

Calcul économique itératif et stratégique pour les négociations internationales sur les pluies acides entre la Finlande, la Russie et l'Estonie

Marc GERMAIN, Philippe TOINT, Henry TULKENS*

RÉSUMÉ. – Dans cet article, nous introduisons un traitement plus réaliste du temps que dans le modèle dynamique de KAITALA, MÅLER et TULKENS [1995] relatif aux négociations internationales en matière de pollutions transfrontières. Nous utilisons une formulation en temps discret, et reformulons l'hypothèse d'information locale sur les fonctions de coût de dépollution et de dommages à l'environnement en supposant que ces fonctions ne sont connues que jusqu'à un certain seuil, qui évolue avec le temps en fonction des progrès de la négociation.

A chaque étape de la négociation, les délégués des parties calculent le meilleur état coopératif possible étant donné l'information disponible et les seuils en vigueur, et fixent cet état comme objectif à atteindre avant que ne commence l'étape suivante. Cet objectif varie à son tour d'une étape à l'autre, et l'on montre que la séquence d'états ainsi réalisés converge en un nombre fini d'étapes vers un optimum. Enfin, en s'inspirant du concept de noyau de la théorie des jeux coopératifs, une structure de transferts entre agents est introduite dans le modèle, ayant la propriété de rendre "rationnelle" la séquence des états de l'économie - et de l'environnement, non seulement pour chacune des parties individuellement, mais aussi pour toute coalition de celles-ci.

L'ensemble de la procédure est illustré par une simulation numérique appliquée aux mêmes données que celles du problème traité par les auteurs cités, à savoir celui de la pollution transfrontière par le SO_2 entre la Finlande, la Russie et l'Estonie.

An Iterative and Strategically Stable Process for International Negotiations on Acid Rains between Finland, Russia and Estonia

ABSTRACT. – A discrete time "resource allocation process" bearing on international negotiations relating to SO_2 transfrontier pollution between Finland, Russia and Estonia is formulated here as a sequence of solutions to successive non linear programs. A novel assumption concerning local information on abatement and damage costs endogenously determines step sizes at each stage. The sequence is shown to converge in finite time towards the optimum. It also specifies financial transfers between the parties so as to ensure their voluntary cooperation in the game theoretic sense of the core concept.

* M. GERMAIN : CORE, Université Catholique de Louvain; P. TOINT : Facultés Universitaires Notre-Dame de la Paix, Namur; H. TULKENS : CORE, IRES, Université Catholique de Louvain, Facultés Universitaires Saint-Louis, Bruxelles.

Travail réalisé par le premier et le troisième auteurs dans le cadre du projet "Environmental Policy, International Agreements and International Trade" de l'Union Européenne (DG XII), géré par le professeur Alistair Ulph et le CEPR, Londres, ainsi que de la convention n° 2.4589.92 entre le Center for Operations Research and Econometrics (CORE) et le Fonds de la Recherche Fondamentale Collective, Bruxelles; à ce dernier titre, elle s'inscrit aussi dans le cadre du réseau européen CHM "Designing Economic Policy for Management of Natural Resources and the Environment" géré par le professeur Anastasios Xepapadeas.

Le premier auteur a aussi bénéficié du Fonds de Développement Scientifique de l'UCL (projet n° 7-29039).

1 Introduction

Cet article traite de la modélisation de négociations internationales portant sur la réduction de pollutions transfrontières, telle que proposée par CHANDER et TULKENS [1991, 1992a, 1992b] dans un cadre général, et appliquée à un problème de pluies acides en Europe du Nord par KAITALA, MÄLER et TULKENS [1995] (cité “KMT [1995]” ci-après). Plus précisément, notre but est de faire progresser sur le plan du réalisme le traitement du temps dans les modèles utilisés par ces auteurs.

A l’instar de ceux-ci, nous nous démarquons des approches avec information globale de MÄLER [1989] ou de KAITALA et POHJOLA [1992], et nous envisageons le problème dans un contexte dynamique, où les agents ne disposent que d’une information *partielle*, en l’occurrence locale¹, au moment où ils négocient. En revanche, à la différence de CHANDER et TULKENS [1991, 1992a, 1992b] et KMT [1995], nous ne supposons pas que cette information soit infinitésimale, au sens où elle se limiterait aux valeurs marginales courantes des coûts de dépollution et des dommages induits par la pollution à l’environnement.

