ANNALES D'ÉCONOMIE ET DE STATISTIQUE. – N° 43 — 1996

Régulation par la production ou par l'intrant en présence d'incertitude

Philippe BONTEMS, Jean-Marc BOURGEON*

RÉSUMÉ. – L'objet de cet article est d'analyser les performances relatives d'une régulation par la production ou par l'intrant dans un cadre principal-agent statique mêlant les problèmes d'aléa moral et de sélection adverse. En particulier, nous définissons des conditions permettant d'étendre le résultat de MASKIN et RILEY [1985] de la supériorité des schémas de production à ce contexte d'incertitude sur l'output.

Input Versus Output Regulatory Incentive Schemes Under Uncertainty

ABSTRACT. – This paper deals with the relative efficiency of output versus input incentives schemes in a static principal-agent model with both moral hazard and adverse selection. We define conditions that allow us to extend the result obtained by MASKIN and RILEY [1985] on the superiority of output contingent contract to the stochastic production setting.

* Ph. BONTEMS : INRA, THEMA-Paris X Nanterre; J.-M. BOURGEON : THEMA-Paris X Nanterre.

Les auteurs remercient Pierre Picard, Patrick Rey et deux rapporteurs anonymes pour leurs remarques et commentaires.

1 Introduction

Une partie importante de la littérature relative à la régulation d'un agent par un principal a pour objet de déterminer les meilleurs contrats pour le principal étant donnée une base de rémunération de l'agent. Si plusieurs variables peuvent être incluses dans le contrat liant les parties, un résultat usuel des modèles d'information asymétrique est qu'il est avantageux d'inclure dans un contrat toutes les variables observables sans coût qui apportent de l'information sur le comportement ou le type de l'agent. Cependant, en pratique, l'observation de plus d'une variable peut être excessivement coûteuse, notamment lorsqu'il s'agit d'évaluer la qualité d'une production, ou de s'assurer que l'agent ne se procure pas sur un marché noir les intrants de production soumis à contrôle, de sorte que la question de la meilleure base de rémunération se pose.

Ce problème a été traité par MASKIN et RILEY [1985] dans un contexte d'asymétrie d'information portant sur le type de l'agent [1]. Ces auteurs ont montré que le choix de la variable de rémunération n'est pas indifférent du fait de son influence sur les rentes d'information [2]. Le but de cet article est d'étendre cette analyse dans un cadre d'incertitude portant sur le niveau de production et où l'agent éprouve de l'aversion envers le risque. Notons qu'en plus de l'asymétrie d'information sur le type de l'agent, les contrats ayant pour base de rémunération le niveau de production effectivement atteint présentent un problème supplémentaire de risque moral dont ne souffrent pas les contrats portant sur l'intrant.

Le modèle proposé développe un cadre principal-agent, proche de celui adopté par ZOU [1992], dans lequel le type de l'agent caractérise à la fois son utilité et la distribution de l'aléa [3]. Nous établissons des conditions sous lesquelles il existe un contrat portant sur l'output qui garantit au principal un niveau de bien-être supérieur à celui qu'il peut atteindre lorsqu'il conditionne les termes du contrat sur l'intrant.

2 Le modèle

On considère le problème d'un principal désireux de contracter avec un agent afin d'obtenir un bien en quantité x contre versement d'un salaire t.

1. Le résultat de Maskin et Riley a été récemment reformulé par KHALIL et LAWARRÉE [1995].
2. Voir aussi CRAMPES [1983,1986] pour le cas de productions impliquant plusieurs intrants.
3. Il ne s'agit donc pas d'un problème d'"observation bruitée", où la base de rémunération est affectée d'un aléa additif indépendant du type de l'agent. (CAILLAUD, GUESNERIE et REY [1992] et GUESNERIE, PICARD et REY [1988] présentent les principaux résultats obtenus par cette littérature dans un cadre d'agent neutre envers le risque. Voir BARON et BESANKO [1987] pour le cas d'agents ayant de l'aversion envers le risque.)

Le problème du principal est double : il ignore la productivité de l'agent et la quantité de bien obtenue dépend non seulement de l'effort effectué par l'agent, mais aussi d'un aléa que tous deux subissent. Plus précisément, on considère que la quantité de biens produits est une variable aléatoire dont les réalisations x $(x \in X \subset R)$ suivent une distribution $G(x|a,\theta)$ conditionnelle à θ, le type de l'agent, et a, l'effort effectué $(a \in A \subset R)$ [4].

