ANNALES D'ÉCONOMIE ET DE STATISTIQUE. – N° 44 — 1996

Jouer sur la maturité ou émettre de la dette indexée : deux réponses à l'excès d'endettement public

Patrick ARTUS*

RÉSUMÉ. – Certains pays européens (nous prendrons l'exemple de l'Italie) ont aujourd'hui une dette publique très excessive, et qui croît perpétuellement en raison du niveau des paiements d'intérêts. Ces pays n'ont peut-être pas utilisé deux possibilités, que nous analysons d'un point de vue théorique, pour améliorer leur situation : jouer sur la maturité de la dette, c'est-à-dire sur la proportion de dette à long terme ; émettre de la dette indexée, c'est-à-dire portant un taux d'intérêt réel fixé à l'avance.

Changing the Maturity Structure or Issuing Indexed Debt are two Possible answers to an Excessive Public Debt Level

ABSTRACT. – Several european countries (we take here the example of Italy) have today an excessive public debt level, which is moreover countinously increasing between of the high level of interest payments. Those countries have perhaps not used two possible ways, which we analyze from a theoretical point of view, of improving their situation: to change the maturity of public debt, *i.e.* the proportion of long-term debt; to issue indexed debt, paying a real yield which is fixed in advance.

* P. ARTUS: Caisse des dépôts et consignations.

1 Introduction

L'objet de cet article est d'examiner si la situation d'un pays très endetté peut être améliorée soit en réduisant la maturité de sa dette (ce qui peut diminuer l'incitation des gouvernements futurs à procéder à un financement monétaire), soit en émettant de la dette indexée (ce qui fait disparaître l'incitation à utiliser l'inflation). Nous examinons d'abord, à titre d'exemple, le cas de l'Italie.

1.1. Les faits

Le tableau 1 montre la situation actuelle des finances publiques en Italie. De 1993 à 1995, le ratio de la dette publique brute au PIB a progressé de près de 8 points, en raison d'une part de la récession, d'autre part de l'affaiblissement de l'excédent primaire (hors paiements d'intérêts sur la dette) du budget. Si, en 1995-96, le taux d'intérêt apparent sur la dette pouvait se stabiliser au niveau de 9 %, l'excédent primaire qui est prévu (2 points de PIB) permettrait d'obtenir un fort ralentissement de la progression du taux d'endettement. Pour que celui-ci se maintienne tout à fait en 1996 au niveau de 1995, il faudrait soit que le taux d'intérêt tombe à 7,6 % ; soit que l'excédent primaire atteigne 3,7 % [1]

Tableau 1

Finances publiques italiennes
(% du PIB).

	1993	1994	1995*	1996*	1995**	1996**
Intérêts (nets sur la dette)	12,0	10,6	11,2	11,4	13,6	14,3
Dette publique brute	119,4	124,0	127,2	128,9	129,6	134,2
Excédent primaire	1,5	0,9	2,1	2,0	2,1	2,0
Déficit total	10,5	9,7	9,1	9,4	11,5	12,3
Dépenses publiques (hors intérêts)	45,2	44,7	43,8	43,2	43,8	43,2
dont retraites	13,5	13,6	13,5	13,3	13,5	13,3
Recettes	46,7	45,6	45,9	45,2	45,9	45,2
Croissance du PIB (valeur)	3,7	5,6	6,0	5,7	6,0	5,7

** Taux d'intérêt apparent sur la dette stabilisée à 9 %.*
*** Taux d'intérêt apparent sur la dette à 11 %.*
Source : Banca d'Italia et Confindustria.

1. L'excédent primaire qui stabilise le taux d'endettement est le produit de celui-ci par l'excès du taux d'intérêt réel sur le taux de croissance réel. En 1996, si le taux d'intérêt est de 11 %, la croissance nominale de 5,7 %, l'excédent primaire d'équilibre est donc de $129{,}6 \times 5{,}3 = 6{,}9$ % du PIB.

Par contre, si le taux d'intérêt apparent sur la dette devait rester au niveau de 11 % (c'est-à-dire plus qu'aujourd'hui, comme nous verrons plus loin), le taux d'endettement croît violemment, de 5 points par an, et c'est un excédent primaire irréaliste de près de 7 % du PIB qui serait nécessaire pour le stabiliser. La clé de la stabilisation de l'endettement public en Italie réside donc dans l'évolution des taux d'intérêt. Pour que la dette publique n'explose pas, il faudrait que l'Italie puisse avoir aujourd'hui des taux d'intérêt voisins des taux allemands. Nous allons dans cet article explorer deux voies : modifier la maturité de la dette publique, émettre de la dette indexée.

1.2. **La maturité de la dette**

Au début de janvier 1995, la structure par maturité de la dette italienne est la suivante :

- moins d'un an 39 %
- 1 à 2 ans 12 %
- 2 à 3 ans 11 %
- 3 à 5 ans 21 %
- 5 à 10 ans 15 %
- 10 à 30 ans 2 %.

La dette est donc très courte, avec en particulier une place importante pour les bons du trésor à 6 et 12 mois. De 1960 à 1983, la maturité moyenne de la dette a toujours baissé, puis s'est stabilisée pendant quelques années. Cependant, depuis trois ans, l'État italien a fait un effort pour allonger la maturité de sa dette. Le tableau 2 présente la structure de la dette publique ; de 1992 à 1994, la part des titres à moyen et long termes (obligations - BTP - et certificats de crédit [2]) est passée de 48 % à 54 % dans le stock de dette.

En 1993, par exemple, les émissions obligataires nettes du Trésor se sont élevées à 118 millions de lires, les émissions nettes de bons du Trésor à 6 billions de lires seulement. L'allongement récent de la maturité de la dette résultait probablement de la volonté de réduire le besoin continu de refinancement du Trésor italien, donc le risque de crise d'illiquidité (impossibilité de réemprunter en cas de crise financière).

L'allongement de la dette est-il une solution efficace ?

Il permet évidemment de réduire à court terme le refinancement du Trésor. Les émissions brutes de bon du Trésor représentent chaque anée 41 % de la dette totale, soit plus d'une demi-année de PIB ! Cette nécessité d'avoir en continu d'énormes émissions (brutes, pas nettes) exerce certainement une pression sur les taux d'intérêt, puisque ceux-ci doivent être suffisants pour que les remboursements des titres échus soient réinvestis.

Par contre, l'allongement ne réduit pas la charge d'intérêt ; la courbe de structure des taux en Italie n'est pas pentue, et il y a même souvent inversion (en particulier, pendant la crise de change de 92), mais les coupons sur les obligations (plus de 7 % en termes réels sur les taux longs nets aujourd'hui) ne poussent pas à l'allongement (tableau 3).

2. Les certificats de crédit sont à moyen terme mais sont à taux révisable.

TABLEAU 2

Dette publique
(billons (1 000 milliards) de lires).

(fin d'année)	Titres à moyen et long termes	Dépôts postaux	Bons du trésor*	Prêts bancaires et divers	Prêts Banque Italie	Dette extérieure	Total
1986	379 (49 %)	71	160	10	131	17	768
1987	437 (49 %)	84	192	11	138	23	885
1988	494 (49 %)	95	240	15	141	29	1 013
1989	547 (48 %)	110	286	21	147	35	1 147
1990	631 (49 %)	123	320	26	148	49	1 296
1991	730 (50 %)	135	335	33	167	55	1 454
1992	791 (48 %)	146	387	40	209	65	1 639
1993	946 (52 %)	160	390	41	190	85	1 812
1994**	1 031 (54 %)	164	387	42	185	88	1 897

** Non détenues par la Banque d'Italie.*
*** Septembre.*

TABLEAU 3

Taux d'intérêt moyens

	Certificats de crédit	Obligations d'État	Bons du Trésor		Inflation
			3 mois	1 an	
91	11,78	11,37	12,66	12,39	6,3
92	13,70	11,90	14,48	14,02	5,2
93	10,55	9,60	10,47	10,74	4,5
94	10,01	10,38	9,16	10,29	3,5

L'argument le plus élaboré en défaveur de l'allongement de la maturité de la dette tient à l'absence de crédibilité et au risque de non-remboursement (qui peut prendre la forme plus commune d'une hausse de l'inflation). Le porteur de dette longue à taux fixe craint que l'État n'utilise l'inflation pour réduire la dette réelle, et exige de ce fait un taux d'intérêt nominal très élevé, ce qui est défavorable. C'est ce type d'aménagement que nous allons utiliser dans la partie théorique de cet article.

1.3. **Utiliser de la dette indexée**

La dette italienne est une dette en lires portant un taux d'intérêt nominal fixé à l'avance. Ceci pousse évidemment les porteurs à exiger des taux d'intérêt élevés, en raison du risque de reprise de l'inflation, d'où la divergence de la dette publique vue plus haut.

