendu les travaux d'Abreu aux jeux en prix avec contrainte de capacités.

Dans la section 2, nous présentons le jeu répété en prix avec choix de capacités endogènes. Nous définissons les stratégies des entreprises, en leur donnant une forme *simple* (Abreu-Lambson). Dans la section 3, les profits de collusion et punition sont spécifiés sur la base d'un rationnement parallèle de la demande comme dans KREPS et SCHEINKMAN [1983]. Ces derniers ont démontré que les capacités d'équilibre d'un jeu séquentiel de concurrence non répétés en quantités et en prix correspondaient aux quantités de Cournot. L'intuition suggère que la répétition du jeu en prix devrait conduire à une issue moins concurrentielle que celle de Cournot et à des capacités d'équilibre différentes. La section 4 vise à préciser le sens de cette intuition.

Dans cette section 4, nous démontrons qu'une structure de marché symétrique en capacités favorise l'émergence d'un *cartel tacite*. Puis, nous donnons les conditions d'existence d'une classe particulière d'équilibres collusifs. Ces équilibres dominent au sens de Pareto l'équilibre concurrentiel et minimisent les coûts de capacité. Lorsque le facteur d'actualisation est suffisamment élevé et les coûts de capacité suffisamment faibles, de tels équilibres existent et sont caractérisés par des capacités de production symétriques excédentaires. Pour des facteurs d'actualisation très élevés, les capacités collusives sont même inférieures à celles de l'équilibre concurrentiel (sous-investissement stratégique). La section 5 conclut sur la portée de ces résultats en matière de politique de la concurrence, notamment sur l'idée que les concentrations qui accentuent la symétrie sur un marché risquent de détériorer le jeu concurrentiel.

---

8. Dans DAVIDSON et DENECKERE [1990], la collusion ne porte que sur les prix. Dans ce modèle de *semi-collusion*, les choix de capacités se font de manière concurrentielle, étant donné qu'à la seconde étape les entreprises souhaitent soutenir une collusion tacite en prix. Voir aussi OSBORNE et PITCHNIK [1987].

2 Le modèle théorique

2.1. Les aspects théoriques

Considérons un marché sur lequel deux entreprises produisant un bien homogène doivent dans un premier temps choisir simultanément leurs capacités de production, avant de se livrer une concurrence en prix. Leur intérêt commun est de donner au marché, à travers ce choix initial, une configuration favorisant l'émergence d'une collusion tacite.

Nous modélisons la situation stratégique entre les entreprises 1 et 2 sous la forme d'un jeu répété en prix avec contraintes de capacités endogènes. Une stratégie pour l'entreprise i consiste alors dans le choix d'une capacité de production $k_i \in K_i$, et d'une séquence infinie de règles de décision $(\mu_{i0}, \mu_{i1}, \mu_{i2}, \ldots, \mu_{it}, \ldots)$ une par période, μ_{it} étant la règle de décision à la date t. Soient S_i l'ensemble des prix que l'entreprise i peut annoncer, S l'ensemble des couples de prix possibles (S est le produit cartésien de S_1 et S_2) et K l'ensemble des couples de capacités possibles.

Nous appelons V_{it} l'ensembles des règles de décision possibles pour le joueur i à la date t. La règle de décision $\mu_{it} \in V_{it}$ est en fait une fonction de $K \times S^t$ vers S_i, où $K \times S^t$ est l'ensemble des histoires possibles du jeu à la date t. Étant donné l'histoire du jeu (les capacités installées et les prix pratiqués dans le passé), la règle de décision μ_{it} prescrit à l'entreprise i de jouer un prix p_{it} à la date t.

Soit Σ_i l'ensemble des stratégies de l'entreprise i dans le jeu. Nous pouvons donc écrire la stratégie de l'entreprise i sous la forme suivante : $\sigma_i = (k_i, \mu_{i0}, \mu_{i1}, \ldots, \mu_{it}, \ldots) \in \Sigma_i$ avec $\Sigma_i = K_i \times V_{i0} \times V_{i1} \times V_{i2} \times \ldots$.

Le couple de stratégies $\sigma = (\sigma_1, \sigma_2)$ induit un profil dynamique de prix [9] $P_\sigma = (P_{\sigma(0)}, P_{\sigma(1)}, \ldots, P_{\sigma(t)}, \ldots)$ où $P_{\sigma(t)}$ est le couple de prix que les deux entreprises pratiqueront à la date t si elles respectent leurs stratégies [10]. Soit δ le facteur d'actualisation et Π_i la fonction de profit de l'entreprise i. Le gain actualisé de l'entreprise i associé au profil dynamique P_σ s'écrit :

$$G_i\,(P_\sigma) = \sum_{t=0}^{\infty} \delta^t\, \Pi_i\,(P_{\sigma\,(t)})$$

Nous supposons que dans ce jeu désormais noté $\Gamma^\infty\,(N = 2;\, \Sigma;\, \delta;\, G)$, l'information est complète et que les ensembles de stratégies et les fonctions de gains sont connaissance commune. Nous allons nous intéresser uniquement aux équilibres parfaits. $\sigma^* = (\sigma_1^*, \sigma_2^*)$ est un couple de

9. Un profil dynamique de prix est une séquence infinie de prix $\{(p_{11}; p_{21}), (p_{12}; p_{22}), \ldots, (p_{1t}; p_{2t}), \ldots\}$ où p_{1t} et p_{2t} sont les prix annoncés par les entreprises 1 et 2 à la date t. Un profil définit donc une trajectoire de prix possible pour le duopole.

10. Distinguons $\sigma_i = (k_i, \mu_{it\,[t=0 \text{ à } \infty]})$ qui désigne la stratégie de l'entreprise i, sur l'ensemble du jeu (à toutes les périodes) et $\sigma_{(t)} = (k_1, k_2, \mu_{1t}, \mu_{2t})$ qui désigne les stratégies des entreprises 1 et 2 à la date t.

stratégies d'équilibre parfait dans Γ^∞ si et seulement si σ^* est un équilibre de Nash sur l'ensemble du jeu et si pour toutes les histoires du jeu à la date t, les stratégies induites par σ^* conduisent à un équilibre de Nash dans le sous-jeu commençant à cette date. Nous pouvons mesurer l'ampleur de la tâche consistant à déterminer les équilibres parfaits d'un jeu répété, le nombre d'histoires et de sous-jeux possibles étant infini. Les *stratégies simples* proposées par ABREU [1988] ont l'avantage de réduire considérablement le nombre des histoires possibles et de faciliter la recherche des équilibres parfaits.

2.2. **Les stratégies simples**

Dans le cadre de notre modèle, les entreprises souhaitent parvenir à une issue collusive en prix et en capacités. Elles doivent donc s'accorder sur un couple de capacités (k_1^c, k_2^c) et sur un prix collusif p^c. Nous ne considérons que les accords de collusion dans lesquels le prix p^c maximise les profits joints des entreprises, l'objectif des entreprises étant de soutenir une collusion maximale en prix. Lorsque l'accord tacite est appliqué, chaque entreprise peut avoir intérêt à dévier des capacités ou du prix prévus initialement. Par exemple, en annonçant un prix légèrement inférieur au prix collusif p^c, elle attire à elle tous les consommateurs et augmente son profit. Les *stratégies simples* d'Abreu ont pour objet de dissuader de tels comportements en rendant les déviations en capacité et en prix non profitables. Précisément, un couple de *stratégies simples* $\sigma^s = (\sigma_1^s, \sigma_2^s)$ peut être entièrement défini par le couple de capacités (k_1^c, k_2^c) et par les trois profils dynamiques de prix suivants :

P^c, le profil de prix collusifs constitant pour les deux entreprises à pratiquer à toutes les périodes le prix p^c,

P^1, le profil de prix punissant l'entreprise 1,

P^2, le profil de prix punissant l'entreprise 2.