Par application du principe de révélation (MYERSON [1982]), lorsque θ n'est pas observable, il suffit de considérer des mécanismes directs révélateurs pour caractériser les contrats dont le principal dispose. Ainsi, l'ensemble des contrats basés uniquement sur la constatation du niveau de production x est l'ensemble $\mathcal{C}_O$ des couples de fonctions d'efforts recommandés (car non vérifiables) et de salaires $\langle a_O, t_O \rangle$ $(\langle a_O, t_O \rangle \equiv (a_O(\tilde{\theta}), t_O(\tilde{\theta}, x)), (\tilde{\theta}, x) \in \Theta \times X$, où $\tilde{\theta}$ est l'annonce par l'agent de son type) qui garantissent un niveau d'utilité minimal normalisé à zéro pour tous les agents (contraintes de rationalité individuelle IR) et sont incitatifs (contraintes IC).

Nous notons $\Pi(t_O(\tilde{\theta}, \cdot), \hat{a}, \theta)$ l'espérance d'utilité d'un agent de type θ ayant fait une annonce $\tilde{\theta}$ et un effort $\hat{a}$ face à un barème $\langle a_O, t_O \rangle$, i.e. :

$$\Pi(t_O(\tilde{\theta}, \cdot), \hat{a}, \theta) = E_x[U(t_O(\tilde{\theta}, x))|\hat{a}, \theta] - V(\hat{a}, \theta)$$

où $E_x[\cdot|\cdot]$ est l'opérateur espérance (conditionnelle) de la variable aléatoire x, $U(\cdot)$ une fonction d'utilité de Von Neuman Morgenstern ($U' > 0$ et $U'' \leq 0$) et $V(\hat{a}, \theta)$ la désutilité d'un agent de type θ à effectuer un effort $\hat{a}$. Les contraintes IC et IR s'écrivent :

$$\begin{cases} \text{IC} : \forall \theta, \tilde{\theta} \in \Theta, \forall \hat{a} \in A & \Pi(t_O(\theta, \cdot), a_O(\theta), \theta) \geq \Pi(t_O(\tilde{\theta}, \cdot), \hat{a}, \theta) \\ \text{IR} : \forall \theta \in \Theta & \Pi(t_O(\theta, \cdot), a_O(\theta), \theta) \geq 0 \end{cases}$$

De la même manière, l'ensemble des contrats dont la base de rémunération repose sur la constatation du niveau d'effort a est l'ensemble $\mathcal{C}_I$ des couples de fonctions d'efforts et de transferts $\langle a_I, t_I \rangle$, $(\langle a_I, t_I \rangle \equiv (a_I(\tilde{\theta}), t_I(\tilde{\theta})), \tilde{\theta} \in \Theta)$, tels que (en notant $\Pi(t_I(\tilde{\theta}), a_I(\tilde{\theta}), \theta) \equiv U(t_I(\tilde{\theta})) - V(a_I(\tilde{\theta}), \theta)$ l'utilité d'un agent pour un transfert non aléatoire $t_I(\tilde{\theta})$) :

$$\begin{cases} \text{IC} : \forall \theta, \tilde{\theta} \in \Theta & \Pi(t_I(\theta), a_I(\theta), \theta) \geq \Pi(t_I(\tilde{\theta}), a_I(\tilde{\theta}), \theta) \\ \text{IR} : \forall \theta \in \Theta & \Pi(t_I(\theta), a_I(\theta), \theta) \geq 0 \end{cases}$$

Observons qu'un couple de fonctions $\langle a_O, t_O \rangle$ constitue un menu de contrats, en ce sens qu'à toute annonce $\tilde{\theta}$ correspond un transfert qui est aussi fonction de x, le niveau de production effectivement atteint.

Soit $W(a, t, \theta)$ le niveau d'utilité du principal, supposé neutre envers le risque, lorsqu'il signe un contrat $\langle a, t \rangle$ avec un agent de type θ. Il dépend de l'effort effectué par l'agent (car celui-ci influence le niveau de production) et du salaire qu'il doit verser en contrepartie :

$$W(a, t, \theta) \equiv E_x[x - t|a, \theta].$$

4. La formulation est donc plus générale qu'un problème d'information bruitée limité à des aléas additifs, indépendant du type de l'agent, de la forme : $g(x - a|a, \theta) = f(x) \quad \forall\ (a, \theta) \in A \times \Theta$.

Les croyances a priori du principal sur le type de l'agent sont représentées par la fonction de répartition $F(\theta)$ sur $\Theta = [\underline{\theta}, \bar{\theta}]$ (avec $f(\theta)$ une densité associée). Par conséquent, pour chaque catégorie de contrat $\mathcal{C}_k$, $k \in \{O, I\}$, les contrats préférés par le principal $\langle a_k^*, t_k^* \rangle$ sont donnés par :

$$\langle a_k^*, t_k^* \rangle \in \underset{\langle a_k, t_k \rangle \in \mathcal{C}_k}{arg\ max} \int_\Theta W(a_k, t_k, \theta) dF(\theta)$$

et le principal préfère une régulation par l'output si :

$$W(a_O^*, t_O^*, \theta) - W(a_I^*, t_I^*, \theta) \geq 0 \qquad \forall \theta \in \Theta.$$

Sous ce critère, le principal détermine la base de la rémunération de l'agent (production ou intrant) et la forme du contrat de sorte que son choix soit optimal pour tout type d'agent [5].