Dans le modèle qui suit, il est supposé en effet que les agents négocient par étapes, et que chaque fois qu’ils négocient, ils ne connaissent leurs fonctions de coût de dépollution et de dommages à l’environnement *que jusqu’à un certain seuil*. Ils calculent alors le meilleur état coopératif possible étant donné ces seuils et l’information disponible sur les coûts, et ils retiennent cet état comme objectif à atteindre avant que ne se tienne l’étape de négociation suivante. En supposant alors que les seuils se déplacent au cours du temps en fonction des progrès réalisés dans la réduction des émissions, nous montrons qu’une succession de telles étapes de négociation conduit les différents pays vers un optimum, c’est-à-dire une politique d’émissions dont le coût est minimum pour la collectivité des régions concernées considérée dans son ensemble, et compte tenu du coût des dépôts que cette politique laisse subsister.

Par rapport au modèle en temps continu de KMT [1995], la procédure proposée ici – formulée en temps discret – présente un double avantage : d’une part, celui d’amener les agents à l’optimum en un nombre fini d’étapes ; d’autre part, celui de clarifier et de rendre réaliste l’échelle du temps, au sens où périodes de temps entre deux négociations et périodes de négociations proprement dites sont bien distinguées.

Par ailleurs, CHANDER et TULKENS [1991, 1992a, 1992b] insistent sur le fait qu’un pays ne coopérera au programme international de réduction de la pollution que dans la mesure où il y gagne – et où, de plus, aucune coalition de pays n’a intérêt à agir autrement. Ils proposent pour ce faire une clé de partage des coûts de dépollution, qui prend la forme de transferts entre agents garantissant que les gains de ces derniers soient d’une part

1. L’information n’est toutefois pas asymétrique ; dans ce sens, elle est supposée (localement) complète. Cette structure d’information est celle des procédures citées en note 5 ci-dessous.

croissants le long de la trajectoire, et soient d'autre part supérieurs à ce qu'ils seraient pour les membres de coalitions si celles-ci se formaient. Nous utilisons ici cette clé de partage des coûts de dépollution et nous montrons qu'elle conserve ces propriétés dans le cas discret. De cette façon, un caractère de stabilité "stratégique", au sens de la théorie du noyau des jeux coopératifs, est donné à la participation des différents agents à la négociation internationale modélisée ici.

Afin d'illustrer la procédure, et d'en comparer les propriétés avec celle de KMT [1995], nous reprenons l'exemple numérique de ces derniers, relatif au problème de la pollution transfrontière par le SO₂ qui se pose entre la Finlande, la Russie et l'Estonie.

2 Calcul de l'optimum avec information globale

Soient ² $E = (E_1, \dots, E_n)'$ et $Q = (Q_1, \dots, Q_n)'$ les vecteurs d'émissions et de dépôts polluants enregistrés dans chacune des n régions. Ces quantités, toutes non négatives, sont liées par la fonction dite "de transfert" ³ des polluants $Q = AE + B$, où A est une matrice $n \times n$ dont l'élément $a_{ij} \geq 0$ ($i, j = 1, 2, \dots, n$) est la fraction des émissions E_j qui se déposent dans la région i et $B = (B_1, \dots, B_n)'$ est le vecteur des dépôts d'origine naturelle. A et B sont supposés exogènes et constants ⁴.

Deux fonctions de coût sont associées à chaque région. La première, $C_i(E_i)$, décroissante en E_i sur son domaine de définition, exprime le total des coûts encourus par les industries polluantes de la région i du fait que le niveau total des émissions y est limité à E_i . Le caractère décroissant de la fonction reflète le phénomène évident de l'accroissement de ces coûts entraîné par toute réduction des émissions. La seconde fonction, $D_i(Q_i)$, mesure en termes monétaires le dommage causé à l'environnement par un dépôt de polluant Q_i dans la région i . D_i est supposée croissante en Q_i . On supposera en outre que C_i et D_i sont continues, D_i convexe, et C_i strictement convexe. A chaque région, on peut donc associer une fonction de coût agrégée

$$J_i(E) = C_i(E_i) + D_i(Q_i(E))$$

dépendant, par l'intermédiaire de la fonction de transfert, des différents niveaux d'émissions.

2. Les vecteurs sont des vecteurs colonne, le signe ' désignant a transposée.

3. Expression qui désigne, en écologie, les relations physico- chimiques entre polluants émis et polluants présents dans l'environnement. Dans le cas qui nous occupe ici la fonction de transfert décrit notamment le transport du SO₂ par les vents.