Une idée raisonnable consisterait à **indexer** la dette, ce qui peut se faire de diverses manières : compenser, pour le porteur, les hausses de prix (la dette a alors un taux d'intérêt **réel** donné) ; émettre dans une devise forte, et non dans la monnaie nationale/ou, de manière équivalente, verser au porteur l'équivalent de la dépréciation de la lire par rapport à un panier de monnaies.

De ce fait, les gouvernements futurs n'ont pas d'incitation à faire de l'inflation pour réduire la valeur réelle de la dette : l'inflation ferait monter le rendement contractuel (directement, ou par la dépréciation de la lire) alors que dans le cas de dette non indexée à taux nominal fixe, l'inflation réduit bien la dette réelle. La disparition de l'inflation anticipée conduit à une baisse des taux d'intérêt nominaux, qui est extrêmement favorable.

L'indexation progressive de la dette publique italienne pourrait donc apporter une contribution constructive à la stabilisation des finances publiques italiennes. Bien sûr, si elle ne porte que sur la dette nouvelle, elle n'a d'effet que très lentement. On pourrait donc envisager une possibilité d'échange de la dette existante contre la dette indexée. Ne pas apporter de solution, telle que celle qui est proposée ici, au problème de la divergence de l'endettement public de l'Italie, conduirait sans doute à des issues plus ridicules et plus destructrices pour la crédibilité de l'État italien.

1.4. **La littérature**

La littérature théorique nous donne deux pistes pour améliorer la situation d'un pays qui hérite d'une très forte dette publique : modifier la maturité de la dette nominale, ou émettre de la dette indexée.

La réduction de la maturité de la dette nominale évite le recours à l'inflation des gouvernements futurs, si le gouvernement présent ne peut pas engager à l'avance leurs politiques (LUCAS-STOKEY [1983], OBSTFELD [1989], ALESINA-PRATI-TABELLINI [1990], PELED [1985]). Il faut donc réduire la dette initiale trouvée par les futurs gouvernements. CALVO-GUIDOTTI (1990 et 1990a) montrent bien que s'il pouvait y avoir un préengagement sur l'inflation future, la maturité de la dette perdrait son importance puisque le taux d'intérêt nominal serait prédéterminé. Sans préengagement, la base pour la taxe inflationniste des gouvernements futurs inclut la dette nominale dont ils héritent, ce qui affecte la formation des taux d'intérêt nominaux. Il faut donc que les impôts initiaux soient élevés, et la maturité de la dette raccourcie (CALVO-GUIDOTTI [1992]).

CALVO [1988] (dans la lignée de la littérature sur la répudiation, comme FISCHER [1983], GROSSMAN-VAN HUYCK [1987]) développe un modèle qui permet qu'il y ait multiplicité d'équilibres : soit il n'y a pas de répudiation (c'est-à-dire que l'inflation est maintenue à un bas niveau), et le taux d'intérêt nominal est bas (ce qui est cohérent avec le fait que l'incitation à répudier est faible), soit il y a répudiation (forte inflation), et taux d'intérêt élevé (d'où forte incitation à répudier).

L'autre possibilité est de remplacer la dette nominale par une dette indexée, dont le rendement inclut l'inflation observée. L'indexation de la dette élimine l'incitation à l'inflation (LUCAS-STOKEY [1983], MCCALLUM [1984]). BOHN [1988] développe un argument original pour montrer que la dette nominale est utile, et qu'il ne faut pas l'éliminer entièrement. Elle sert de couverture contre les chocs non anticipés ; s'il y a un choc de demande, le taux d'intérêt monte, donc les paiements d'intérêt sur la dette augmentent ; si l'inflation augmente aussi, la valeur réelle de la dette nominale est réduite, ce qui est bon puisque cela évite d'avoir à augmenter les impôts pour payer les intérêts sur la dette (on suppose dans tous ces travaux, à la suite de BARRO [1983], que l'inflation et l'imposition font subir à l'économie des coûts convexes liés aux distorsions qu'elles génèrent, et qu'il est donc optimal de lisser dans le temps l'inflation et les impôts).

La proposition d'indexation de la dette sur l'inflation est voisine de celle de PERSSON-SVENSSON [1987] : si le gouvernement émet de la dette nominale, il doit détenir des avoirs nets nominaux sur le secteur privé égaux à sa dette nominale, de manière à ne rien gagner à l'inflation.

Nous allons dans cet article analyser, à l'aide d'un modèle théorique simple, ce que peut faire un pays qui hérite d'une dette publique importante : changer la maturité de cette dette, changer la pression fiscale, indexer la dette... On accordera une importance particulière à l'effet des politiques monétaires futures sur le taux d'intérêt nominal courant, et à la possibilité ou non de préengager les actions des gouvernements futurs.

La ligne d'analyse sera la suivante :

– après avoir introduit le modèle, nous regardons ce que change l'impossibilité de préengager la politique monétaire future ;

– nous examinons la possibilité de réagir à l'impossibilité de préengagement en modifiant la maturité de la dette ou en introduisant de la dette indexée.

Dans tous les cas, le fait que le gouvernement prenne en compte la réaction du taux d'intérêt (c'est-à-dire du secteur privé) à la politique monétaire future anticipée est très important. De même, si le secteur privé ne fait pas dépendre le taux d'intérêt des politiques futures, il n'y a naturellement pas de problème de préengagement.

– Nous introduisons ensuite le risque sous la forme d'un aléa portant sur la production future. La dette indexée a alors l'inconvénient de ne pas faire profiter des aléas inflationnistes.

– Nous examinons enfin brièvement le cas de répudiation de la dette.

2 Modélisation

2.1. Le cadre d'analyse

Pour simplifier le plus possible l'analyse, nous allons retenir un cadre très rudimentaire à 2 périodes. A la **période 1**, le gouvernement présent en place ; il hérite d'une dette B_0 (incluant les frais financiers) des gouvernements précédents. Il peut lever des impôts aux taux τ_1 sur la production Y_1 (exogène), ou émettre de la dette B_1. La création monétaire de la période 1 (M_1) est supposée exogène.

Notre interprétation est la suivante : B_1 est de la dette léguée au gouvernement suivant (de la période 2) ; il s'agit donc d'une dette à **long terme** ; nous assimilons le financement par impôts (ou monétaire) à de la dette à court terme.

L'équilibre budgétaire de la période 1 s'écrit donc :

$$\tau_1\, p_1\, Y_1 + B_1 + M_1 = M_0 + B_0 \tag{1}$$

p_1 est le prix (exogène) de la période 1, M_0 est la quantité de monnaie disponible initialement.

A la période 2, le gouvernement hérite de la dette B_1, au taux d'intérêt r_1 (et de la quantité de monnaie M_1) ; il peut décider de l'offre de monnaie M_2 et de la pression fiscale τ_2. La période 2 est la seconde et dernière période d'analyse. Pendant cette période, le gouvernement émet M_2 et doit aussi rembourser la quantité finale de monnaie de M_2. M_2 n'apparaît donc pas dans la contrainte budgétaire de la période 2 qui s'écrit :

$$B_1\,(1 + r_1) + M_1 = \tau_2\, p_2\, Y_2. \tag{2}$$

Les **consommateurs** consomment C_1 et C_2 et doivent détenir, pour consommer, une encaisse monétaire de $\mu\, p_1\, C_1$ et $\mu\, p_2\, C_2$. La quantité de monnaie offerte à la période 2 étant M_2, ceci détermine le prix de la période 2, p_2, par :

$$p_2 = \frac{M_2}{\mu Y_2} \left(\text{de même, } p_1 = \frac{M_2}{\mu Y_1}\right). \tag{3}$$

Nous supposons dans la plus grande partie de ce papier que Y_2 est exogène [3]. Les conditions d'équilibre budgétaire des consommateurs s'écrivent :

$$\begin{cases} \text{Période 1} & p_1\, C_1 + B_1 = B_0 + p_1\, Y_1\,(1 - \tau_1) - \mu\, p_1\, C_1 + M_0 \\ \text{Période 2} & p_2\, C_2 = B_1\,(1 + r_1) + p_2\, Y_2\,(1 - \tau_2) + M_1. \end{cases} \tag{4}$$

A la période 1, les consommateurs doivent accumuler les encaisses monétaires nécessaires pour consommer $(M_1 = \mu\, p_1\, C_1)$; ils reçoivent la dette publique antérieurement accumulée B_0 et la production nette d'impôts, ils achètent la dette publique B_1.