Ces trois profils de prix sont fonction des capacités installées à la première étape du jeu. Le couple de stratégies $\sigma^s\,(k_1^c, k_c^2, P^c, P^1, P^2)$ prescrit aux deux entreprises les règles de conduite suivantes :

I) si $k_i = k_i^c, i = 1, 2$ (pas de déviation en capacités), les entreprises adoptent initialement, en $t = 0$, le profil collusif P^c.

II) si $\exists$ i tel que $k_i \neq k_i^c$, (déviation en capacités), les entreprises adoptent initialement le profil de punition P^i.

III) lorsque l'entreprise i (i= $1, 2$) a dévié unilatéralement en t–1 du profil en cours $P^\nu\,(\nu = c,\ 1 \text{ ou } 2)$, elle est aussitôt punie par l'entreprise j. Les deux entreprises s'engagent alors sur le profil dynamique P^i punissant l'entreprise i.

IV) lorsqu'aucune entreprise n'a dévié ou que les deux entreprises ont dévié simultanément du profil en cours $P^\nu\,(\nu = c,\ 1 \text{ ou } 2)$ en t–1, les deux entreprises poursuivent le même profil de prix P^ν en t.

Par exemple, si l'entreprise i dévie de P^i, la punition contre l'entreprise j est arrêtée et est remplacée par la punition P^i. Si l'entreprise i dévie de sa propre punition P^i, la punition repart à zéro, ceci pouvant être coûteux pour l'entreprise i si cette punition est dégressive dans le temps. Les entreprises sont donc toujours sur un des trois profils de prix, quel que soit t. Les règles de décision sont simples parce qu'elles ne dépendent que des prix pratiqués à la période précédente et de la constatation ou non d'une défection. Seules trois histoires sont à considérer dans la vérification du critère de perfection : soit aucune des entreprises n'a dévié unilatérelement, soit l'entreprise 1 a dévié, soit l'entreprise 2 a dévié à la période précédente.

2.3. **Les punitions minimax**

Dans un premier temps, nous considérons la crédibilité des punitions dans le sous jeu répété en prix $I^{\infty}\,(N,\,\Sigma,\,G/k_1,\,k_2)$, étant donné les choix de capacités $(k_1,\,k_2)$. Soit $P^{\nu}\,[t]$ le couple de prix prescrit par le profil dynamique P^{ν} qui a démarré t périodes auparavant, et $\Pi_i^d\,(P^{\nu}\,[t])$ le profit maximum [11] que l'entreprise i peut espérer en déviant du profil P^{ν}. Le code pénal (P^1, P^2) est crédible s'il satisfait les inégalités suivantes :

$$(1) \qquad \Pi_i^d\,(P^{\nu}\,[t]) - \Pi_i\,(P^{\nu}\,[t]) \leq \sum_{\tau=1}^{\infty} \delta^{\tau}\,\Pi_i\,(P^{\nu}\,[t+\tau]) - \delta\,G_i\,(P^i)$$
$$\forall\,\mathrm{i} = 1,\,2,\,\forall\,\nu = c,\,1,\,2\,\mathrm{et}\,\forall\,t \geq 0$$

Les termes à gauche de l'inégalité (1) mesurent le gain net pour l'entreprise i d'une déviation instantanée de la punition en cours. Les termes à droite évaluent les pertes de revenus qui résultent du démarrage ou du redémarrage à la période suivante de la punition à l'encontre de l'entreprise déviante [12]. Un code pénal est crédible si les entreprises n'ont jamais intérêt à dévier d'une punition en cours. Soit Ω l'ensemble des profils de prix qui vérifient la condition de non-déviation (1). Nous dirons que le code pénal (P^1, P^2) est optimal si et seulement si :

$$(2) \qquad \begin{cases} P^i \in \Omega \\ P^i = \mathrm{Arg}\,\min_{\{P\in\Omega\}}\,G_i\,(P) \end{cases} \quad \forall\,\mathrm{i} = 1,\,2$$

La punition P^i est parmi l'ensemble des punitions crédibles celle qui inflige à l'entreprise i le pire gain. D'autre part, étant donné les capacités (k_1, k_2), une punition P^i sera appelée *punition minimax* si et seulement si :

$$(3) \qquad \begin{cases} G_i\,(P^i) = \underline{\Pi}_i/(1-\delta) \\ avec\,\underline{\Pi}_i = \min_{\{\mathrm{pj}\in\mathrm{Sj}\}}\,\max_{\{\mathrm{pi}\in\mathrm{Si}\}}\,\Pi_i\,(p_i;\,p_j) \end{cases} \quad \forall\,\mathrm{i} = 1,\,2$$

11. Formellement, $\Pi_i^d\,(P^{\nu}\,[t]) = \max_{\{p\in\mathrm{Si}\}}\,\Pi_i\,(p;\,P_j^{\nu}\,[t])$ où $P_j^{\nu}\,[t]$ est le prix que l'entreprise j annonce à la date t lorsqu'elle ne dévie pas du profil en cours P^{ν}.

12. $G_i\,(P^i)$ est le gain actualisé de la punition de l'entreprise i.

$\underline{\Pi}_i$ est le profit que l'entreprise i peut toujours se garantir, quel que soit le prix affiché par l'entreprise rivale. Une punition minimax inflige à l'entreprise déviante un gain moyen égal à son profit garanti. LAMBSON [1987] a démontré que dans un jeu répété en prix avec contrainte de capacités symétriques, les punitions optimales se ramenaient à des punitions minimax sous certaines hypothèses [13]. Si les capacités sont asymétriques, ce résultat est toujours valable pour la firme ayant les plus grandes capacités mais il n'est pas nécessairement vérifié pour les autres firmes (LAMBSON [1994]).

2.4. **Les possibilités de collusion**

Dans le sous-jeu $I^{\infty}(N, \Sigma, G/k_1, k_2)$, le profil de prix collusif P^c est soutenable à l'aide de punitions minimax (P^1, P^2) si et seulement si :

$$(4) \qquad \Pi_i^d(P^c) - \Pi_i(P^c) \leq \frac{\delta}{1-\delta}\left[\Pi_i(P^c) - \underline{\Pi}_i\right] \qquad \forall\, \mathrm{i} = 1,\ 2$$

Si la condition (4) est satisfaite, aucune déviation du profil collusif P^c n'est profitable. Sous réserve que les punitions minimax soient crédibles, une collusion en prix est alors possible. Après transformation, la condition (4) se réécrit :

$$(5) \qquad \delta \geq \frac{\Pi_i^d(P^c) - \Pi_i(P^c)}{\Pi_i^d(P^c) - \underline{\Pi}_i} \qquad \forall\, \mathrm{i} = 1,\ 2$$

L'expression de droite dans l'inégalité (5) dépend des capacités sélectionnées par les entreprises à la première étape du jeu. Les choix de capacités déterminent donc les possibilités de collusion en prix, c'est-à-dire l'intervalle des facteurs d'actualisation compatibles avec une collusion. Plus l'expression de droite est faible et plus les possibilités de collusion sont élevées. Ceci ne veut pas dire que nous observerons effectivement de la collusion. Nous raisonnons en terme de conditions plus ou moins favorables à la collusion, ce qui nous permet de classer les différentes configurations du marché (capacités de production symétriques ou asymétriques) et de répondre à la question centrale (la symétrie favorise-t-elle la collusion tacite ?).