3 Technologie de production

Afin de spécifier totalement le problème du principal, nous formulerons les hypothèses suivantes sur la technologie de production :

HYPOTHÈSE 1 : $\partial_a G(\cdot|a, \theta) < 0, \partial_a V(a, \theta) > 0$

HYPOTHÈSE 2 : $\partial_\theta V(a, \theta)$ et $\partial_\theta G(\cdot|a, \theta)$ ont des signes constants sur $A \times \Theta$

HYPOTHÈSE 3 : $\dfrac{\partial_\theta g(x|a, \theta)}{\partial_a g(x|a, \theta)} = k(a, \theta)$

5. Un critère alternatif, et moins exigeant, est donné par :

$$\int_\Theta [W(a_O^*, t_O^*, \theta) - W(a_I^*, t_I^*, \theta)] dF(\theta) \geq 0$$

Cependant, sous ce critère, il est possible que le contrat optimal lorsque l'on se restreint à une des deux bases de rémunération ne soit pas le meilleur pour certains types d'agents (plus précisément, il peut exister des sous-ensembles de Θ de mesures non nulles tels que $W(a_O^*, t_O^*, \theta) - W(a_I^*, t_I^*, \theta) < 0$). Le principal pourrait alors améliorer son bien-être en proposant simultanément les deux catégories de contrats et laisser l'agent faire un choix (exclusif) sur le mode de régulation. Une telle possibilité reviendrait à segmenter l'ensemble des types possibles d'agents en sous-ensembles dans lesquels le mode de régulation choisi par tous les agents appartient à une seule des deux catégories.

HYPOTHÈSE 4 : $\begin{cases} \dfrac{G(x|a,\theta)}{\partial_a G(x|a,\theta)} \to 0 & \text{quand } x \to \inf(X) \\ \dfrac{G(x|a,\theta)}{\partial_a G(x|a,\theta)} \to -\infty & \text{quand } x \to \sup(X) \\ \partial_x \left[\dfrac{G(x|a,\theta)}{\partial_a G(x|a,\theta)} \right] < 0 & \end{cases}$

Les hypothèses 1 et 2 rassemblent des hypothèses de monotonie usuelles sur la technologie de production. L'hypothèse 1 exprime notamment qu'un accroîssement d'effort déplace la distribution de probabilité du niveau de production (au sens de la dominance stochastique au premier ordre) pour tous les types d'agents, au prix d'une baisse de leur utilité. Si l'on pose $Q(a,\theta) \equiv \int x dG(x|a,\theta)$, on a par conséquent $\partial_a Q > 0$. L'hypothèse 3 stipule en outre que l'effort et le type affectent un même paramètre caractérisant la distribution de l'aléa. Observons que l'hypothèse 3 implique en particulier que $k(a,\theta) = \dfrac{\partial_\theta Q}{\partial_a Q}(a,\theta)$ (voir annexe A.1). L'hypothèse 4 est reprise de MIRRLEES [1974] et garantit que les schémas de menace concrétisent asymptotiquement les contrats de premier rang dans un cadre d'aléa moral pur (c'est-à-dire quand le type de l'agent est connu), de sorte que le problème d'aléa moral est alors non pertinent. Elle exprime que le ratio de vraisemblance est monotone et non borné inférieurement. Ces hypothèses sont notamment vérifiées par des lois log-normales (lorsque l'effort et le type affectent l'espérance de la loi normale de référence).

4 Résolution du problème du principal

La proposition suivante est une généralisation du résultat de MASKIN et RILEY [1985] à des problèmes avec incertitude sur le niveau de production.

PROPOSITION 1 : Sous H1, H2, H3 et H4, des conditions suffisantes pour que :

$$W(a_I^*, t_I^*, \theta) < W(a_O^*, t_O^*, \theta) \ \forall \theta \in \Theta$$

sont données par : $\forall\ (a,\theta) \in A \times \Theta$,
(i) $\partial_\theta V(a,\theta) \partial_\theta G(\cdot|a,\theta) < 0$
(ii) $\partial_\theta V(a,\theta) \Delta(a,\theta) < 0$
où $\Delta(a,\theta) \equiv k(a,\theta) - \dfrac{\partial_\theta V}{\partial_a V}(a,\theta)$.