4. Le caractère constant du vecteur B implique que les vecteurs E et Q représentent des flux de polluants qui disparaissent après chaque unité de temps. Nous faisons donc l'hypothèse d'absence d'accumulation des polluants au cours du temps.

Pour l'ensemble des régions, le coût total d'une politique conjointe d'émissions, représentée par le vecteur $E = (E_1, \dots, E_n)'$, est minimisé, compte tenu des dépôts $Q = (Q_1, \dots, Q_n)'$ qui en résultent, si ce vecteur correspond à la solution du programme mathématique suivant :

$$(1) \quad \text{Min}_{\{E_1, \dots, E_n\}} J(E) = \sum_{i=1}^n J_i(E)$$

sous réserve que

$$(2) \quad Q = AE + B$$

$$(3) \quad E_i \geq 0, \quad \forall i.$$

Les conditions du premier ordre pour un minimum intérieur – noté $E^* = (E_1^*, \dots, E_n^*)'$ – s'écrivent :

$$(4) \quad C'_i(E_i^*) + \sum_{j=1}^n a_{ji} D'_j(Q_j(E^*)) = 0, \quad i = 1, \dots, n.$$

Par la suite, on supposera qu'un tel minimum intérieur existe. Comme les fonctions C_i sont strictement convexes, ce minimum est unique, et les conditions (4) sont suffisantes pour l'assurer.

Économiquement, les conditions (4) signifient qu'à optimum, chaque pays i pollue jusqu'au point où l'économie de coût que lui permet une unité d'émission supplémentaire est égale à la valeur de la somme des dommages supplémentaires à l'environnement induits dans toutes les régions par cette unité d'émission.

3 Calcul de l'optimum en temps continu avec information infinitésimale

Le calcul de la solution du problème (1)-(3) nécessite la connaissance par les régions de leurs fonctions de coût de dépollution et de dommage à l'environnement sur la totalité de leur domaine de définition. Cependant, dans la mesure où les émissions effectives sont très différentes de leurs niveaux optimaux, cette connaissance peut être difficile à obtenir ou empreinte d'une grande incertitude, au point d'empêcher que l'optimum puisse faire l'objet d'aucune décision internationale.

Afin de contourner cette difficulté, KMT [1995] proposent⁵ que les régions s'engagent dans un programme de réductions *graduelles* de leurs émissions, réductions qui, à chaque étape, ne nécessitent de leur part qu'une information locale. Formellement, ils écrivent ce programme sous la forme d'un système de n équations différentielles⁶:

$$(5) \quad \frac{dE_i}{dt}(t) = -K \left[C'_i(E_i(t)) + \sum_{j=1}^n a_{ji} D'_j(Q_j(E(t))) \right],$$

$$i = 1, \dots, n$$

où K est une constante positive. A l'instant t , chaque région i se trouve dans un certain état défini par un niveau d'émission $E_i(t)$ et de dépôt $Q_i(t)$. Dans cet état, la région i est supposée capable de calculer son coût marginal $C'_i(E_i(t))$ et son dommage marginal $D'_i(Q_i(E(t)))$. Sur la base de l'ensemble de ces informations locales acquises au temps t par les différentes régions, celles-ci se réunissent et décident de réductions supplémentaires dE_i/dt de leurs émissions, définies par les équations (5). Ceci les conduit à un nouvel état, décrit par le vecteur $[(E_1(t+dt), Q_1(t+dt)), \dots, (E_n(t+dt), Q_n(t+dt))]'$, où elles peuvent acquérir de nouvelles données concernant leurs fonctions de coût de dépollution et de dommage, et décider d'une nouvelle réduction de leurs émissions; et ainsi de suite. Le processus s'arrêtera quand les termes entre crochets des équations (5) seront tous nuls. A ce moment, ce que l'ensemble des régions est prêt à payer pour une réduction marginale des émissions d'une certaine région est égal au coût marginal de dépollution de cette dernière, condition nécessaire et suffisante – on l'a noté – pour qu'un optimum soit réalisé⁷.