A la période 2, ils doivent épargner la monnaie M_2 pour consommer, mais ils sont aussi remboursés de cette quantité de monnaie lorsque l'économie s'arrête à la fin de la période 2.

2.2. Le comportement des autorités de la période 2

Nous supposons que l'objectif des autorités décroît avec le taux de taxe (en raison des distorsions fiscales) et avec le taux d'inflation (en raison des

3. Dans la section 5b, nous supposerons que Y_2 est affecté d'un aléa.

distorsions liées à celles-ci), ce que nous écrivons :

$$
\text{(5)} \qquad \begin{aligned} \operatorname{Max} U_2 &= -L(\tau_2) - V\left(\frac{p_2}{p_1}\right) \\ &= -L\left(\mu\,\frac{M_1 + B_1(1-r_1)}{M_2}\right) - V\left(\frac{M_2\,Y_1}{M_1\,Y_2}\right) \end{aligned}
$$

où L et V sont deux fonctions croissantes et convexes.

À la période 2, B_1 et r_1 sont prédéterminés, seul M_2 est à choisir. La maximisation de U_2 implique :

$$
\text{(6)} \qquad \mu\,\frac{M_1 + B_1(1-r_1)}{M_2}\,L'(\tau_2) = \frac{M_2\,Y_1}{M_1\,Y_2}\,V'\left(\frac{M_2\,Y_1}{M_1\,Y_2}\right).
$$

L'effet favorable (à la marge) d'une hausse de M_2 (la réduction du taux d'imposition τ_2) est égal à l'effet défavorable sur l'inflation. Différentiant (6), on obtient :

$$
\text{(7)} \qquad \begin{aligned} dM_2 &\left[\left(\frac{Y_1}{M_1\,Y_2}\right)^2 V' + \left(\mu\,\frac{(M_1 + B_1(1+r_1)}{M_2^2}\right)^2 L'' \right. \\ &\left. + \mu\,\frac{M_1 + B_1(1+r_1))}{M_2^3} \bullet L' + \frac{Y_1}{M_1\,M_2\,Y_2}\,V'\right] \\ &= d\left(B_1\,(1+r_1)\right)\left[\mu^2\,L''\,\frac{(M_1 + B_1(1+r_1))}{M_2^3} + \mu\,\frac{L'}{M_2^2}\right] \\ &+ dY_2\left(\frac{Y_1}{M_1\,Y_2^2}\,V' + \frac{M_2\,Y_1^2}{M_1^2\,Y_2^3}\,V''\right). \end{aligned}
$$

L'offre de monnaie M_2 croît avec la dette (y compris intérêts) $B_1\,(1+r_1)$. (7) montre que $\frac{dM_2}{M_2} < \frac{d\,B_1(1+r_1)}{B_1(1+r_1)}$ puisque la hausse de l'offre de monnaie accroît l'inflation et est ainsi pénalisée (ce que représentent les termes en V' et V'' du coefficient de M_2 dans (7) qui n'apparaissent pas dans celui de $B_1(1+r_1)$). Par ailleurs, si Y_2 augmente, M_2 augmente moins que Y_2 ($\frac{dM_2}{M_2} < \frac{dY_2}{Y_2}$) ; si $\frac{M_2}{Y_2}$ restait constant quand Y_2 augmente, V' ne bougeait pas, l'inflation ne varierait pas ; cependant, la hausse de M_2 ferait baisser le taux d'imposition τ_2 ; la désutilité marginale de l'impôt deviendrait donc plus faible que la désutilité marginale de l'inflation, et on ne serait plus à une situation optimale pour le gouvernement de la période 2.

Ces résultats sont typiques de la littérature sur le seigneuriage optimal : la convexité des fonctions de coût (de l'inflation et de taxation) implique un **lissage** des réponses de l'offre de monnaie aux chocs.

2.3. **Les consommateurs et les taux d'intérêt**

Nous supposons que les consommateurs sont neutres vis-à-vis du risque [4]; ils sont confrontés aux contraintes budgétaires (4). Ils maximisent $C_1 + \frac{1}{1+\rho} C_2$, soit :

$$\begin{aligned}(8) \qquad & \frac{B_0 + p_1 Y_1 (1 - \tau_1) + M_0 - B_1}{p_1 (1 + \mu)} \\ & + \frac{1}{1+\rho} \frac{M_1 + B_1 (1 + r_1) + p_2 Y_2 (1 - \tau_2)}{p_2}.\end{aligned}$$

Les consommateurs sont rationnels et savent que les prix de la seconde période p_2 résultent du comportement d'offre de monnaie des autorités (par (3)). Le comportement de demande de titres des consommateurs ((B_1) implique donc :

$$(9) \qquad 1 + r_1 = \frac{(1+\rho) p_2}{p_1 (1+\mu)} = \frac{(1+\rho) M_2}{\mu p_1 (1+\mu) Y_2}.$$

Si les autorités de la seconde période sont conduites à augmenter la demande de monnaie (de par leur comportement (6)), le taux d'intéret nominal sur la dette augmente.

Il est nécessaire de donner quelques précisions sur le comportement des consommateurs. Les prix, donnés par (3) résultent de l'équilibre monétaire $(M_2 = \mu\, p_2\, C_2)$ et de l'équilibre du marché des biens $(C_2 = Y_2)$. Lorsque les consommateurs déterminent les consommations C_1 et C_2, ils ne prennent pas en compte naturellement le fait que, à l'équilibre $C_2 = Y_2$ (sinon, ils n'auraient rien à déterminer); chaque consommateur prend les revenus comme donnés. Par contre, nous supposons qu'ils anticipent rationnellement (voir (9)) la formation des prix à la période 2 $(p_2 = \frac{M_2}{\mu Y_2})$, cette anticipation ne concernant pas leur revenu individuel mais la politique monétaire globale.

2.4. **Le comportement des autorités de la première période**

Leur fonction objectif est simlilaire à celle des autorités de la seconde période, soit :

$$(10) \qquad U_1 = -L(\tau_1) - \frac{1}{1+\rho} L(\tau_2) - \frac{1}{1+\rho} V(p_2/p_1).$$

Intervient ici le taux d'imposition de la première période $(\tau_1 = \frac{M_0 + B_0 - M_1 - B_1}{p_1 Y_1})$, le taux d'inflation de première période étant supposé exogène. Pour bien comprendre le cas de figure dans lequel nous nous plaçons, il est utile de distinguer plusieurs configurations.

4. Ce qui sera utile dans la section 5 où nous supposons que le revenu de seconde période Y_2 est aléatoire

2.4.1. **Possibilité de préengagement**

Dans ce cas, les autorités de la période 1 peuvent préengager les choix des autorités de la période 2 (c'est-à-dire M_2). Elles choisissent donc B_1 et M_2 pour maximiser U_1, compte tenu de la réaction (9) du taux d'intérêt. Le choix de la politique monétaire en période 2 est alors contraint et irréversible.

Les conditions d'optimalité résultent alors de la maximisation de U_1 par rapport à B_1 et M_2 (dette et création monétaire), soit :

(11)
$$\frac{\mu}{M_1}\, L'(\tau_1) = \frac{1}{1+\rho}\, \frac{\mu\,(1+r_1)}{M_2}\ L'(\tau_2) \left(car\, \tau_1 = \mu \frac{M_0 + B_0 - M_1 - B_1}{M_1} \right)$$

$$\mu \frac{M_1 + B_1(1+r_1)}{M_2}\, L'(\tau_2) = \frac{M_2\, Y_1}{M_1\, Y_2}\, V'\left(\frac{M_2\, Y_1}{M_1\, Y_2} \right) + \mu\, \frac{B_1}{M_2}\, (1+r_1)\, L'(\tau_2).$$

Comparons la seconde équation de (11) à (6). Si ce sont les autorités de la période 1 qui choisissent M_2, elles prennent en compte l'effet de la création monétaire de seconde période sur le taux d'intérêt r_1 exigé par les épargnants-consommateurs. Il en suit une plus faible hausse de M_2, pour éviter l'effet négatif sur la pression fiscale de seconde période de la hausse de r_1. Si ce sont les autorités de la période 2 qui choisissent l'offre de monnaie M_2, cet effet n'apparaît pas puisque le taux d'intérêt r_1 est déjà déterminé à la période 2.

2.4.2. **Pas de possibilité de préengagement**

Dans ce cas, les autorités de la période 1 choisissent B_1, celles de la période 2 pouvant ex-post déterminer la politique monétaire. M_2 est donc défini par (6), comportement des autorités de la période 2. Comme nous l'avons déjà dit, l'offre de monnaie est plus forte dans ce cas qu'avec préengagement puisque les autorités de la période 2 n'intègrent pas l'effet de M_2 sur r_1.