Preuve: voir annexe A.2.

La preuve de la proposition 1 consiste à montrer que l'on peut trouver un contrat portant sur l'output instaurant un même niveau d'effort et procurant un niveau d'utilité supérieur pour le principal à celui d'un contrat portant directement sur l'effort. C'est à fortiori vrai pour le meilleur des contrats portant sur l'output.

Les conditions énoncées dans la proposition 1 s'interprètent de la manière suivante (on développera le cas $\partial_\theta V < 0$).

La condition (i) implique $\partial_\theta G > 0$: le principal fait face à des technologies de production soit peu coûteuses mais peu performantes (type θ élevé), soit de productivité élevée mais onéreuse (type θ faible). Supposons au contraire que le type de l'agent ait une influence positive ($\partial_\theta G < 0$) sur la production à effort donné : on obtient alors le résultat inverse d'une régulation moins coûteuse pour le principal dans le cas d'un contrat portant sur l'effort. En effet, une régulation sur la production oblige le principal à dédommager les bons types à double titre pour ne pas qu'ils se prétendent mauvais : leur faible désutilité à l'effort d'une part et leur forte productivité d'autre part.

La condition (ii) requiert $\Delta(a, \theta) > 0$, ce qui signifie que le taux marginal de substitution entre effort et type est plus élevé à niveau de production espéré constant qu'à niveau d'effort constant. Par conséquent, pour un même niveau de production, un agent de type fort éprouve moins de désutilité qu'un agent de type faible. Supposons en effet que le principal puisse opérer des variations du niveau d'effort, da, et de type d'agent, $d\theta$, à niveau de production espéré donné. On a alors: $dQ = 0 = \partial_a Q da + \partial_\theta Q d\theta$. Sous l'hypothèse 1 et $\partial_\theta G > 0$, tout accroîssement de type $d\theta$ doit donc être compensé par une augmentation d'effort da pour maintenir le niveau espéré de production constant. La variation d'utilité (à transfert t donné) induite sur un agent "représentatif" s'exprime :

$$dV = \partial_a V da + \partial_\theta V d\theta = \left(\frac{\partial_\theta V}{\partial_a V} - \frac{\partial_\theta Q}{\partial_a Q} \right) \partial_a V d\theta = -\Delta \partial_a V d\theta$$

qui est du signe opposé à $d\theta$ sous $\Delta(a, \theta) > 0$. Les "bons" types d'agents (pour le principal) sont donc les types θ élevés et le principal sera désireux d'imposer un effort d'autant plus important que la caractéristique de l'individu sera forte. Par conséquent, à effort donné, les pertes de productivités dues au type élevé d'un agent viennent seulement nuancer les gains en terme d'utilité qu'il réalise par rapport à un type d'agent plus faible. La condition $\Delta(a, \theta) > 0$ permet donc de conserver dans le cadre d'une régulation via la production la hiérarchie des types qui s'opère dans une régulation via l'effort : les agents les plus mauvais demeurent ceux du type $\underline{\theta}$, de sorte que ces individus ont le même niveau d'utilité sous les deux régulations (niveau nul défini par les contraintes IR). Il suffit alors de comparer les accroissements de rente d'information sous les deux systèmes de régulation (à niveau d'effort donné) pour déterminer celui qui est le meilleur pour le principal. De la même manière, dans le cas où $\partial_\theta V > 0$, les agents les moins intéressants pour le principal sont les agents de type élevé sous une régulation par l'intrant, et les conditions (i) et (ii) permettent de conserver une telle hiérarchie avec des contrats portant sur la production.

Plusieurs cas limites peuvent être considérés. Si les agents éprouvent la même désutilité pour un même niveau d'effort ($\partial_\theta V \equiv 0$), alors contracter sur le niveau d'effort permet au principal d'obtenir le premier rang, car l'information cachée n'intervient pas dans l'utilité de l'agent. De la même manière, si les taux marginaux de substitution entre effort et type sont les mêmes au niveau de la distribution de l'aléa et de la désutilité de l'agent ($\Delta \equiv 0$), le principal n'a pas de rentes à verser sous une régulation par le niveau de production et peut donc instaurer le premier rang. En effet, tout gain sur la désutilité à l'effort qu'un agent pourrait réaliser en ne déclarant pas son vrai type peut être exactement compensé par une moindre rémunération. Si le type de l'agent n'influence pas le niveau de production ($\partial_\theta G \equiv 0$, soit $k = 0$), alors les rentes à verser sous les deux systèmes de régulation sont les mêmes et le principal est indifférent. On retrouve alors les résultats d'équivalence des modèles d'observation bruitée et celui de Zou [1992] d'une concrétisation asymptotique du schéma de régulation via l'effort par des mécanismes de menace. Mais si les conditions énoncées dans la proposition 1 sont remplies, le principal peut faire beaucoup mieux quand $k \neq 0$ avec un contrat de production. Les résultats établis par Zou, qui peuvent sembler aller à l'encontre d'une telle propriété, sont en fait dus à la notion de concrétisation qu'il retient. Celle-ci inclut, en effet, un niveau d'utilité espérée pour l'agent au moins aussi grand par le contrat sur l'output que sur l'input. C'est en s'affranchissant de la contrainte selon laquelle l'agent doit être au moins aussi bien sous le contrat de production que sous le contrat basé sur l'effort, que l'on établit que le contrat de production est le meilleur pour le principal : comme indiqué par l'équation (7) de l'annexe A.2, pour réaliser un même niveau d'effort et donc de production, le niveau d'utilité de l'agent est plus faible avec un contrat portant sur la production qu'avec un contrat portant sur l'effort [6].