4 Convergence vers l'optimum en temps discret, avec information locale

Le programme proposé par KMT [1995] n'exige en fait à chaque instant qu'une information infinitésimale. En contrepartie, il suppose que les régions se réunissent une infinité de fois avant d'arriver à l'optimum, ce qui ne semble pas très réaliste. Il apparaît d'autre part que l'échelle de temps

5. A la suite de TULKENS [1979], qui lui-même s'inspire de la littérature sur les "procédures d'allocation de ressources" dues à ARROW et HURWICZ [1977], ainsi qu'à MALINVAUD [1970-71] et DREZE et de la VALLÉE POUSSIN [1971]. Toutes ces procédures sont formulées en temps continu. CHAMPSAUR, DREZE et HENRY [1977] en ont proposé une version en temps discret, mais elle s'est avérée difficilement utilisable pour le problème international posé ici. C'est pourquoi nous avons développé la procédure très différente qu'on lira ci-dessous.

6. Les variables E_i et Q_i de notre problème sont, à présent, des fonctions continues du temps.

7. Les conditions initiales de ce processus sont précisées à la note 10 ci-dessous.

du modèle de KMT [1995] n'est pas clairement définie : chez ces auteurs, instants et périodes entre deux négociations se confondent. En pratique, il est raisonnable de penser que les agents disposent d'une connaissance de leurs fonctions de coût qui, sans être globale, s'étende à plus qu'un intervalle infinitésimal autour de l'état où ils se trouvent.

A partir de cette idée, nous nous proposons de formaliser ci-après un scénario de réduction des émissions ne postulant toujours qu'une information locale, tout en permettant aux régions d'arriver à l'optimum en un nombre fini d'étapes. Avec ces deux caractéristiques, le programme proposé reflétera sans doute mieux un processus réel de négociations par étapes que ne le fait celui de KMT [1995].

Imaginons que chaque région i se trouve initialement à l'état ⁸ $(E_{i0}, Q_i(E_0))$ où $E_0 = (E_{10}, \dots, E_{n0})'$ et $Q_i(E_0) = \sum_{j=1}^n a_{ji} E_{j0} + B_i$.

On suppose qu'elle ne connaît sa fonction de coût de dépollution $C_i(E_i)$ que sur un certain intervalle $[F_{i1}, E_{i0}]$ tel que $0 \leq F_{i1} < E_{i0}$, ainsi que sa fonction de dommage $D_i(Q_i(E))$ sur le même intervalle. Pour les vecteurs E , Q et F (le vecteur des bornes), le second indice désigne l'étape de négociation considérée.

Le cycle de négociations commence alors par une première réunion, où les représentants des différentes régions se mettent d'accord sur un objectif constitué par la solution $E_1^* = (E_{11}^*, \dots, E_{n1}^*)'$ du programme suivant :

$$(6) \quad \min_{\{E_{11}, \dots, E_{n1}\}} J(E_1) = \sum_{i=1}^n [C_i(E_{i1}) + D_i(Q_{i1})]$$

sous les contraintes

$$(7) \quad Q_1 = AE_1 + B$$

et

$$(8) \quad E_{i1} \geq F_{i1}, \quad i = 1, \dots, n.$$

Par rapport au programme avec information globale (section 1), celui-ci ne se distingue que par les inégalités (8), qui traduisent justement le fait que les agents ne peuvent optimiser que dans le domaine couvert par l'information disponible.

Après un certain temps, c'est-à-dire à la fin de l'étape 1, on peut s'attendre à ce que les régions aient atteint la solution du problème précédent. Nous supposons alors que chaque région i , après réduction de ses émissions de E_{i0} à E_{i1}^* , acquiert une information supplémentaire sur sa fonction

8. Cet état est supposé être l'équilibre de Nash (unique) d'un jeu non coopératif associé au modèle économique défini au début de la Section 2, hypothèse que nous exploiterons à la Section 7. Ce jeu et ses propriétés sont exposés en détail dans CHANDER et TULKENS [1994].

$C_i(E_i)$ jusqu'à un certain niveau $E_i = F_{i2}$, tel que $0 \leq F_{i2} < F_{i1}$. Nous en déduisons que le processus de négociation se poursuit alors en une deuxième étape, où les agents s'engagent à réaliser la solution du programme décrit par (6) et (7), après substitution des variables $E_{12}, \dots, E_{i2}, \dots, E_{n2}$, et les contraintes

$$(9) \quad E_{i2} \geq F_{i2}, \quad i = 1, \dots, n,$$

celles-ci remplaçant (8). Ceci les conduit à un nouveau vecteur d'émissions $E_2^* = (E_{12}^*, \dots, E_{n2}^*)'$, ainsi qu'à de nouveaux seuils de connaissance $(F_{13}, \dots, F_{n3})'$, et ainsi de suite.