S'il n'y a pas de possibilité de préengagement, les consommateurs rationnels anticipent le comportement des autorités de la seconde période. Nous allons distinguer deux sous-cas.

2.4.2.1. Les autorités de la première période ne prennent en compte le comportement de fixation du taux d'intérêt par les consommateurs

M_2 est toujours défini par (6) et r_1 par (9), mais cette deuxième relation n'est pas prise en compte par les autorités de la première période. B_1 est donc déterminé pour maximiser U_1 compte tenu de (6), soit :

$$(12)\quad \frac{\mu}{M_1}\, L'(\tau_1) - \frac{1}{1+\rho}\, \frac{\mu\,(1+r_1)}{M_2}\ L'(\tau_2) + \frac{1}{1+\rho}\, \frac{\partial M_2}{\partial B_1} \bullet \frac{\partial U_1}{\partial M_2} = 0.$$

Compte tenu du comportement (6) des autorités de la seconde période, on voit qu'à l'équilibre la première équation de (11) est toujours valable puisque ces autorités choisissent M_2 tel que $\frac{\partial U_2}{\partial M_2} = 0$, d'où $\frac{\partial U_1}{\partial M_2} = 0$. Les autorités de la période 1 prennent bien en compte le comportement de celui des autorités de la période 2, mais celui-ci est optimal (la dérivée du bien-être par rapport à M_2 est nulle), ce qui implique que le choix optimal de B_1 est inchangée (le principe de la programmation dynamique s'applique). On a donc la même solution pour la dette que dans le cas de préengagement. Cependant, pour les raisons vues plus haut, la création monétaire est plus forte en seconde période.

4.2.2. Les autorités de la première période prennent en compte le comportement des épargnants

On a :

$$(13)\quad \frac{\mu}{M_1} L'(\tau_1) - \frac{1}{1+\rho} \frac{\mu(1+r_1)}{M_2} L'(\tau_2) + \frac{1}{1+\rho} \frac{\partial \tilde{M}_2}{\partial B_1} \bullet \frac{\partial U_1}{\partial M_2} - \frac{1}{1+\rho} \mu \frac{B_1}{M_2} L'(\tau_2) \frac{\partial r_1}{\partial B_1} = 0$$

où $\frac{\partial \tilde{M}_2}{\partial B_1}$ est l'effet sur M_2 d'une hausse de B_1, y compris passant par l'effet induit sur r_1.

La réaction des autorités de la période 2 définit M_2 comme une fonction de $B_1(1+r_1)$ (voir (7)). La réaction des consommateurs (9) définit r_1 comme une fonction de M_2/Y_2. Quand les autorités de la période 1 choisissent B_1, elles tiennent donc compte de son effet sur M_2 aussi par l'intermédiaire du taux d'intérêt (comme B_1 monte, M_2 monte, r_1 monte et M_2 monte aussi). Nous représentons cet effet global par $\frac{\partial \tilde{M}_2}{\partial B_1}$.

Compte tenu de (6) (comme plus haut, $\frac{\partial U_1}{\partial M_2} = 0$), on a :

$$(14)\quad \frac{\mu}{M_1} L'(\tau_1) = \frac{1}{1+\rho} \frac{\mu(1+r_1)}{M_2} L'(\tau_2) + \frac{1}{1+\rho} \mu \frac{B_1}{M_2} L'(\tau_2) \frac{\partial r_1}{\partial B_1}$$

avec $\frac{\partial r_1}{\partial B_1} = \frac{1+\rho}{\mu p_1 (1+\mu)} \frac{1}{Y_2} \frac{\partial M_2}{\partial B_1}$.

Il faut comparer (6) (14) à la situation optimale avec préengagement (11). On voit qu'ici l'offre de monnaie en seconde période M_2 est plus forte, puisque les autorités de seconde période ne se soucient pas de l'effet de la création monétaire sur le taux d'intérêt ; par contre l'endettement à long terme en première période (B_1) est plus petit, puisque les autorités de première période intègrent l'effet de la dette sur le taux d'intérêt au travers de la création monétaire. La réduction de B_1 limite l'excès de M_2. **L'impossibilité de préengager le gouvernement futur conduit à une réduction de la dette à long terme et à une augmentation de l'inflation par rapport à la situation optimale avec préengagement**. Ceci est le résultat habituel de la littérature sur la maturité (CALVO-GUIDOTTI (1990) par exemple).

Ceci ne vaut que lorsque les autorités de la période 1 prennent en compte l'effet des politiques monétaires futures sur le taux d'intérêt, sinon l'absence de comportement tourné vers le futur rend l'absence de préengagement sans effet. Comme $\frac{\partial r_1}{\partial B_1} > 0$ par l'intermédiaire de M_2, si cet effet est pris en compte, il faut à l'équilibre que L_1' soit plus élevé ou L_2' plus petit, donc B_1 plus petit.

Remarque : CALVO et OBSTFELD (1992) ont suggéré qu'il y avait non pas un coût de l'inflation, mais un coût de l'inflation non anticipée. Puisque le comportement du gouvernement de la période 2 est rationnellement anticipé (et que Y_2 n'est pas ici aléatoire), il n'y a pas de coût à augmenter M_2 de manière à réduire le plus possible le prélèvement fiscal à la période 2. Ceci conduirait à une énorme inflation à la période 2.

Puisque $r_2 = \mu \frac{M_1 + B_1(1+r_1)}{M_2} = \mu \frac{M_1}{M_2} + \frac{B_1(1+\rho)}{p_1\,(1+\mu)\,Y_2}$, on aurait (si M_2 est très grand), $\tau_2 \approx \frac{B_1(1+\rho)}{p_1\,(1+\mu)\,Y_2}$.

A la période 1, le gouvernement maximiserait :

$$-L\left(\frac{M_0 + B_0 - M_1 - B_1}{p_1\,Y_1}\right) - \frac{1}{1+\rho}\,L\left(\frac{B_1(1+\rho)}{p_1\,(1+\mu)\,Y_2}\right)$$

d'où $\frac{\mu}{M_1}\,L'\,(\tau_1) = \frac{\mu\,(1+r_1)}{M_2}$. Puisque τ_2 serait petit, τ_1 serait petit et l'émission de dette longue B_1 très importante.

2.5. Dette indexée

Nous nous plaçons maintenant dans le cas où le préengagement n'est pas possible, mais nous introduisons une **dette indexée**, notée D_1, qui verse le taux d'intérêt $(1+\hat{r})\,p_2/p_1$ où $\hat{r}$ est le taux réel sur cette dette.

Les consommateurs maximisent l'équivalent de (8), soit :

$$(15)\quad \frac{B_0 + D_0 + p_1\,Y_1\,(1-\tau_1) + M_0 - B_1 - D_1}{p_1\,(1+\mu)} + \frac{1}{1+\rho}\,\frac{\left(M_1 + B_1\,(1+r_1) + D_1\,(1+\hat{r})\,\dfrac{p_2}{p_1} + p_2\,Y_2\,(1-\tau_2)\right)}{p_2}$$

d'où les niveaux de taux d'intérêt :

$$(16)\quad \begin{cases} \text{nominal : } 1 + r_1 = \dfrac{(1+\rho)\,p_2}{p_1\,(1+\mu)} = \dfrac{(1+\rho)}{\mu p_1\,(1+\mu)}\left(\dfrac{M_2}{Y_2}\right) \\ \\ \text{réel : } 1+\hat{r} = \dfrac{1+\rho}{1+\mu} \end{cases}$$

2.5.1. **Pas d'incertitude sur** Y_2

Nous gardons ici pour l'instant l'hypothèse d'exogénéité de Y_2 qui est non aléatoire (comme de façon certaine à la période 1). A la période 2, l'équilibre budgétaire s'écrit :

$$(17) \qquad B_1\,(1+r_1) + D_1\,(1+\hat{r})\,\frac{p_2}{p_1} + M_1 = \tau_2\,p_2\,Y_2 = \frac{\tau_2\,M_2}{\mu}$$

Les autorités de la période 2 maximisent donc :

$$(18) \quad -L\left(\mu\,\frac{M_1 + B_1\,(1+r_1) + D_1\,(1+\hat{r})\,\dfrac{M_2\,Y_1}{M_1\,Y_2}}{M_2}\right) - V\left(\frac{M_2\,Y_1}{M_1\,Y_2}\right)$$

(qui est l'équivalent de (5)), d'où, pour leur choix de M_2 :

$$(19) \qquad \mu\,\frac{M_1 + B_1\,(1+r_1)}{M_2}\,L'\,(\tau_2) = \frac{Y_1\,M_2}{M_1\,Y_2}\,V'\left(\frac{M_2\,Y_1}{M_1\,Y_2}\right).$$

Plus la quantité de cette indexée D_1 est grande (toutes choses égales par ailleurs), plus τ_2 est grand et plus M_2 est grand pour réduire le taux d'imposition ; cependant, une hausse de D_1 compensée par une baisse égale de B_1, fait baisser le membre de gauche de (19) puisque τ_2 ne varie pas mais que $M_1 + B_1(1+r)$ baisse et conduit à une baisse de création monétaire ; en effet, celle-ci est moins utile puisqu'elle ne réduit pas la valeur réelle de la dette indexée.