6. Il est aussi possible d'étendre le résultat de Mirrlees [1974] à notre contexte mêlant anti-sélection et risque moral (voir Bontems et Bourgeon [1994]).

ANNEXE

A.1. Propriétés de $k(a,\theta)$

Par définition :

$$Q(a,\theta) \equiv \int_X x dG(x|a,\theta)$$

or, pour $\alpha > 0$:

$$\int_{-\alpha}^{\alpha} x dG(x|a,\theta) = \int_{-\alpha}^{0} x dG(x|a,\theta) + \int_{0}^{\alpha} x dG(x|a,\theta)$$

soit en intégrant par parties :

$$\begin{aligned}
\int_{-\alpha}^{\alpha} x dG(x|a,\theta) &= [xG(x|a,\theta)]_{-\alpha}^{0} - \int_{-\alpha}^{0} G(x|a,\theta)dx \\
&\quad + [xG(x|a,\theta)]_{0}^{\alpha} - \int_{0}^{\alpha} G(x|a,\theta)dx \\
&= \int_{-\alpha}^{0} [G(-\alpha|a,\theta) - G(x|a,\theta)]dx \\
&\quad + \int_{0}^{\alpha} [G(\alpha|a,\theta) - G(x|a,\theta)]dx
\end{aligned}$$

$Q(a,\theta)$ peut donc s'exprimer :

$$\begin{aligned}
Q(a,\theta) &= \lim_{\alpha\to+\infty} \int_{-\alpha}^{\alpha} x dG(x|a,\theta) \\
&= -\int_{-\infty}^{0} G(x|a,\theta)dx + \int_{0}^{+\infty} [1 - G(x|a,\theta)]dx
\end{aligned}$$

et on obtient

$$\partial_\theta Q(a,\theta) = -\int_X \partial_\theta G(x|a,\theta)dx$$

Sous H3 :

$$\begin{aligned}
\partial_\theta Q(a,\theta) &= -\int_X \int_{y\leq x} \partial_\theta g(y|a,\theta)dydx \\
&= -k(a,\theta) \int_X \int_{y\leq x} \partial_a g(y|a,\theta)dydx \\
&= k(a,\theta)\partial_a Q(a,\theta)
\end{aligned}$$

et on a les égalités :

$$k(a,\theta) = \frac{\partial_\theta g}{\partial_a g}(\cdot|a,\theta) = \frac{\partial_\theta G}{\partial_a G}(\cdot|a,\theta) = \frac{\partial_\theta Q}{\partial_a Q}(a,\theta)$$

A.2. **Preuve de la proposition 1**

Du fait de la contrainte IC, la croissance de la rente d'information correspondant au type θ face au contrat $\langle a_I^*, t_I^* \rangle$ s'exprime :

$$(1) \qquad \dot{\Pi}(t_I^*(\theta), a_I^*(\theta), \theta) \equiv \frac{d}{d\theta}[\Pi(t_I^*(\tilde{\theta}), a_I^*(\tilde{\theta}), \theta)]|_{\tilde{\theta}=\theta} = -\partial_\theta V(a_I^*(\theta), \theta)$$

En supposant $\partial_\theta V(a_I^*(\theta), \theta) < 0$ (le cas $\partial_\theta V(a_I^*(\theta), \theta) > 0$ s'en déduit immédiatement), le transfert $t_I^*(\theta)$ vérifie :

$$(2) \qquad U(t_I^*(\theta)) = V(a_I^*(\theta), \theta) - \int_{\underline{\theta}}^{\theta} \partial_\theta V(a_I^*(\nu), \nu) d\nu$$

où $\underline{\theta}$ est le plus faible type d'agents avec lequel le principal désire contracter [7]. (Dans le cas où $\partial_\theta V > 0$, la contrainte IR est saturée en $\bar{\theta}$.)