Dans la section suivante, nous explicitons les fonctions de gain (en cas de collusion, de déviation et de punition). Nous avons choisi des fonctions de demande et de coût linéaires et un schéma de rationnement parallèle de la demande.

---

13. La demande doit être continue et décroissante et la fonction de profit joint de l'industrie doit être concave. Les autres hypothèses concernent le mode de rationnement de la demande. Notons simplement que les modes de rationnement proportionnel et parallèle (voir section 3) satisfont ces dernières hypothèses.

3 Paramètres du modèle

3.1. Le mode de rationnement de la demande

Dans une concurrence en prix, les consommateurs se dirigent en priorité vers l'entreprise affichant le prix le plus bas. Si ses capacités de production ne lui permettent pas de servir intégralement la demande, elle doit rationner les consommateurs. Nous supposons qu'elle adopte un mode de rationnement « parallèle » comme dans LEVITAN et SHUBIK [1972]. Lorsque les consommateurs sont hétérogènes (dans leur appréciation du bien), l'interprétation du mode parallèle est la suivante : les consommateurs ayant les dispositions marginales à payer les plus élevées sont servis en priorité par l'entreprise ayant le prix le plus bas. Ceux qui n'ont pu être servis s'adressent à la seconde entreprise [14].

Pour des capacités de production installées (k_1, k_2) et une fonction de demande linéaire $\mathrm{D}(p) = a - p$, la demande s'adressant à l'entreprise i s'écrit alors :

$$\mathrm{D_i}(p_i,\, p_j) = \begin{cases} \mathrm{D}(p_i) & \text{si } p_i < p_j \\ \max\{0;\, \mathrm{D}(p_i) - k_j\} & \text{si } p_i > p_j \\ \max\{\mathrm{D}(p_i)/2;\, \mathrm{D}(p_i) - k_j\} & \text{si } p_i = p_j \end{cases} \quad \forall\, \mathrm{i} = 1,\, 2 \text{ et } \mathrm{j} \neq \mathrm{i} \tag{6}$$

Si l'entreprise i annonce le prix le plus bas, elle fait face à toute la demande du marché $\mathrm{D}(p_i)$. Si elle annonce le prix le plus élevé, elle fait face à la demande des consommateurs non servis par la première entreprise $(\mathrm{D}(p_i) - k_j)$, cette demande résiduelle pouvant être nulle si $\mathrm{D}(p_i) < k_j$. Enfin, nous supposons que les consommateurs iront avec une probabilité 1/2 vers l'une ou l'autre des entreprises lorsque ces dernières annoncent le même prix. Comme l'entreprise i ne peut offrir au delà de ses capacités k_i, ses ventes effectives sont définies par $\min\{k_i;\, \mathrm{D_i}(p_i,\, p_j)\}$. Explicitons sa fonction de coût :

$$\mathrm{C}(q_i,\, k_i) = \begin{cases} cq_i + fk_i & \text{si } q_i \leq k_i \\ \infty & \text{si } q_i > k_i \end{cases} \quad \forall\, \mathrm{i} = 1,\, 2 \tag{7}$$

c s'interprète comme le coût unitaire de production, f comme le coût unitaire d'entretien des capacités de production. c et f sont identiques pour les deux entreprises. Le profit de l'entreprise i s'écrit :

14. Dans la littérature, on qualifie le rationnement *parallèle* de rationnement *efficient*, parce qu'en servant prioritairement les consommateurs ayant la plus grande disponibilité à payer, il maximise le surplus (ou la satisfaction) des consommateurs. L'entreprise peut aussi opter pour un rationnement sur la base du principe *les premiers arrivés sont les premiers servis*. L'entreprise satisfait entièrement les demandes des premiers consommateurs. La fraction de consommateurs non servis est égale à $[1 - \mathrm{k}/\mathrm{D}(\mathrm{p})]$. Ce mode de rationnement est appelé *proportionnel* ou *aléatoire*.

$$\Pi_i\left(p_i,\,p_j\right)=\left(p_i-c\right)\min\{k_i;\,\mathrm{D_i}\left(p_i,\,p_j\right)\}-fk_i\quad \mathrm{i}=1,\,2\ \text{et}\ \mathrm{j}\neq\mathrm{i}$$

et son profit brut (hors coût de capacité) est noté :

$$\pi_i\left(p_i,\,p_j\right)=\left(p_i-c\right)\min\{k_i;\,\mathrm{D_i}\left(p_i,\,p_j\right)\}\quad \mathrm{i}=1,\,2\ \text{et}\ \mathrm{j}\neq\mathrm{i}.$$

3.2. **L'équilibre concurrentiel**

La solution non coopérative du jeu constituant Γ est obtenue en recherchant les quantités et le prix de Cournot associés à un coût marginal de production (c+f). KREPS et SCHEINKMAN [1983] démontrent en effet qu'il y a identité entre cette solution de cournot et le prix et les capacités d'équilibre du jeu constituant. Nous notons $k^{\mathrm{N}}=(\mathrm{a}-\mathrm{c}-\mathrm{f})/3$ les capacités d'équilibre, $p^{\mathrm{N}}=(\mathrm{a}+2\mathrm{c})/3$ le prix qui permet aux deux entreprises de produire à pleine capacité et $\Pi^{\mathrm{N}}=(\mathrm{a}-\mathrm{c}-\mathrm{f})^2/9$ le profit obtenu par chacune des entreprises.

Dans le jeu Γ^∞, le choix de k^{N} à la première étape par les deux entreprises suivi du choix répété de p^{N} à la seconde étape correspondent à un équilibre de sous-jeu parfait. Aucune entreprise n'est incitée à dévier de cet équilibre *non collusif*. Π^{N} nous sert de profit de référence dans notre évaluation des gains d'un cartel tacite.

Nous supposons à présent que l'entreprise 1 a installé des capacités supérieures ou égales à celles de l'entreprise 2 ($k_1\geq k_2$). Nous calculons à capacités données les profits de collusion, de déviation et de punition afin de déterminer les conditions d'existence d'une entente tacite sur le prix qui maximise les profits joints.

3.3. **Le profit de collusion**

Le prix qui maximise le profit joint des deux entreprises est égal à $\max\{(\mathrm{a}+\mathrm{c})/2;\,\mathrm{a}-k_1-k_2\}$. A ce prix, les ventes de l'entreprise 2 sont données par $\min\{k_2;\,(\mathrm{a}-\mathrm{c})/4\}$. Puisque dans un équilibre collusif, les entreprises disposent toujours de capacités excédentaires (BENOIT et KRISHNA [1987]), les capacités d'équilibre dans notre modèle sont nécessairement supérieures à $(a-c)/2$ et le prix collusif p^c est toujours égal à $(a+c)/2$. Le profit collusif de l'entreprise i s'écrit alors $\Pi_i^c=(\mathrm{a}-\mathrm{c})^2/8-\mathrm{f}k_i\ \forall\,\mathrm{i}=1,\,2$. Nous posons $\mathrm{S}=\mathrm{a}-\mathrm{c}$, afin de simplifier les notations dans les démonstrations à venir. Le profit brut de collusion s'écrit donc $\pi_i^c=\mathrm{S}^2/8$.