Le **gouvernement de la période 1** maximise (10) par le choix de D_1 et B_1 en connaissant (19) (réaction du gouvernement de la période 2) et éventuellement (16) (formation des taux d'intérêt).

2.5.1.1. Si la réaction du taux d'intérêt à la politique future n'est pas prise en compte (le gouvernement de la période 1 prend r_1 comme donné), la dette non indexée et la dette indexée sont équivalentes (en raison de (19), comportement du gouvernement de la période 2, les effets de variations de B_1 ou D_1 sur la masse monétaire M_2 s'annulent ; un effet est favorable – hausse de l'inflation donc baisse de la fiscalité ; un effet est défavorable, la hausse de l'inflation elle-même).

La dérivée de (10) par rapport à B_1 s'écrit en effet :

$$(20) \qquad \frac{\mu}{M_1}\,L'\,(\tau_1) - \frac{\mu}{1+\rho}\,\frac{(1+r_1)}{M_2}\,L'\,(\tau_2) + \frac{\partial M_2}{\partial B_1} \bullet \frac{\partial U_1}{\partial M_2} = 0$$

et par rapport à D_1 :

$$(21) \qquad \frac{\mu}{M_1}\,L'\,(\tau_1) - \frac{1}{(1+\mu)\,p_1\,Y_2}\,L'\,(\tau_2) + \frac{\partial M_2}{\partial D_1}\,\frac{\partial U_1}{\partial M_2} = 0.$$

Les coefficients de $\frac{\partial M_2}{\partial B_1}$ et $\frac{\partial M_2}{\partial D_1}$ sont nuls à l'équilibre en raison du comportement des autorités de la période 2 ($\frac{\partial U_2}{\partial M_2} = 0$). Puisque

$1 + r_1 = \frac{(1+\rho)\, M_2}{\mu p_1\, (1+\mu)\, Y_2}$, les dérivées de (10) par rapport à B_1 et D_1 sont bien égales.

2.5.1.2. Si le gouvernement de la période 1 prend en compte la réaction de r_1 (première équation de (16), il sait que son objectif est en fait :

(22)
$$- L\left(\mu\, \frac{M_0 + B_0 - M_1 - B_1 - D_1}{M_1}\right) - \frac{1}{1+\rho}.$$
$$L\left(\mu \frac{M_1}{M_2} + B_1\, \frac{(1+\rho)}{p_1\,(1+\mu)\, Y_2} + D_1\, \frac{(1+\rho)}{(1+\mu)}\, \frac{1}{p_1\, Y_2}\right)$$
$$- \frac{1}{1+\rho}\, V\left(\frac{M_2\, Y_1}{M_1\, Y_2}\right) = U_1$$

M_2 étant donné par (19).

Il en suit les conditions d'optimalité :

(23)
$$\begin{cases} (\%\, B_1)\, \dfrac{\mu}{M_1}\, L'(\tau_1) - \dfrac{1}{(1+\mu)\, p_1\, Y_2}\, L'(\tau_2) + \dfrac{\mu\, M_1}{(1+\rho)\, M_2^2}\, L'(\tau_2)\, \dfrac{\partial M_1}{\partial B_1} \\[2ex] \qquad - \dfrac{1}{1+\rho}\, \dfrac{Y_1}{M_1\, Y_2}\, V'\left(\dfrac{M_2\, Y_1}{M_1\, Y_2}\right) \dfrac{\partial M_2}{\partial B_1} = 0 \\[2ex] (\%\, D_1)\, \dfrac{\mu}{M_1}\, L'(\tau_1) - \dfrac{1}{(1+\mu)\, p_1\, Y_2}\, L'(\tau_2) + \dfrac{\mu\, M_1}{(1+\rho)\, M_2^2}\, L'(\tau_2)\, \dfrac{\partial M_1}{\partial D_1} \\[2ex] \qquad - \dfrac{1}{1+\rho}\, \dfrac{Y_1}{M_1\, Y_2}\, V'\left(\dfrac{M_2\, Y_1}{M_1\, Y_2}\right) \dfrac{\partial M_2}{\partial D_1} = 0. \end{cases}$$

(19) implique que $\frac{M_2\, Y_1}{M_1\, Y_2}\, V' > \mu\, \frac{M_1}{M_2}\, L'(\tau_2)$. On a vu plus haut que :

(24)
$$\frac{\partial M_2}{\partial D_1} - \frac{\partial M_2}{\partial B_1} < 0$$

(une hausse de B_1 fait plus monter la création monétaire qu'une hausse de D_1 puisque la hausse de prix ne réduit pas la valeur réelle de la dette indexée D_1).

Il en suit, si on note comme précédemment U_1 l'objectif des autorités de la période 1, que :

(25)
$$\frac{\partial U_1}{\partial B_1} < \frac{\partial U_1}{\partial D_1}$$

les autorités de la période 1 ont toujours intérêt à substituer de la dette indexée à la dette non indexée (en laissant la dette totale constante) en raison de l'effet positif de cette substitution sur l'inflation future, donc sur le taux d'intérêt nominal, ce qui est l'argument utilisé par LUCAS-STOKEY [1983] ou MCCALLUM [1984].

Une autre façon de voir les choses est de dire que si les deux conditions d'optimalité (23) sont satisfaites simultanément, alors (les soustraire), $\frac{\partial M_2}{\partial B_1} = \frac{\partial M_2}{\partial D_1}$. Ceci n'est pas compatible avec l'analyse faite plus haut du comportement des autorités à la période 2.

Lorsque D_1 augmente et que B_1 baisse, M_2 baisse puisque la dette indexée réduit l'incitation inflationiste, ce que traduit (24). Les deux conditions d'optimalité (23) ne peuvent donc pas être simultanément vérifiées, d'où le fait (25) qu'il est toujours bon d'augmenter D_1 en réduisant B_1, pour une dette totale inchangée.

On peut encore partir directement de l'expression (22) du bien-être des autorités, et regarder les effets d'une hausse de la dette indexée D_1 et d'une baisse de la dette indexée B_1 vérifiant $dD_1 + dB_1 = 0\,(dD_1 > 0)$.

On obtient :

$$dU_1 = \frac{1}{1+\rho}\left(\frac{\partial M_2}{\partial D_1} - \frac{\partial M_2}{\partial B_1}\right)\left(L'(\tau_2)\,\mu\,\frac{M_1}{M_2^2} - V'\,\frac{Y_1}{M_1\,Y_2}\right)dD_1.$$

On va plus haut que $\frac{M_2\,Y_1}{M_1\,Y_2}V' > \mu\frac{M_1}{M_2}\,L'(\tau_2)$ et que $\frac{\partial M_2}{\partial D_1} - \frac{\partial M_2}{\partial B_1} < 0$; ceci prouve que sans ambiguïté $dU_1 > 0$: substituer de la dette indexée à de la dette non indexée améliore le bien-être.

2.5.2. **Production Y_2 aléatoire**

Plaçons-nous dans le premier cas (gouvernement ne prenant pas en compte la réaction de r_1) et supposons que **la production de la période 2 est aléatoire (inconnue à la période 1**). L'objectif du gouvernement de la période 1 devient donc :

$$(22)\ \mathrm{Max} - L\left(\mu\frac{M_0 + B_0 - M_1 - B_1 - D_1}{M_1}\right)$$
$$- \frac{1}{1+\rho}\,E\left(L\left(\mu\,\frac{M_1}{M_2} + \mu\,\frac{B_1\,(1+r_1)}{M_2} + D_1\frac{1+\rho}{(1+\mu)\,p_1\,Y_2}\right)\right)$$
$$- \frac{1}{1+\rho}\,E\left(V\left(\frac{M_2\,Y_1}{M_1\,Y_2}\right)\right) = U_1$$

avec : $1 + r_1 = \frac{1+\rho}{\mu p_1\,(1+\mu)}\,E\left(\frac{M_1}{Y_2}\right)$ (mais ceci n'est pas pris en compte par le gouvernement).