Considérons la classe de contrats de production définie par :

$$\psi(\tilde{\theta}, x) = \begin{cases} R(\tilde{\theta}) & \text{si } x \geq \tau(\tilde{\theta}) \\ M(\tilde{\theta}) & \text{sinon} \end{cases}$$

avec $M(\tilde{\theta}) < R(\tilde{\theta})$ et où l'effort que le principal veut instaurer est $a_I^*(\tilde{\theta})$ [8]. L'utilité de l'agent de type θ ayant annoncé $\tilde{\theta}$ et effectué un effort $\hat{a}$ s'exprime :

$$\Pi(\psi(\tilde{\theta}, \cdot), \hat{a}, \theta) = U(R(\tilde{\theta})) - V(\hat{a}, \theta) + G(\tau(\tilde{\theta})|\hat{a}, \theta)[U(M(\tilde{\theta})) - U(R(\tilde{\theta}))]$$

La croissance de la rente d'information nécessaire à la réalisation de l'effort a_I^* et à la révélation de son type par l'agent est par conséquent :

$$(3) \qquad \begin{aligned} \dot{\Pi}(\psi(\theta, \cdot), a_I^*(\theta), \theta) &= \partial_\theta \Pi(\psi(\theta, \cdot), a_I^*(\theta), \theta) \\ &= -\partial_\theta V(a_I^*, \theta) \\ &\quad + \partial_\theta G(\tau | a_I^*, \theta)[U(M(\theta)) - U(R(\theta))] \end{aligned}$$

et la contrainte d'incitation à l'effort donne au premier ordre :

$$(4) \quad \partial_a \Pi(\psi(\theta, \cdot), a_I^*(\theta), \theta) = - \partial_a V(a_I^*(\theta), \theta) + \partial_a G(\tau | a_I^*(\theta), \theta)[U(M(\theta)) - U(R(\theta))] = 0$$

---

7. Le plus faible type d'agents avec lesquels le principal désire contracter peut en toute généralité dépendre du type de contrat proposé. Introduire cette possibilité n'ajoute cependant rien à notre analyse qui se généralise facilement.
8. Ce type de contrats dichotomiques, dits "mécanismes de menace", est inspiré de MIRRLEES [1974]. Ils comportent trois composantes : une cible τ que l'agent doit dépasser pour obtenir le meilleur des paiements R, sinon il ne reçoit qu'une compensation M. Du fait du problème de sélection adverse, ces trois composantes dépendent d'une annonce $\tilde{\theta}$ faite au principal par l'agent.

En substituant (4) dans (3) il vient :

$$
\begin{aligned}
&(5) \qquad \dot{\Pi}(\psi(\theta,\cdot),a_I^*(\theta),\theta)\\
&(6) \qquad\quad = -\partial_\theta V(a_I^*(\theta),\theta) + \frac{\partial_\theta G(\tau(\theta)|a_I^*(\theta),\theta)}{\partial_a G(\tau(\theta)|a_I^*(\theta),\theta)}\partial_a V(a_I^*(\theta),\theta)\\
&\qquad\qquad = \partial_a V(a_I^*(\theta),\theta)\Delta(a_I^*(\theta),\theta)
\end{aligned}
$$

Sous l'hypothèse $\partial_\theta V(a,\theta)\Delta(a,\theta) < 0$, $\dot{\Pi}(\psi(\theta,\cdot),a_I^*(\theta),\theta)$, la rente marginale procurée par un contrat $\langle\psi,a_I^*\rangle$, est du même signe que $\dot{\Pi}(t_I^*(\theta),a_I^*(\theta),\theta)$. Par conséquent, dans le cas où $\partial_\theta V(a,\theta) < 0$, la contrainte IR des agents $\underline{\theta}$ est saturée sous les deux types de contrats. On établit facilement en intégrant (5) que :

$$
(7) \qquad \Pi(\psi(\theta,\cdot),a_I^*(\theta),\theta) - \Pi(t_I^*(\theta),a_I^*(\theta),\theta) = \int_{\underline{\theta}}^{\theta} k(a_I^*(\nu),\nu)\partial_a V(a_I^*(\nu),\nu)d\nu
$$

qui s'exprime aussi :

$$
(8) \qquad G(\tau(\theta)|a_I^*(\theta),\theta)[U(M(\theta)) - U(R(\theta))] = \int_{\underline{\theta}}^{\theta} k(a_I^*(\nu),\nu)\partial_a V(a_I^*(\nu),\nu)d\nu + U(t_I^*(\theta)) - U(R(\theta))
$$