3.4. **Le profit de déviation**

Lorsqu'une entreprise s'attend à ce que sa rivale annonce le prix collusif p^c, sa meilleure stratégie de déviation consiste à annoncer un prix légèrement inférieur à p^c afin d'attirer toute la demande. Comme $p^c-c=S/2$ et $D\left(p^c\right)=S/2$, le profit brut de déviation s'écrit $\pi_i^d\left(k_i\right)=\left(S/2\right)\,\min\{k_i;\,S/2\}$ pour $\mathrm{i}=1,\,2$. Ce profit est une fonction croissante des capacités détenues par l'entreprise déviante.

3.5. **Les profits de punition**

Si le mode de rationnement de la demande est parallèle, l'entreprise i peut toujours se garantir un profit brut explicité ci-dessous :

$$(8) \quad \underline{\pi}_i (k_i, k_j) = \begin{cases} (\mathrm{S} - k_j - k_i)\, k_i & \text{si } k_i \leq (\mathrm{S} - k_j)/2 \text{ et } k_j < \mathrm{S} \\ (\mathrm{S} - k_j)^2/4 & \text{si } k_i \geq (\mathrm{S} - k_j)/2 \text{ et } k_j < \mathrm{S} \\ 0 & \text{si } k_j \geq \mathrm{S} \end{cases}$$
$$\forall\, \mathrm{i} = 1,\, 2 \text{ et } \mathrm{j} \neq \mathrm{i}$$

$\underline{\pi}_i$ est le profit *minimax* de l'entreprise i [15]. Dans le cadre de ce modèle (duopole, demande linéaire, rationnement parallèle), il est assez simple de prouver l'existence d'un profil de prix P^i punissant de façon crédible l'entreprise i et caractérisé par :

$$(9) \qquad \mathrm{G_i}\,(P^i) = [\underline{\pi}_i\,(k_i,\, k_j) - f k_i]/(1 - \delta) \quad \forall\, \mathrm{i} = 1,\, 2$$

Cette punition minimax inflige à l'entreprise i un gain moyen actualisé égal à son profit minimax [16]. Le profit minimax d'une entreprise étant une fonction croissante de ses capacités et décroissante des capacités de sa rivale, plus une entreprise possède des capacités de production élevées et plus elle peut punir sévèrement sa rivale. Ainsi, les deux entreprises doivent arbitrer en première période entre le coût de détenir des capacités de production excédentaires et la nécessité de disposer de menaces crédibles pour soutenir un équilibre collusif.

Nous démontrons dans la section suivante que des choix identiques en capacités de production facilitent l'émergence d'une collusion en prix, robuste aux déviations individuelles. Ce résultat nous permet de déterminer les capacités optimales que les entreprises devraient installer pour soutenir le prix collusif au moindre coût. Ces capacités sont nécessairement symétriques et constituent des choix d'équilibre pour certaines valeurs du facteur d'actualisation et du coût unitaire de capacités.

---

15. Cette dernière maximise sa fonction de profit compte tenu de sa demande résiduelle $\mathrm{D}\,(p) - k_j$ et de ses capacités k_i : $\underline{\pi}_i\,(k_i,\, k_j) = \max\{\max_{\{p\}}\,(p - c)\,(\mathrm{D}\,(p) - k_j);\, (\mathrm{D}^{-1}\,(k_i) - k_j - c)\,k_i\}$.

16. Comme le profit minimax des deux entreprises correspond à leur profit de Bertrand-Edgeworth lorsque $k_1 < (S - k_2)/2$ ou lorsque k_2 est supérieure à S, la punition minimax est crédible pour ce type de configuration (la punition peut consister à jouer indéfiniment l'équilibre de Nash du jeu constituant). Pour une caractérisation complète des équilibres de Nash du jeu statique en prix et en capacité, voir KREPS et SCHEINKMAN [1983] et OSBORNE et PITCHIK [1986]. Lorsque $k_1 \geq (S - k_2)/2$, le profit minimax de l'entreprise 1 qui possède les plus grandes capacités est encore égal à son profit de Bertrand-Edgeworth (sa punition est donc crédible), en revanche le profit minimax de l'entreprise 2 est inférieur à son profit de Bertrand-Edgeworth. Dans ce dernier cas la crédibilité de la punition envers l'entreprise ayant les plus faibles capacités repose sur une phase de bâton d'une période dans laquelle cette entreprise subit de fortes pertes suivie d'une phase de carotte (retour à la collusion).

4 Résolution du jeu

4.1. La collusion en prix et la symétrie

Étant donné les capacités de production k_1 et k_2 sélectionnées par les entreprises à la première étape du jeu et les punitions minimax P^1 et P^2, le profil collusif P^c constitue un profil d'équilibre parfait dans le sous-jeu $I^\infty(N, \Sigma, G/k_1, k_2)$ si pour chaque entreprise i le facteur d'actualisation δ (commun aux deux entreprises) est supérieur à la valeur $\underline{\delta}_{i\,\{k_i,\,k_j\}}$ appelée facteur d'actualisation seuil de l'entreprise i :

$$(10) \qquad \delta \geq \frac{\pi_i^d(k_i) - \pi_i^c}{\pi_i^d(k_i) - \underline{\pi}_i(k_i, k_j)} = \underline{\delta}_{i\,\{k_i,\,k_j)} \quad \text{i} = 1, 2 \text{ et i} \neq \text{j}$$

La condition (10) est équivalente à la condition (4) de la section 2. Soit $\underline{\delta}_{\{k_1,\,k_2)} = \max\langle \underline{\delta}_{1\,\{k_1,\,k_2)}, \underline{\delta}_{2\,\{k_1,\,k_2)} \rangle$ le *seuil minimum du facteur d'actualisation* à partir duquel le prix p^c peut être soutenu, pour des capacités (k_1, k_2). L'intervalle des valeurs de δ compatibles avec une collusion en prix est égal à $[\underline{\delta}_{\{k_1,\,k_2)}, 1]$. Plus le seuil $\underline{\delta}_{\{k_1,\,k_2)}$ est bas et plus les possibilités de collusion sont grandes. Nous pouvons alors énoncer la proposition suivante :

> PROPOSITION 1 : Les possibilités de collusion sont toujours plus grandes sur un marché symétrique en termes de capacités que sur un marché asymétrique. Formellement, la valeur du seuil minimum à partir duquel la collusion tacite est soutenable satisfait l'inégalité suivante :
>
> $$\underline{\delta}_{\{k_i,\,k)} \geq \underline{\delta}_{\{k,\,k)} \quad \forall\, k_i \neq k.$$

Preuve : (voir annexe A)

Selon cette proposition, il existe des situations dans lesquelles la collusion est soutenable sur le marché de configuration symétrique ($k_1 = k_2 = k$) alors qu'elle ne l'est pas sur le marché asymétrique ($k_2 = k$, $k_1 \neq k$). En effet, des capacités asymétriques rendent plus profitable une déviation pour l'entreprise en position de force parce que sa rivale n'a pas les capacités suffisantes pour punir sévèrement cette déviation. L'intervalle des facteurs d'actualisation δ compatibles avec une collusion en prix est donc plus large dans une configuration symétrique. En d'autres termes, la symétrie desserre les contraintes du jeu répété non coopératif.

Ce résultat prend tout son intérêt dans le cadre de la politique de concurrence en matière de concentration (fusion-acquisition). Les instances en charge de la concurrence devraient redoubler de vigilance lorsque sur un marché une fusion non seulement renforce la concentration, mais aussi la symétrie. Selon la proposition 1, une telle opération accroît les risques de cartellisation tacite du marché [17].