Le taux d'intérêt nominal varie avec **l'anticipation** (notée E) de l'inflation future $(\rho_2 = \frac{M_1}{\mu\,Y_2})$. M_2 résultant (expost) de (19) et Y_2 étant aléatoire, ceci implique que M_2 est lui-même aléatoire (pour les décisions de la période 1).

La différentiation de (19) (similaire à (7), mais en introduisant la dette indexée D_1) conduit à :

$$(27)\quad \left[\mu\,\frac{M_1+B_1\,(1+r_1)}{M_2}\,L'+\left(\mu\,\frac{M_1+B_1\,(1+r_1)}{M_2}\right)^2 L'' + \frac{Y_1\,M_2}{M_1\,Y_2}\,V'+\left(\frac{Y_1\,M_2}{M_1\,Y_2}\right)^2 V''\right]$$

$$= \left[\mu\,\frac{M_1+B_1\,(1+r_1)}{M_2}\,L'+\mu\left(\frac{M_1+B_1\,(1+r_1)}{M_2}\right)^2 L''\right] \times \frac{d\,(M_1+B_1\,(1+r_1))}{M_1+B_1\,(1+r_1)}$$

$$+\,\mu\,\frac{(M_1+B_1\,(1+r_1)\bullet D_1\,(1+\hat{r})}{M_2^2}\,\frac{Y_1\,M_2}{M_1\,Y_2}\,L''\,\frac{d\,(D_1\,(1+\hat{r})}{D_1\,(1+\hat{r})}$$

$$+\left[\frac{Y_1\,M_2}{M_1\,Y_2}\,V'+\left(\frac{Y_1\,M_2}{M_1\,Y_2}\right)^2 V'' - \mu\,\frac{M_1+B_1\,(1+r_1)}{M_2^2}\,D_1\,(1+\hat{r})\,\frac{M_2\,Y_1}{M_1\,Y_2}\,L''\right]\frac{dY_2}{Y_2}.$$

On voit que $\frac{\partial M_2/M_2}{\partial Y_2/Y_2}<1$, encore plus que dans le cas où il n'y a pas de dette indexée. En effet, une hausse de Y_2 réduit $\frac{M_2}{Y_2}$, donc réduit p_2 ; il en suit une baisse du service de la dette indexée, donc de la création monétaire M_2. La hausse de M_2 est donc fortement moins que proportionnelle à celle de Y_2.

Regardons maintenant les conditions du premier ordre de maximisation de (26). On a :

$$(28)\qquad \frac{\partial U_1}{\partial B_1}=\frac{\mu}{M_1}\,L'\,(\tau_1)-\frac{\mu\,(1+r_1)}{1+\rho}\,E\left(\frac{1}{M_2}\,L'\,(\tau_2)\right) + \frac{1}{1+\rho}\,E\left[\frac{\partial M_2}{\partial B_1}\bullet\frac{\partial U_2}{\partial M_2}\right]=0$$

$$(29)\qquad \frac{\partial U_1}{\partial D_1}=\frac{\mu}{M_1}\,L'\,(\tau_1)-\frac{1}{(1+\mu)}\,E\left(\frac{1}{Y_2}\,L'\,(\tau_2)\right) + \frac{1}{1+\rho}\,E\left[\frac{\partial M_2}{\partial D_1}\bullet\frac{\partial U_2}{\partial M_2}\right]=0.$$

Les termes en $\frac{\partial M_2}{\partial B_1}$ et $\frac{\partial M_2}{\partial D_1}$ sont nuls, en raison du comportement (anticipé) des autorités de la période 2 ($\frac{\partial U_2}{\partial M_2}=0$).

Cependant, à la différence du cas où la production Y_2 est déterministe, $\frac{\partial U_1}{\partial B_1} \neq \frac{\partial U_1}{\partial D_1}$ même lorsqu'on ignore l'effet sur le taux d'intérêt r_1 de l'offre de monnaie future M_2. On a, en utilisant la définition de $1 + r_1$:

$$\text{(30)} \qquad \frac{\partial U_1}{\partial D_1} - \frac{\partial U_1}{\partial B_1} = \frac{-1}{p_1\,(1+\mu)}\, E\left(\frac{L'\,(\tau_2)}{Y_2} - E\left(\frac{M_2}{Y_2}\,\frac{L'\,(\tau_2)}{M_2}\right)\right).$$

Une hausse non anticipée de Y_2 réduit p_2, dont réduit le service de la dette indexée (d'où le terme $\frac{1}{Y_2}$ dans $\frac{\partial U_1}{\partial D_1}$) ; par contre, une hausse de M_2 accroît p_2, et réduit la valeur réelle de la dette non indexée (d'où le terme $\frac{1}{M_2}$ dans $\frac{\partial U_1}{\partial B_1}$).

Lorsque $Y_2 > \bar{Y}$ (choc positif non anticipé de production), M_2 monte au-dessus de $\bar{M}$, mais relativement peu (nous avons vu que $\frac{\partial M_2}{\partial M_2} < \frac{\partial Y_2}{Y_2}$). Il en suit que $\frac{1}{Y_2} - E\left(\frac{M_2}{Y_2}\right)\frac{1}{M_2}$ baisse quand Y_2 monte. Par ailleurs, Y_2 et M_2 montant, la valeur de remboursement réelle de la dette est réduite, et le taux d'imposition τ_2 baisse. Il en suit que $\operatorname{cov}\left(\frac{1}{Y_2} - E\,\frac{M_2}{Y_2}\right)\frac{1}{M_2},\ L'\,(\tau_2)) > 0$, et que : $E\left(\frac{1}{Y_2}\,L'\,(\tau_2)\right) - E\left(\frac{M_2}{Y_2}\right)E\left(\frac{1}{M_2}\,L'\,(\tau_2)\right) > 0$: $\frac{\partial U_1}{\partial D_1} < \frac{\partial U_1}{\partial B_1}$: **la supériorité de la dette indexée est réduite par la prise en compte du caractère aléatoire de la production**.

Une augmentation de la dette indexée accroît le taux d'imposition, et réduit le bien-être proportionnellement à $\frac{1}{Y_2}\,L'\,(\tau_2)$. Puisque quand Y_2 est grand, $L'\,(\tau_2)$ est petit, et que M_2 grandit peu avec Y_2, $\frac{1}{Y_2}\,L'$ est plus grand en moyenne que $\frac{1}{M_2}\,L'$, ce qui pénalise la dette indexée. La dette indexée, étant déflatée par Y_2 et non par M_2, permet moins de profiter des baisses du taux d'imposition que la dette indexée. La dette non indexée a la vertu suivante : quand Y_2 est affecté par exemple d'un aléa, le taux d'imposition τ_2 est grand ; puisque M_2 baisse peu par rapport à Y_2, le prix p_2 augmente, la valeur réelle de la dette non indexée est réduite, ce qui compense la hausse du taux d'imposition. Cet argument est très similaire à celui de Bohn (1988).

La dette indexée a l'inconvénient de ne pas pouvoir profiter des aléas inflationnistes. On peut envisager deux extensions du résultat précédent :

(i) Aversion vis-à-vis du risque

La partie aléatoire de la consommation de seconde période est :

$$\frac{1}{1+\rho}\left(Y_2\,(1-\tau_2) + \mu\, M_1\,\frac{Y_2}{M_2}\right).$$

Elle ne dépend pas des niveaux de dette B_1 ou D_1, puisque les consommateurs prennent en compte le lien entre le taux d'intérêt r_1 et l'inflation. La prise en compte de l'aversion pour le risque ne modifierait donc pas les résultats.

(ii) Incertitude sur la production Y_2 **avec prise en compte de la réaction du taux d'intérêt**

Dans l'objectif (26), la détermination du taux d'intérêt r_1 est prise en compte, ce qui veut dire que le terme en τ_2 est :

$$-\frac{1}{1+\rho}\,E\left[L\left(\mu\,\frac{M_1}{M_2}+\mu\,B_1\,\frac{1+\rho}{\mu p_1\,(1+\mu)}\,\frac{1}{M_2}\,E\left(\frac{M_2}{Y_2}+D_1\,\frac{1+\rho}{(1+\mu)\,p_1\,Y_2}\right)\right]\right].$$

On a donc :

$$\text{(28}'\text{)}\qquad \frac{\partial U_1}{\partial B_1}=\frac{\mu}{M_1}\,L'\,(\tau_1)-\frac{1}{p_1\,(1+\mu)}\,E\left(\frac{M_2}{Y_2}\right)E\left(\frac{L'\,(\tau_2)}{M_2}\right)$$
$$+\frac{1}{1+\rho}\,E\left[\frac{\partial M_2}{\partial B_1}\bullet\frac{\partial U_2}{\partial M_2}\right]=0$$

$$\text{(29}'\text{)}\qquad \frac{\partial U_1}{\partial D_1}=\frac{\mu}{M_1}\,L'\,(\tau_1)-\frac{1}{p_1\,(1+\mu)}\,E\left(\frac{L'\,(\tau_2)}{Y_2}\right)$$
$$+\frac{1}{1+\rho}\,E\left[\frac{\partial M_2}{\partial D_1}\bullet\frac{\partial U_2}{\partial M_2}\right]=0.$$

Comparant (28′) (29′) et (28) (29), on voit que l'introduction de la sensibilité du taux d'intérêt à M_2 ne change pas l'analyse du risque.