Montrons que (4) et (8) déterminent une cible $\tau(\theta)$ et un dédommagement $M(\theta)$ uniques à $R(\theta)$ donné. En effet, (4) et (8) donnent :

$$
(9) \qquad \partial_a V(a_I^*(\theta),\theta)\frac{G(\tau(\theta)|a_I^*(\theta),\theta)}{\partial_a G(\tau(\theta)|a_I^*(\theta),\theta)} = \int_{\underline{\theta}}^{\theta} k(a_I^*(\nu),\nu)\partial_a V(a_I^*(\nu),\nu)d\nu + U(t_I^*(\theta)) - U(R(\theta))
$$

où l'intégrale dans le membre de droite est négative sous (i). Par conséquent, une condition suffisante pour que l'équation (9) admette une solution (unique) en $\tau(\theta)$ sous l'hypothèse 4 est donnée par $R(\theta) \geq t_I^*(\theta)$. Sous cette condition, l'équation (4) définit alors un dédommagement $M(\theta)$ qui vérifie $M(\theta) < R(\theta)$. On donne en annexe A.3 un ensemble de conditions sous lesquelles le mécanisme (R,M,τ) vérifie les conditions du second ordre de révélation et d'effort de l'agent.

Considérons le mécanisme de menace particulier $\psi_I(\theta,\cdot)$ où $R(\theta) = t_I^*(\theta)$ et où l'effort que veut instaurer le principal est $a_I^*(\theta)$. Le coût pour le principal d'un contrat $\langle\psi_I,a_I^*\rangle$ s'exprime :

$$
E_x[\psi_I(\theta,x)|a_I^*(\theta),\theta] = R(\theta) + G(\tau(\theta)|a_I^*(\theta),\theta)(M(\theta) - R(\theta)) < t_I^*(\theta)
$$

Par conséquent :

$$W(a_I^*, \psi_I, \theta) > W(a_I^*, t_I^*, \theta)$$

et comme, par définition :

$$W(a_O^*, t_O^*, \theta) \geq W(a_I^*, \psi_I, \theta)$$

on en déduit le résultat. $\square$

A.3. **Conditions du second ordre**

On développera seulement le cas $\partial_\theta V < 0$ et on supposera les fonctions U, V et f suffisamment régulières pour que :

$$a_I^{*'} \geq -\partial_\theta \left[\frac{\partial_a V}{\partial_a G}\right] \Big/ \partial_a \left[\frac{\partial_a V}{\partial_a G}\right]$$

Un ensemble de conditions du second-ordre est alors donné par :

HYPOTHÈSE 5 : $\partial_a \left[\dfrac{\partial_a V}{\partial_a G}\right] < 0$

HYPOTHÈSE 6 : $k \geq \partial_\theta \left[\dfrac{\partial_a V}{\partial_a G}\right] \Big/ \partial_a \left[\dfrac{\partial_a V}{\partial_a G}\right]$

Preuve: Les conditions à vérifier sont les suivantes :

$$\partial_{aa}\Pi \leq 0 \text{ et } \delta = \partial_{aa}\Pi \partial_{\tilde{\theta}\tilde{\theta}}\Pi - (\partial_{a\tilde{\theta}}\Pi)^2 \geq 0$$

(i). D'après (4) :

$$\begin{aligned}
\partial_{aa}\Pi(\psi_I(\theta, \cdot), a_I^*(\theta), \theta) &= -\partial_{aa}V(a_I^*, \theta) + \partial_{aa}G(\tau|a_I^*, \theta)[U(M) - U(R)] \\
&= -\partial_{aa}V(a_I^*, \theta) + \partial_{aa}G(\tau|a_I^*, \theta)\frac{\partial_a V(a_I^*, \theta)}{\partial_a G(\tau|a_I^*, \theta)} \\
&= -\partial_a G(\tau|a_I^*, \theta)\partial_a \left[\frac{\partial_a V(a_I^*, \theta)}{\partial_a G(\tau|a_I^*, \theta)}\right] \\
&\leq 0 \text{ sous H5}
\end{aligned}$$