La deuxième étape de notre étude consiste à déterminer quels sont les choix de capacités qui vont s'imposer à la première étape, sachant que les deux entreprises peuvent avoir intérêt à s'accorder sur des capacités symétriques. Nous nous intéressons plus particulièrement aux équilibres collusifs parfaits qui dominent au sens de Pareto l'équilibre concurrentiel et qui minimisent les coûts de capacités.

4.2. **Les capacités d'équilibre**

Nous définissons $\Theta(\delta)$ comme l'ensemble des couples de capacités pour lesquelles la collusion sur le prix p^c est soutenable, étant donné le facteur d'actualisation δ. De telles capacités permettent de construire des punitions minimax qui dissuadent toute déviation du prix collusif. On a $\Theta(\delta) = \{(k_1, k_2)/\delta \geq \underline{\delta}_{\{k_1, k_2)}\}$.

Pour δ donné, le couple de *stratégies simples* $\sigma^{s}(k_1^c, k_2^c, P^c, P^1, P^2)$ constitue un équilibre parfait si et seulement si :

$$(11) \qquad \begin{cases} (k_1^c, k_2^c) \in \Theta(\delta) \\ \Pi_i^c = S^2/8 - f k_i^c > \underline{\pi}_i(k_i, k_j^c) - f k_i \qquad \forall\, k_i, \;\; \mathrm{i} = 1,\, 2. \end{cases}$$

Sachant qu'une entreprise qui dévie des capacités collusives prévues s'exposent à des punitions minimax crédibles, (k_1^c, k_2^c) sont des capacités d'équilibre si elles rendent possible une collusion en prix et si le gain moyen de la collusion est supérieur au gain moyen de n'importe quelle punition minimax. Si les conditions (11) sont vérifiées, l'équilibre est parfait car quelle que soit l'histoire du jeu, les entreprises ont toujours intérêt à se conformer aux choix prescrits par leurs stratégies.

Il existe de nombreux équilibres collusifs parfaits. Nous raffinons les critères d'équilibre en éliminant les équilibres collusifs dominés au sens de Pareto par l'équilibre concurrentiel et en imposant que les capacités d'équilibres soient optimales en termes de coûts, les entreprises préfèrant toujours entre deux couples de capacités d'équilibre celui qui minimise leurs coûts de capacités respectifs.

Pour δ donné, un couple de capacités (k_1, k_2) est optimal si $(k_1, k_2) \in \Theta(\delta)$ s'il n'existe aucun autre couple $(k_1'; k_2')$ tel que :

i) $(k_1', k_2') \in \Theta(\delta)$

ii) ($k_1 \geq k_1'$ et $k_2 > k_2'$) ou ($k_1 > k_1'$ et $k_2 \geq k_2'$)

---

17. MacAfee et Williams [1992] montrent cependant que les fusions qui renforcent la symétrie peuvent augmenter le bien-être général si les entreprises se font une concurrence à la Cournot (cadre statique). Ce résultat dépend étroitement de la fonction de coût quadratique choisie par les auteurs.

Un couple de capacités optimales est parmi tous les couples qui peuvent soutenir le prix collusif p^c, le plus favorable aux deux entreprises en termes de coûts de capacités. Tout autre couple détériore le profit collusif d'une des entreprises au moins. Nous pouvons alors démontrer la proposition suivante :

PROPOSITION 2 : Pour δ donné, un couple de capacités optimales est nécessairement symétrique $k_1 = k_2 = \underline{k}(\delta)$ et vérifie:

$$\delta = \frac{\pi_i^d(\underline{k}) - \pi_i^c}{\pi_i^d(\underline{k}) - \underline{\pi}_i(\underline{k},\ k)} = \underline{\delta}_{i\{\underline{k},\underline{k})} \quad i = 1,\ 2 \tag{14}$$

Preuve: (voir annexe B)

Selon la proposition 2, des capacités optimales sont symétriques et rendent chaque entreprise tout juste indifférente entre une stratégie de collusion et une stratégie de déviation. Une telle configuration permet de soutenir le prix collusif p^c au moindre coût. Les entreprises limitent leurs excès de capacités sans déstabiliser la collusion tacite en prix. La détermination de $\underline{k}(\delta)$ est détaillée en annexe C. Lorsque δ est supérieur à 1/2, il existe toujours une configuration optimale unique $\langle \underline{k}(\delta),\ \underline{k}(\delta)\rangle$. $\underline{k}(\delta)$ est une fonction continue et décroissante en δ. Elle prend des valeurs comprises entre S/4 et S. Lorsque le facteur d'actualisation est élevé (proche de un), les entreprises accordent plus de poids aux gains futurs et le prix collusif peut être soutenu avec de faibles capacités de production (proche de S/4). Inversement pour des facteurs d'actualisation bas (proche de 1/2), le prix collusif ne peut être soutenu qu'avec des capacités élevées (proche de S). Dans la proposition suivante, nous donnons les conditions dans lesquelles les capacités optimales constituent des choix d'équilibres qui dominent au sens de Pareto l'équilibre concurrentiel.

PROPOSITION 3 : Pour un coût de capacité $f < S/4$, il existe un $\underline{\delta}(f)$ et un $\overline{\delta}(f)$ avec $\underline{\delta}(f) < \overline{\delta}(f)$ tel que si δ est compris entre $\sup\{1/2,\ \underline{\delta}(f)\}$ et $\overline{\delta}(f)$, le couple de capacités optimales $k_1 = k_2 = \underline{k}(\delta)$ et le profil de prix $(p_{it} = p^c\, \forall\, t,\ \forall\, i)$ constituent un équilibre parfait du jeu complet.

Preuve: (voir annexe D)

Si les entreprises ont des coûts de capacités suffisamment faibles et une préférence pour le futur suffisamment élevée, elles peuvent soutenir une collusion tacite *optimale*. L'équlibre collusif est caractérisé par des capacités symétriques excédentaires. Ces capacités peuvent être inférieures aux capacités concurrentielles (k^{N}) lorsque les firmes ont une forte préférence pour le futur. La collusion ne conduit donc pas nécessairement à un surinvestissement stratégique en capacités.

Lorsque $\delta > \overline{\delta}(f)$, les entreprises sont contraintes d'installer des capacités supérieures aux capacités optimales afin de dissuader les déviations en capacités. Le facteur seuil $\overline{\delta}(f)$ étant une fonction croissante en f, une baisse des coûts de capacité renforce donc les excès de capacités à l'équilibre collusif, pour des facteurs d'actualisation très élevés.

5 Conclusion

Nous avons démontré dans cet article qu'un marché symétrique en terme de capacités de production est plus favorable à l'émergence d'une collusion en prix qu'un marché asymétrique. Cette proposition reste valable lorsque le marché passe de 2 entreprises à N entreprises ou lorsque nous adoptons des fonctions de demande et de coûts quadratiques. En revanche, selon DAVIDSON et DENECKERE [1986], le choix du mode de rationnement est déterminant pour l'issue du jeu. Par exemple, dans le cadre statique, un rationnement proportionnel de la demande conduit à une issue plus concurrentielle que celle obtenue par Kreps et Scheinkman et à des capacités d'équilibre asymétriques. L'extension de ce modèle à d'autres modes de rationnement (notamment le rationnement proportionnel) est tout à fait envisageable. La spécification des punitions, dans un tel cadre, est cependant extrêmement complexe [18].