2.6. **Les effets d'une forte dette initiale**

Nous étudions maintenant ce que doit être la réaction de la politique économique lorsque la dette initiale B_0 est forte ; tout d'abord en ce qui concerne la maturité de la dette, puis en ce qui concerne l'émission de dette indexée. Nous revenons au cas où production future Y_2 n'est pas aléatoire.

2.6.1. **Maturité**

Il s'agit de la quantité optimale à émettre de dette à long terme B_1, dans le cas où il n'y a pas de dette indexée. Nous nous plaçons dans le cas le plus réaliste et intéressant, où les autorités de la première période ne peuvent pas préengager celles de la seconde période, et où elles prennent en compte l'effet de leurs décisions sur le taux d'intérêt. On a donc (voir (14)) :

$$\text{(30)}\qquad \begin{cases} \dfrac{\mu}{M_1}\,L'\,(\tau_1)=\dfrac{1}{1+\rho}\,\dfrac{\mu\,(1+r_1)}{M_2}\,L'\,(\tau_2) \\ \quad +\dfrac{1}{p_1\,(1+\mu)\,Y_2}\,\dfrac{B_1}{M_2}\,L'\,(\tau_2)\,\dfrac{\partial M_2}{\partial B_1} \\ \quad \mu\dfrac{M_1+B_1\,(1+r_1)}{M_2}\,L'\,(\tau_2)=\dfrac{Y_1\,M_2}{Y_2\,M_1}\,V'\left(\dfrac{Y_1\,M_2}{Y_2\,M_2}\right). \end{cases}$$

Notons $\alpha=\frac{B_1}{M_2}\,\frac{\partial M_2}{\partial B_1}$.

La première équation se réécrit donc :

(31)
$$\frac{\mu}{M_1}\,L'(\tau_1) = \left[\frac{\mu\,(1+r_1)}{(1+\rho)\,M_2} + \frac{\alpha}{p_1\,(1+\mu)\,Y_2}\right] L'(\tau_2) = \frac{1+\alpha}{p_1\,(1+\mu)\,Y_2}\,L'(\tau_2).$$

Différentiant (31), on voit que B_1 **monte avec** B_0 **d'autant moins que** α **est grand** [5] : si α est grand, la réaction de M_2 à une hausse de B_1 est forte ; ceci accroît la hausse du taux d'intérêt r_1 en réponse à la hausse de B_1 et il en suit que la hausse optimale de τ_1 est forte, donc que la hausse de B_1 doit faiblement compenser celle de B_0, pour éviter la hausse de taux d'intérêt.

Dans quel cas α est-il grand ?

- lorsque les autorités de la période 1 prennent effectivement en compte l'effet de la politique monétaire de la période 2 sur le taux d'intérêt ;
- lorsqu'elles ne peuvent pas préengager la politique monétaire de la période 2 ;
- lorsque l'aversion pour l'inflation des autorités de la période 2 est faible.

La réponse optimale à une hausse de la dette publique héritée est un allongement de la maturité de la dette (report de la dette sur les périodes ultérieures). Cependant, cet allongement doit être d'autant plus faible que l'inflation future, donc les taux d'intérêts courants, répondent fortement au surcroît de dette à long terme.

2.6.2. Dette indexée

Nous avons vu que les autorités de la période 1 (si elles prennent en compte la réaction des taux d'intérêt) ont toujours intérêt à substituer de la dette indexée à de la dette non indexée ; elles doivent donc maximiser :

$$(32)\quad -L\left(\frac{M_0+B_0-D_1}{M_1}\right) - \frac{1}{1+\rho}\,L\left(\mu\,\frac{M_1}{M_2} + D_1\,\frac{1+\rho}{(1+\mu)\,p_1\,Y_2}\right) - \frac{1}{1+\rho}\,V\left(\frac{M_2\,Y_1}{M_1\,Y_2}\right)$$

le comportement des autorités de la période 2 étant donné par :

$$(33)\qquad \mu\,\frac{M_1}{M_2}\,L'(\tau_2) = \frac{Y_1\,M_2}{M_1\,Y_2}\,V'\left(\frac{M_2\,Y_1}{M_1\,Y_2}\right)$$

avec :

$$\tau_2 = \mu\,\frac{M_1 + D_1\,(1+\hat{r})\,\frac{M_2\,Y_1}{M_1\,Y_2}}{M_2} = \mu\,\frac{M_1}{M_2} + D_1\frac{1+\rho}{(1+\mu)\,p_1\,Y_2}.$$

5. Si α est grand, quand τ_1 monte, τ_2 monte moins d'après (31), et, puisque M_2 augmente moins que B_1, τ_1 augmente avec B_1.

Regardons d'abord le comportement des autorités de la période 2. Comparant (33) à (30), on voit que l'incitation à faire de l'inflation est très réduite (M_1 se substitue à $M_1 + B_1 (1 + r_1)$) puisque l'inflation ne réduit pas la valeur réelle de remboursement de la dette indexée ; la réponse de M_2 à une hausse de D_1 est donc plus faible que la réponse de M_2 à une hausse de B_1.

A la période 1, la différence essentielle par rapport au cas précédent est que les changements de l'offre de monnaie M_2 à la période 2 ne modifient pas la valeur réelle future de la dette indexée, ni donc le taux d'imposition futur. La condition d'optimalité se réduit donc à :

(34) $$\frac{\mu}{M_1} L'(\tau_1) = \frac{1}{(1+\mu)\, p_1\, Y_2} L'(\tau_2)\,.$$

Pour le gouvernement de la période 1, pouvoir émettre de la dette indexée est donc équivalent à ignorer l'effet de sa politique d'endettement sur le taux d'intérêt lorsque de la dette non indexée est émise.

Comparant (34) à (31), on voit que lorsque la dette initiale B_0 est accrue, il y a une beaucoup plus forte augmentation des émissions de dette indexée (D_1) que non indexée (B_1) (dans (31), la hausse de τ_2 devait être faible à cause de l'effet sur le taux d'intérêt).

Cette hausse de la dette non indexée n'a pas d'effet fort à la période 2 sur la création monétaire.

De plus, puisque l'effet d'anticipation rationnelle de la masse monétaire future à travers la formation du taux d'intérêt a disparu, l'impossiblité d'engager à l'avance le gouvernement futur n'a plus d'importance; il n'y a plus de perte d'efficacité due à l'absence de préengagement avec dette indexée. De plus, la pression fiscale initiale et l'inflation future sont réduites, l'émission de dette indexée étant forte si la dette héritée du passé l'est.

2.7. Répudiation de la dette B_0

Nous venons de voir que les autorités de la période 1, si elles héritent d'une forte dette B_0 peuvent soit émettre de la dette non indexée à long terme, en assez faible quantité si elles intègrent les effets induits sur les taux d'intérêt, subir une hausse du taux d'imposition courant et du taux d'inflation futur ; soit émettre beaucoup de dette indexée, ce qui réduit le taux d'imposition courant, mais n'a pas d'effet fort sur l'inflation future. Elles peuvent aussi imaginer qu'elles répudient purement et simplement la dette B_0 dont elles héritent. Nous supposons que la conséquence de cette décision est qu'elles ne pourront plus s'endetter ultérieurement, c'est-à-dire que nécessairement $B_1 = 0$.

On a alors :

(35) $$\tau_1 = \frac{M_0 - M_1}{p_1 Y_1} \, (B_0 = B_1 = 0).$$

A la période 2, les autorités maximisent :

(36) $$U_2 = -L\left(\mu \frac{M_1}{M_2}\right) - V\left(\frac{M_2\, Y_1}{M_1\, Y_2}\right)$$

d'où :

$$(37) \qquad \mu \frac{M_1}{M_2} L'\left(\mu \frac{M_1}{M_2}\right) = \frac{M_2 Y_1}{M_1 Y_2} V'\left(\frac{M_2 Y_1}{M_1 Y_2}\right)$$

il y a moins d'inflation à la période 2 puisque le taux d'imposition est faible, B_1 étant nul.