(ii). Comme :

$$(\forall\theta) : d_\theta[\partial_{\tilde{\theta}}\Pi(\psi_I(\theta, \cdot), a_I^*(\theta), \theta)] = \partial_{a\tilde{\theta}}\Pi a_I^{*\prime} + \partial_{\tilde{\theta}\tilde{\theta}}\Pi + \partial_{\theta\tilde{\theta}}\Pi = 0$$

et :

$$(\forall\theta) : d_\theta[\partial_a\Pi(\psi_I(\theta, \cdot), a_I^*(\theta), \theta)] = \partial_{aa}\Pi a_I^{*\prime} + \partial_{a\tilde{\theta}}\Pi + \partial_{\theta a}\Pi = 0$$

il vient :

$$\partial_{\tilde{\theta}\tilde{\theta}}\Pi = (\partial_{aa}\Pi a_I^{*\prime} + \partial_{\theta a}\Pi)a_I^{*\prime} - \partial_{\theta\tilde{\theta}}\Pi$$

où :

$$\begin{aligned}\partial_{\theta\tilde{\theta}}\Pi &= \frac{\partial_a V}{\partial_a G}\tau'(\partial_\theta g - k(a_I^*, \theta)\partial_a g)\partial_{a\tilde{\theta}}\Pi a_I^{*\prime} - k(a_I^*, \theta)(\partial_{aa}\Pi a_I^{*\prime} + \partial_{\theta a}\Pi)\\ &= -k(a_I^*, \theta)(\partial_{aa}\Pi a_I^{*\prime} + \partial_{\theta a}\Pi)\end{aligned}$$

Par conséquent :

$$\begin{aligned}\partial_{\tilde{\theta}\tilde{\theta}}\Pi &= (\partial_{aa}\Pi a_I^{*\prime} + \partial_{\theta a}\Pi)(a_I^{*\prime} + k(a_I^*, \theta))\\ &= -\partial_{a\tilde{\theta}}\Pi(a_I^{*\prime} + k(a_I^*, \theta))\end{aligned}$$

La condition (ii) s'exprime :

$$\delta = -\partial_{a\tilde{\theta}}\Pi(\partial_{aa}\Pi(a_I^{*\prime} + k(a_I^*, \theta)) + \partial_{a\tilde{\theta}}\Pi) \geq 0$$

où

$$\partial_{a\tilde{\theta}}\Pi = \partial_a G(\tau|a_I^*, \theta)\left\{\partial_a\left[\frac{\partial_a V(a_I^*, \theta)}{\partial_a G(\tau|a_I^*, \theta)}\right]a_I^{*\prime} + \partial_\theta\left[\frac{\partial_a V(a_I^*, \theta)}{\partial_a G(\tau|a_I^*, \theta)}\right]\right\}$$

Il faut par conséquent que :

$$-\partial_{a\tilde{\theta}}\Pi\left(k - \partial_\theta\left[\frac{\partial_a V}{\partial_a G}\right]\Big/\partial_a\left[\frac{\partial_a V}{\partial_a G}\right]\right) \geq 0$$

condition vérifiée sous H6.

• Références bibliographiques

BARON, D. P., BESANKO, D. (1988). – "Monitoring, Moral Hazard, Asymmetric Information, and Risk Sharing in Procurement Contracting", *RAND Journal of Economics*, 18, pp. 509-532.

BONTEMS, P., BOURGEON, J.-M. (1994). – "Régulation par la production ou par l'intrant : quelques résultats", *document de travail THEMA*, 9408.

CAILLAUD, B., GUESNERIE, R., REY, P. (1992). – "Noisy Observation in Adverse Selection Models", *Review of Economic Studies*, 59, pp. 595-615.

CRAMPES, C. (1983). – "Subvention et régulation d'une entreprise privée", *Annales de l'INSEE*, 51, pp. 47-63.

CRAMPES, C. (1986). – "Des instruments pour le contrôle des entreprises publiques", *Revue économique*, 5, pp. 757-782.

GUESNERIE, R., LAFFONT, J.-J. (1984). – "A Complete Solution to a Class of Principal-Agent Problems with an Application to the Control of a Self-Managed Firm", *Journal of Public Economics*, 25, pp. 329-369.

GUESNERIE, R., PICARD, P., REY, P. (1989). – "Adverse Selection and Moral Hazard with Risk Neutral Agents", *European Economic Review*, 33, pp. 807-823.

KHALIL, F., LAWARRÉE, J. (1995). – “Input Versus Output Monitoring: Who Is the Residual Claimant?”, *Journal of Economic Theory*, 66, pp. 139-157.

MASKIN, E., RILEY, J. (1985). – “Input Versus Output Incentive Schemes”, *Journal of Public Economics*, 28, pp. 1-23.

MIRRLEES, J. A. (1974). – “Notes on Welfare Economics, Information, and Uncertainty, in Balch, McFadden and Wu, Eds.”, *Essays on Economic Behavior Under Uncertainty*, Amsterdam, North-Holland.

MYERSON, R. B. (1982). – “Optimal Coordination Mechanisms in Generalized Principal-Agent Problems”, *Journal of Mathematical Economics*, 10, pp. 67-81.

ZOU, L. (1992). – “Threat-Based Implementation of Incentive Compatible Mechanisms”, *Annales d’Economie et de Statistiques*, 25-26, pp. 189-204.