Le principal objet de cette étude était de contester l'idée reçue selon laquelle « un marché symétrique est plus concurrentiel qu'un marché asymétrique ». Ce résultat trouve une application claire dans le domaine de la politique de la concurrence. En effet, les textes relatifs au contrôle des concentrations en Europe mettent l'accent sur les risques de position dominante créés par une fusion. Ces mêmes textes ne prennent pas en compte selon nous le fait qu'une structure de marché en oligopole « symétrique » est plus porteuse d'incitations à la collusion qu'une structure de marché avec position dominante. En effet, un marché asymétrique limite les possibilités de soutenir de façon crédible un *cartel tacite*. L'asymétrie pourrait même constituer le meilleur contre-pouvoir aux comportements collusifs sur les marchés fortement concentrés. Ce type de résultat ne semble pas avoir été pleinement intégré dans les législations sur la concurrence, qui voient dans l'asymétrie la porte ouverte à des abus de position dominante.

18. Nous pouvons toutefois penser que des punitions liées à un rationnement proportionnel sont plus sévères que celles liées à un rationnement parallèle : la collusion devrait être alors plus facile à soutenir.

Démonstration de la proposition 1

Au préalable, nous démontrons le résultat selon lequel l'entreprise ayant les plus grandes capacités a toujours un facteur d'actualisation seuil plus élevé.

LEMME 1 : si $k_1 \geq k_2$, alors $\underline{\delta}_{1\,\{k_1,\,k_2)} \geq \underline{\delta}_{2\,\{k_1,\,k_2)}$ et $\underline{\delta}_{\{k_1,\,k_2)} = \underline{\delta}_{1\,\{k_1,\,k_2)}$.

Preuve: Si $k_1 > k_2$, le profit brut de déviation de l'entreprise 1 est toujours supérieur à celui de l'entreprise 2 : $\pi_1^d(k_1) \geq \pi_2^d(k_2)$. De même, le profit minimax brut de l'entreprise 1 est supérieur à celui de l'entreprise 2 : $\underline{\pi}_1 > \underline{\pi}_2$. En revanche, les deux entreprises obtiennent le même profit collusif : $\pi_1^c = \pi_2^c$. Comme le facteur d'actualisation seuil d'une entreprise est une fonction croissante de son profit de déviation et de son profit de punition, l'entreprise 1 a nécessairement un facteur seuil supérieur à celui de l'entreprise 2. Notons que si $k_1 = k_2$, nous avons $\underline{\delta}_{\{k_1,\,k_2)} = \underline{\delta}_{1\,\{k_1,\,k_2)} = \underline{\delta}_{2\,\{k_1,\,k_2)}$. $\square$

L'entreprise qui dispose des plus grandes capacités de production a toujours plus d'incitation à dévier du prix collusif. Cette dernière est donc responsable de la stabilité de la collusion en prix [19]. Pour déterminer le facteur seuil à partir duquel la collusion est possible, il suffit donc de calculer uniquement le facteur seuil de l'entreprise ayant les capacités les plus élevées. Ce résultat facilite la démonstration de la proposition 1.

Supposons que l'entreprise j installe des capacités $k_j = k$ et que l'entreprise i installe des capacités k_i. Montrons alors que $\underline{\delta}_{\{k_1,\,k)} = \max\{\underline{\delta}_{i\,\{k_i,\,k)}, \underline{\delta}_{j\,\{k_i,\,k)}\} \geq \underline{\delta}_{\{k,\,k)}\ \forall\, k_i \neq k$.

Nous savons que le profit brut de déviation d'une entreprise est une fonction croissante de ses capacités de production et que son profit de punition est aussi une fonction croissante de ses capacités et décroissante des capacités de l'entreprise rivale.

Dans un premier temps, nous montrons que les possibilités de collusion diminuent lorsque l'entreprise i installe des capacités supérieures à celles de l'entreprise j.

19. Ce résultat contraste avec celui de DAVIDSON et DENECKERE [1990]. Ces derniers constatent que c'est l'entreprise disposant des plus faibles capacités qui a le plus d'incitation à dévier. Toutefois, dans leur modèle, la collusion consiste en des quotas de production alloués en fonction des capacités des entreprises. L'entreprise 1 reçoit une part de marché égale à $k_1/(k_1+k_2)$ et l'entreprise 2 une part égale à $k_2/(k_1+k_2)$. Comme la plus petite entreprise obtient un profit collusif inférieur à celui de la grande entreprise, ses incitations à dévier sont renforcées. Dans notre modèle, les entreprises ne s'entendent que sur un prix commun et ne mettent pas en place des quotas de production. Chaque entreprise obtient le même nombre de clients et les mêmes profits collusifs. Dans ce contexte, l'entreprise qui dispose des plus grandes capacités de production est lésée par l'accord collusif.

L'entreprise i accroît son profit brut de déviation et de punition en installant des capacités supérieures à k. Comme le facteur seuil $\underline{\delta}_{i\,\{k_i,\,k)}$ est une fonction croissante de π_i^d et de $\underline{\pi}_i$, il est plus élevé pour $k_i > k$ que pour $k_i = k$. Comme $\underline{\delta}_{\{k_i,\,k)} = \underline{\delta}_{i\,\{k_i,\,k)}$ pour $k_i > k$, nous avons bien $\underline{\delta}_{\{k_i,\,k)} \geq \underline{\delta}_{\{k,\,k)}$.

L'entreprise i en augmentant ses capacités a plus d'incitation à dévier, surtout lorsque les capacités de l'entreprise j sont faibles (inférieures à $S/2$). En revanche, l'entreprise j est moins incitée à dévier, car les capacités supplémentaires de l'entreprise i renforcent la sévérité des punitions à l'encontre de j.

Dans un deuxième temps, nous montrons que l'entreprise i en installant des capacités inférieures à l'entreprise j réduit aussi les possibilités de collusion.

Si l'entreprise i diminue ses capacités, la punition qu'elle peut infliger à l'entreprise j est moins sévère. Comme $\underline{\pi}_j\,(k,\,k) \leq \underline{\pi}_j\,(k,\,k_i)$ pour $k_i < k$, le facteur d'actualisation seuil de l'entreprise j augmente lorsque l'entreprise i s'écarte de k en réduisant ses capacités. Comme $\underline{\delta}_{\{k_i,\,k)} = \underline{\delta}_{j\,\{k_i,\,k)}$ pour $k_i < k$, nous avons bien $\underline{\delta}_{\{k_i,\,k)} \geq \underline{\delta}_{\{k,\,k)}$.

Cette démonstration est aussi valable pour le cas $k_i = k$ et $k_j \neq k$. $\square$

Démonstration de la proposition 2

Démontrons dans un premier temps qu'une configuration optimale ne peut être asymétrique. Supposons que le couple (k_1, k_2) caractérisé par $k_1 > k_2$, soit une configuration optimale. D'après la proposition 1, nous avons $\underline{\delta}_{\{k_1,\, k_2)} \geq \underline{\delta}_{\{k_2,\, k_2)}$. Si la configuration (k_1, k_2) permet de soutenir le prix collusif, alors la configuration (k_2, k_2) le permet aussi et l'entreprise 1 obtient un meilleur profit collusif car ses capacités sont moindres. Aucune configuration asymétrique n'est optimale puisqu'il existe toujours une meilleure configuration symétrique où l'entreprise ayant les capacités les plus élevées s'aligne sur les capacités de sa rivale.