Nous avons vu plus haut que la réaction des autorités de la période 1 impiquait que B_1 varie moins que B_0. S'il y avait eu non annulation de la dette B_0 mais réduction de la dette héritée, B_1 aurait baissé moins que B_0 et le taux d'imposition τ_1 aurait baissé. Ici, le coût de l'annulation de la dette est l'impossibilité de contracter une dette nouvelle.

Le comportement optimal sans répudiation conduit à $B_0 - B_1 < 0$; puisque $\tau_1 = \frac{M_0 - M_1 + B_0 - B_1}{p_1 Y_2}$, **le taux d'imposition à la période est plus faible sans répudiation qu'avec répudiation.**

Le bien-être avec répudiation est :

$$(38) \qquad U_1^A = -L\left(\mu \frac{M_0 - M_1}{M_1}\right) - L\left(\mu \frac{M_1}{M_2}\right) - V\left(\frac{M_2 Y_1}{M_1 Y_2}\right)$$

sans répudiation :

$$(39) \qquad U_1^S = -L\left(\mu \frac{M_0 - M_1 + B_0 - B_1}{M_1}\right) - L\left(\mu \frac{M_1 + B_1(1+r_1)}{M_2}\right) - V\left(\frac{M_2 Y_1}{M_1 Y_2}\right).$$

Nous avons vu plus haut que M_2 croît moins que proportionnellement avec $B_1(1+r_1)$; on peut écrire $M_2 = \theta B_1 (1+r_1) + \bar{M}_2$ $(\theta < 1)$. La répudiation modifie donc le bien-être de :

$$(40) \quad \delta = \mu \frac{B_0 - B_1}{M_1} L'\left(\mu \frac{M_0 - M_1}{M_1}\right) + \mu \frac{B_1(1+r_1)}{M_2} L'\left(\mu \frac{M_1}{M_2}\right) + \frac{\theta B_1 (1+r_1)}{M_1 Y_2} Y_1 V'\left(\frac{\bar{M}_2 Y_1}{M_1 Y_2}\right)$$

Le premier terme est négatif (hausse du taux d'imposition à la période 1) ; les deux seconds sont positifs (baisse du taux d'imposition à la période 2 et baisse de l'inflation à la période 2).

On voit que δ de (40) a un signe ambigu. **La répudiation sera optimale si V' est grand, c'est-à-dire si la pénalisation de l'inflation future est forte**. Si V' est petit, il est possible que la hausse de la pression fiscale initiale rende la répudiation pénalisante.

Si on suppose que la répudiation consiste à réduire B_0 et non à l'annuler, et que la pénalisation est que B_1 est limité au niveau de B_0, l'analyse est similaire, puisqu'alors (40) devient :

$$(40' \qquad \delta = \mu \, \frac{B_0 - B_1}{M_1} \, L' \left(\mu \, \frac{M_0 - M_1}{M_1} \right) + \mu \, \frac{(B_1 - \bar{B}_0)\,(1 + r_1)}{M_2} \times L' \left(\mu \, \frac{M_1 + \bar{B}_0\,(1 + r_1)}{M_2} \right) + \frac{\theta\,(B_1 - \bar{B}_0\,(1 + r_1))}{M_1\,Y_2} \, Y_1 \, V' \left(\frac{M_2\,Y_1}{M_1\,Y_2} \right)$$

où $\bar{B}_0$ est le niveau auquel la dette B_0 est réduite par la répudiation partielle.

Comparant (40′) (40), on voit que la répudiation partielle est moins attrayante, le gain en période 2 étant plus faible.

Par ailleurs, l'incitation à répudier est beaucoup moins forte avec dette indexée, puisque même sans répudiation, l'incitation à pratiquer de l'inflation ayant disparu, la dette léguée est forte, et le taux d'imposition à la période 1 faible.

3 Conclusion

Le fait que les gouvernements ne puissent pas déterminer à l'avance les politiques monétaires mises en place par les gouvernements futurs implique que la maturité optimale de la dette est réduite, et que l'inflation est plus forte que l'inflation optimale, du moins si le gouvernement présent prend en compte l'effet des politiques monétaires futures sur le taux d'intérêt nominal courant. C'est cet effet qui implique que des politiques, qui seront plus tard optimales, ne le sont pas aujourd'hui.

Lorsqu'un gouvernement hérite d'une forte dette publique, il doit allonger la maturité de sa dette ; cependant, cet allongement doit être faible lorsque le gouvernement tient compte des politiques monétaires futures. De ce point de vue, il n'est pas sûr que l'allongement de la maturité de la dette italienne entre 1992 et 1994 que nous avons analysé plus haut (voir tableau 2) soit effectivement optimal.

Il faut reconnaître que de multiples motifs d'allongement de la maturité de la dette sont absents du modèle développé ici. En particulier, l'allongement permet d'éviter des crises de liquidité, c'est-à-dire des difficultés à renouveler la dette dans des périodes de tension financière, difficultés qui sont accrues si ce renouvellement est fréquent.

Nous avons aussi vu que la substitution de dette indexée à la dette non indexée est toujours avantageuse (sauf peut-être si l'incertitude sur les niveaux de production future est forte, en raison du lien induit entre le taux d'imposition nécessaire et le taux d'inflation). Elle permet de réduire l'incitation à l'inflation des gouvernements futurs, donc de faire baisser les taux d'intérêts nominaux ; elle permet aussi de réduire la pression fiscale à court terme puisqu'elle peut être forte sans générer de tentation inflationniste. Nous avons vu que la hausse des taux était le facteur essentiel de divergence de la dette publique en Italie ; les faire baisser en protégeant les épargnants contre l'inflation future serait certainement efficace.

Le remplacement de la dette publique habituelle par de la dette indexée permet aussi de réduire l'incitation à répudier la dette du gouvernement, ce qui est très favorable. La dette publique, dans un pays comme l'Italie, est surtout détenue par les résidents. Les taux d'intérêt élevés qu'ils exigent peuvent être dus non seulement à la crainte de l'inflation, mais aussi à l'idée que le gouvernement ne pourra pas faire face à ses engagements.

• Références bibliographiques

ALESINA A., PRATI A, TABELLINI G. (1990). – "Debt Panics and Debt Management in Italy", in *Public Debt Management: Theory and History,* Dornbush R. et Draghi M. eds.

BARRO R. (1983). – "Inflationary Finance under Discretion and Rules", *Canadian Journal of Economics,* Vol. 16, pp. 1-16.

BOHN H. (1988). – "Why do we Have Nominal Government Debt ?", *Journal of Monetary Economics*, Vol. 21, n° 1.

CALVO G. (1988). – "Servicing the Public Debt: the Role of Expectations", *American Economic Review*, Septembre, Vol. 78, n° 4, pp. 647-661.

CALVO G., GUIDOTTI P. (1990). – "Credibility and Nominal Debt", *IMF Staff Papers,* Vol. 37, n° 3, pp. 612-635.

CALVO G., GUIDOTTI P. (1990a). – "Indexation and Maturity of Government Bonds: a Simple Model", in Dornbusch R., Draghi M. Eds., Public Debt Management: *Theory and History*, Cambridge University Press, Cambridge.

CALVO G., OBSTFELD M. (1990). – "Time Consistency of Fiscal and Monetary Policy: a Comment", *Econometrica*, Vol. 58, n° 5, pp. 1245-1247.

CALVO G., GUIDOTTI P. (1992). – "Optimal Maturity of Nominal Government Debt: an Infinite-Horizon Model", *International Economic Review*, Vol. 33, n° 4, pp. 895-919.

FISCHER S. (1983). – "Welfare Aspects of Government Issue of Indexed Bonds", in Dornbusch R., Simousen M. Eds., *Inflation, Debt and Indexation,* Cambridge MA, MIT Press, pp. 223-246.

GROSSMAN H., VAN HUYCK J. (1987). – "Nominally Denominated Sovereign Debt Risk Shifting and Reputation", *NBER Working Paper n° 2259*.

LUCAS R., STOKEY N. (1983). – "Optimal Fiscal and Monetary Policy in an Economy without Capital", *Journal of Monetary Economics,* Vol. 12, pp. 55-93.

MCCALLUM B. (1984). – "Credibility and Monetary Policy", *NBER Working Paper n° 1490*

OBSTFELD M. (1989). – "Dynamic Seigniorage Theory: An Exploration", *NBER Working Paper n° 2869*.

PELED D. (1985). – "Stochastic Inflation and Government Provision of Indexed Bonds", *Journal of Monetary Economics*, Vol. 15, pp. 291-308.

PERSSON M., PERSSON T., SVENSSON L. (1987). – "Time Consistency of Fiscal and Monetary Policy", *Ecometrica*, Vol. 55, n° 6, pp. 1419-1431.