Démontrons dans un deuxième temps qu'une configuration symétrique optimale $\langle \underline{k}\,(\delta),\, \underline{k}\,(\delta)\rangle$ vérifie :

$$\delta = \frac{\pi_i^d\,(\underline{k}) - \pi_i^c}{\pi_i^d\,(\underline{k}) - \underline{\pi}_i\,(\underline{k},\, \underline{k})} = \underline{\delta}_{i\,\{\underline{k},\, \underline{k})} \quad \mathrm{i} = 1 \text{ ou } 2$$

Supposons que $\langle \underline{k}\,(\delta),\, \underline{k}\,(\delta)\rangle$ est tel que $\delta > \underline{\delta}_{\{\underline{k},\, \underline{k}\}}$, alors il existe toujours une configuration $(k',\, k')$ caractérisée par $(k',\, k') \in \Theta\,(\delta)$ et $\underline{k} > k'$.

En effet, nous avons $\frac{\partial\, \underline{\delta}_{\{k,\, k)}}{\partial\, k} \leq 0$ (la preuve est omise). Une diminution des capacités symétriques réduit la sévérité des punitions et entraîne une hausse du facteur d'actualisation seuil. Dans un duopole symétrique, les possibilités de collusion augmentent toujours avec les excès de capacités [20]. Ce résultat nous permet de dire que si $\delta > \underline{\delta}_{\{\underline{k},\, \underline{k}\}}$, il existe alors un $\varepsilon > 0$ tel que $\delta \geq \underline{\delta}_{\{\underline{k}-\varepsilon,\, \underline{k}-\varepsilon\}} > \underline{\delta}_{\{\underline{k},\, \underline{k}\}}$ et $\langle \underline{k}\,(\delta),\, \underline{k}\,(\delta)\rangle$ n'est pas un couple de capacités optimales. Seules les capacités symétriques qui égalisent le facteur d'actualisation seuil à la valeur effective du facteur d'actualisation correspondent à des capacités optimales. $\square$

20. Ce résultat diffère de celui obtenu par Brock et Scheinkman pour un nombre d'entreprises supérieur à trois. Ils trouvent une relation entre les capacités et le facteur seuil qui est décroissante, puis croissante. Dans un oligopole, les excès de capacités au delà d'un certain seuil peuvent nuire à la collusion alors que dans un duopole ils favorisent toujours la collusion.

Détermination des capacités symétriques optimales en fonction de δ

Pour déterminer $\underline{k}$ en fonction des valeurs prises par δ, nous utilisons l'égalité suivante :

$$\delta = \frac{\pi_i^d(\underline{k}) - \pi_i^c}{\pi_i^d(\underline{k}) - \underline{\pi}_i(\underline{k}, \underline{k})}$$

Nous distinguons les cas où $\underline{k}$ est compris entre $S/4$ et $S/3$, entre $S/3$ et $S/2$, entre $S/2$ et S ou est supérieur à S.

Cas 1: si $S/4 < \underline{k} \leq S/3$, nous avons $\pi_i^d(\underline{k}) = (S/2)\,\underline{k}$ et $\underline{\pi}_i(\underline{k}, \underline{k}) = (S - 2\,\underline{k})\,\underline{k}$. $\underline{k}$ est solution de l'équation $16\,\delta\underline{k}^2 - 4S\,(1+\delta)\,\underline{k} + S^2 = 0$. Nous obtenons $\underline{k} = \frac{S}{4\delta}$. Pour des valeurs de δ comprises entre 3/4 et 1, nous avons une solution unique $\underline{k}$ décroissante en δ. Pour $\delta = 3/4$, nous avons $\underline{k} = S/3$ et pour $\delta = 1$, nous avons $\underline{k} = S/4$.

Cas 2: si $S/3 < \underline{k} \leq S/2$, nous avons $\pi_i^d(\underline{k}) = (S/2)\,\underline{k}$ et $\underline{\pi}_i(\underline{k}, \underline{k}) = (S-\underline{k})^2/4$. $\underline{k}$ est solution de l'équation $2\,\delta\underline{k}^2 + 4S\,(1-2\delta)\,\underline{k} + S^2\,(2\delta-1) = 0$. Nous obtenons comme solution sous la condition $\delta \geq 2/3$:

$$\underline{k} = (S/\delta)\,[2\delta - 1 - \sqrt{(1-2\delta)\,(1-1,5\,\delta)}]$$

Pour des valeurs de δ comprises entre 2/3 et 3/4, nous avons une solution $\underline{k}$ unique décroissante en δ. Pour $\delta = 2/3$, nous avons $\underline{k} = S/2$ et pour $\delta = 3/4$, nous avons $\underline{k} = S/3$ (continuité des solutions).

Cas 3: si $S/2 < \underline{k} \leq S$, nous avons $\pi_i^d(\underline{k}) = S^2/4$ et $\underline{\pi}_i(\underline{k}, \underline{k}) = (S - \underline{k})^2/4$. $\underline{k}$ est solution de l'équation $2\,\delta\underline{k}^2 - 4S\delta\,\underline{k} + S^2 = 0$. Nous obtenons comme solution sous la condition $\delta \geq 1/2$:

$$\underline{k} = (S/2\delta)\,[2\delta - \sqrt{2\delta\,(2\delta-1)}]$$

Pour des valeurs de δ comprises entre 1/2 et 2/3, nous avons une solution $\underline{k}$ unique décroissante en δ. Pour $\delta = 1/2$, nous avons $\underline{k} = S$ et pour $\delta = 2/3$, $\underline{k} = S/2$.

Cas 4: si $\delta < 1/2$, il n'existe aucune solution. Les entreprises ne peuvent pas soutenir de collusion quelles que soient leurs capacités.

Démonstration de la proposition 3

Nous définissons $\hat{k}(f)$ comme la capacité optimale seuil au dessus de laquelle la collusion est moins profitable que la solution non collusive de Kreps et Scheinkman. Formellement, on a :

$$\Pi_i^c = S^2/8 - f\underline{k}(\delta) > \Pi^N = (S-f)^2/9$$

si

$$\underline{k}(\delta) < \hat{k}(f) = [9S^2 - 8(S-f)^2]/72f.$$

Notons que $\hat{k}(f)$ est une fonction décroissante des coûts de capacité f. Nous pouvons calculer pour f donné, le facteur d'actualisation seuil $\underline{\delta}(f)$ à partir duquel les capacités optimales $\underline{k}(\delta)$ sont toujours inférieures à $\hat{k}(f)$. Pour f fixé, $\underline{\delta}(f)$ est obtenu en recherchant la valeur du facteur d'actualisation qui égalise $\underline{k}(\delta)$ et $\hat{k}(f)$. f doit être inférieur à $S/4$ pour que $\underline{\delta}(f)$ soit inférieur à [21] 1.

Pour tout $\delta < \underline{\delta}(f)$ les entreprises ont toujours intérêt à s'accorder sur l'équilibre concurrentiel. Par contre, pour tout δ supérieur à $\underline{\delta}(f)$, il existe des équilibres collusifs avec capacités optimales qui dominent au sens de Pareto l'équilibre non collusif à condition que δ soit supérieur à 1/2 (aucune collusion en prix n'est possible si $\delta < 1/2$).

Si $\delta \geq \max\{1/2, \underline{\delta}(f)\}$, le choix des capacités optimales $\underline{k}(\delta)$ et du prix p^c à toutes les périodes constitue un équilibre parfait si aucune firme n'est incitée à dévier en capacités. Vérifions donc que lorsqu'une entreprise choisit $\underline{k}(\delta)$, la meilleure réponse de l'entreprise rivale est de choisir aussi $\underline{k}(\delta)$.

Supposons dans un premier temps [22] que $\underline{k}(\delta)$ soit supérieur à $(S-f)/3$. Comme $\underline{k}(\delta) \leq \hat{k}(f)$, nous avons :

$$\pi_i^c - f\underline{k}(\delta) > (S-f)^2/9.$$

De plus, comme $[(S-f)/3, (S-f)/3]$ est la configuration d'équilibre du jeu statique en capacité et en prix, nous avons :

$$(S-f)^2/9 \geq \underline{\pi}_i(k_i, (S-f)/3) - fk_i \quad \forall\, k_i$$

Une entreprise ne peut jamais obtenir un meilleur profit en déviant d'un équilibre de Nash. Enfin, comme $\underline{k}(\delta) > (S-f)/3$, nous avons :

$$\underline{\pi}_i(k_i, (S-f)/3) - fk_i \geq \underline{\pi}_i(k_i; \underline{k}(\delta)) - fk_i \quad \forall\, k_i$$

21. Si f est inférieur à $S/4$, on a $\hat{k}(f)$ supérieur à $S/4$ et à $k^N = (S-f)/3$.

22. Nous reprenons partiellement la démonstration de Benoit et Krishna [1987].

Le profit minimax d'une entreprise diminue avec les capacités de l'entreprise rivale. Des trois inégalités précédentes, nous déduisons que $\underline{k}(\delta)$ est la meilleure réponse face à $\underline{k}(\delta)$ si $(S-f)/3 \leq \underline{k}(\delta) \leq \hat{k}(f)$:

$$\pi_i^c - f\underline{k}(\delta) \geq \underline{\pi}_i(k_i;\, \underline{k}(\delta)) - fk_i \quad \forall\, k_i$$

Dans un second temps, nous considérons le cas où $\underline{k}(\delta) < (S-f)/3$. La meilleure déviation en capacité est alors $k_i = [S - \underline{k}(\delta) - f]/2$ puisque l'entreprise i maximise $(S - \underline{k}(\delta) - k_i)\,k_i - fk_i$. Cette déviation donne un profit égal à $(S - \underline{k}(\delta) - f)^2/4$ qui est supérieur au profit de collusion $S^2/8 - f\underline{k}(\delta)$ si $\underline{k}(\delta) < S\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) - f(3 - 2\sqrt{2})$. Nous pouvons alors calculer le facteur d'actualisation $\overline{\delta}(f)$ pour lequel les entreprises sont indifférentes entre dévier et ne pas dévier en capacités. $\overline{\delta}(f) = S/\left[4S\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) - 4f(3 - 2\sqrt{2})\right]$ est le seuil minimum à partir duquel les capacités optimales $\langle \underline{k}(\delta), \underline{k}(\delta)\rangle$ ne sont plus des capacités d'équilibre. Nous avons toujours $\overline{\delta}(f) > \underline{\delta}(f)$ pour $f < S/4$.

Si $\delta > \overline{\delta}(f)$, $\langle \underline{k}(\delta), \underline{k}(\delta)\rangle$ ne sont pas des capacités d'équilibre et l'installation de capacités supplémentaires est une stratégie profitable. Les entreprises doivent choisir la configuration $\{\underline{k}(\overline{\delta}), \underline{k}(\overline{\delta})\}$ pour soutenir le prix collusif p^c avec $\underline{k}(\overline{\delta}) = \frac{S}{4\overline{\delta}(f)}$. Notons que $\underline{k}(\overline{\delta})$ est toujours supérieur à $\underline{k}(\delta)$ puisque $\delta > \overline{\delta}(f)$. En d'autres termes, les entreprises doivent installer des capacités supplémentaires pour dissuader les déviations en capacités lorsque les coûts de capacité sont faibles.

En revanche, si $\max\{1/2, \underline{\delta}(f)\} < \delta \leq \overline{\delta}(f)$, les capacités optimales $\langle \underline{k}(\delta), \underline{k}(\delta)\rangle$ sont bien des capacités d'équilibre. $\square$

• Références bibliographiques

ABREU, D. (1986). – "Extremal Equilibria of Oligopolistic Supergames", *Journal of Economic Theory*, 39, pp. 191-225.

ABREU, D. (1988). – "On the Theory of Infinitely Repeated Games with Discountings", *Econometrica 56*, N° 2, March, pp. 383-396.

ALLEN, B. (1993). – "Capacity Precommitment as an Entry Barrier for Price-Setting", *International Journal of Industrial Organization*, 11, pp. 63-72.

BENOIT, J.-P., KRISHNA, V. (1987). – "Dynamic Duopoly: Prices and Quantities", *Review of Economic Studies*, 54, pp. 23-35.

BENOIT, J.-P., KRISHNA, V. (1991). – "Entry Deterrence and Dynamic Competition: the Role of Capacity Reconsidered", *International Journal of Industrial Organization*, 9, pp. 477-495.

BROCK, W. A., SCHEINKMAN J. (1985). – "Price Setting Supergames with Capacity Constraints", *Review of Economic Studies*, 52, pp. 371-382.

BULOW J., GEANAKOPLOS J., KLEMPERER P. (1985). – "Holding Idle Capacity to Deter Entry", *Economic Journal*, 95, pp. 178-182.

COWLING, K. (1983). – "Excess Capacity and the Degree of Collusion: Oligopoly Behaviour in the Slump", *The Manchester School of Economics and Social Studies*, 51, pp. 341-359.

Davidson, C., Deneckere R. (1986). – “Long Term Competition in Capacity, Short Run Competition in Price and the Cournot Model”, *Rand Journal of Economics*, 17, pp. 404-415.

Davidson, C., Deneckere R. (1990). – “Excess Capacity and Collusion”, *International Economic Review*, 31, pp. 521-541.

Dixit, A. (1980). – “The Role of Investment in Entry-Deterrence”, *Economic Journal*, 90, pp. 95-106.

Friedman, J. W. (1971). – “A Non-Cooperative Equilibrium for Supergames”, *Review of Economic Studies*, 28, pp. 1-12.

Gelman J. R., Salop S. C. (1983). – “Judo Economics: Capacity Limitation and Coupon Competition”, *Bell Journal of Economics*, 14, pp. 315-325.

Kreps, D., Scheinkman, J. (1983). – “Quantity Precommitment and Bertrand Competition Yield Cournot Outcome”, *Bell Journal of Economics*, 14, pp. 326-337.

Lambson, V. (1987). – “Optimal Penal Codes in Price-Setting Supergames with Capacity Constraints, *Review of Economic Studies*, 54, pp. 385-398.

Lambson, V. (1994). – “Some Results on Optimal Penal Codes in Asymmetric Bertrand Supergames”, *Journal of Economic Theory*, 62, pp. 444-468.

Levitan, R., Shubik, M. (1972). – “Price Duopoly and Capacity Constraints”, *International Economic Review*, Vol. 13, N° 1, February, pp. 111-122.

Mason, C. F., Phillips, O. R., Nowell, C. (1990). – “Duopoly Behavior in Asymmetric Markets: an Experimental Evaluation”, *Review of Economics and Statistics*, pp. 662-670.

Osborne, M. J., Pitchik, C. (1986). – “Price Competition in a Capacity-Constrained Duopoly”, *Journal of Economic Theory*, 38, pp. 238-260.

Osborne, M. J., Pitchik, C. (1987). – “Cartels Profits and Excess Capacity”, *International Economic Review*, 28, pp. 413-428.

Rotemberg J. J., Saloner G. (1984). – “The Cyclical Behavior of Strategic Inventories”, *Quaterly Journal of Economic*, February, pp. 73-97.

Scherer, F. M., Ross, D. (1990). – *Industrial Market Structure and Economic Performance*, Third Edition, Boston, Houghton Mifflin Company.