En termes généraux, la procédure se décrit comme suit :

(a) En tout temps t , un problème d'optimisation locale est résolu, de la forme :

$$(10) \quad \text{Min}_{\{E_{1t}, \dots, E_{nt}\}} J(E_t) = \sum_{i=1}^n [C_i(E_{it}) + D_i(Q_{it})]$$

sous les contraintes

$$(11) \quad Q_t = AE_t + B$$

et

$$(12) \quad E_{it} \geq F_{it}, \quad i = 1, \dots, n,$$

qui a pour solution le vecteur noté $E_i^* = (E_{1t}^*, \dots, E_{nt}^*)'$.

(b) Étant donné E_t^* , les bornes F_{it+1} sont censées s'ajuster selon la règle :

$$(13) \quad \forall i, \quad F_{it+1} = \text{Min}[F_{it}, \tau_{it+1} E_{it}^*], \quad \text{où } \tau_{it+1} \in [0, \tau]$$

avec $\tau \in [0, 1[$.

La succession des solutions de programmes tels que (10)-(11)-(12), accompagnés des ajustements (13) donne lieu à une séquence $\{E_t^*\}_{t=1,2,\dots}$ d'états de l'économie. Nous dirons que la procédure "s'arrête" au temps $t + 1$ si $E_{t+1}^* = E_t^*$.

La séquence $\{E_t^*\}_{t=1,2,\dots}$ est elle susceptible de s'arrêter? Et si elle s'arrête, l'état atteint à ce moment est-il un optimum, c'est-à-dire le minimum de $J(E)$? Les réponses à ces questions sont fournies par la proposition suivante :

THÉORÈME 1 : Si $\forall i$, la suite des bornes $\{F_{it}\}_{t=1}^{\infty}$ satisfait les conditions (13) et si l'ensemble

$$\mathcal{E} = \{E | J(E) \leq J(E_0) \text{ et } \forall i \ E_i \geq 0\}$$

est borné, alors la suite $\{E_t^*\}_{t=1}^{\infty}$ des solutions optimales du programme (10)-(11)-(12) converge vers un minimum du programme (1)-(2)-(3), et le fait en un nombre fini d'étapes lorsque les valeurs minima des E_i sont strictement positives.

Démonstration: cfr. annexe 1.

On notera que les conditions (13) signifient simplement que l'information acquise sur les coûts à une étape permet d'évaluer ces derniers pour des valeurs des émissions dans un certain voisinage de la dernière solution optimale. De même, la condition imposée sur ξ dans le Théorème 1 est assez naturelle, puisqu'elle résulte par exemple du fait que les dommages tendent vers l'infini avec les émissions.

5 Application à la coopération entre la Finlande, l'Estonie et la Russie en matière de pluies acides

Afin d'illustrer le processus de négociation décrit à la section précédente, nous reprenons les données utilisées par KMT [1995], provenant de KAITALA et POHJOLA [1992], sur le problème de la coopération internationale en matière de réduction des émissions de SO_2 entre la Finlande (divisée en trois régions), l'Estonie, et trois régions voisines de Russie. Les fonctions de coût de dépollution et de dommage sont supposées être des formes suivantes :

$$(15a) \quad C_i(E_i) = \gamma_i + \alpha_i [E_{i0} - E_i] + \beta_i [E_{i0} - E_i]^2, \quad 0 < E_i \leq E_{i0}$$

pour les régions $i = 1, 2, 3, 5$ et 6 , et

$$(15b) \quad C_i(E_i) = \begin{cases} \alpha_i [E_{i0} - E_i], & \bar{E}_i \leq E_i \leq E_{i0} \\ \gamma_i + \alpha_i [\bar{E}_i - E_i] + \beta_i [\bar{E}_i - E_i]^2, & 0 < E_i \leq \bar{E}_i \end{cases}$$

pour les régions $i = 4$ et 7 , d'une part, et

$$D_i(Q_i) = \pi_i Q_i, \quad i = 1, \dots, 7$$

d'autre part.

Les paramètres $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i, \pi_i$ et E_{i0} sont positifs et constants⁹. Leurs valeurs numériques ainsi que celles des niveaux initiaux de E, Q et B proposées par Kaitala et Pohjola sont reprises dans le tableau A de l'annexe 2. La matrice A est donnée au tableau B de la même annexe.

Notre modèle en temps discret requiert de spécifier en outre la suite des seuils F_{it} de connaissance des coûts de dépollution. Il nous semble naturel de supposer que ceux-ci se situent dans un voisinage des niveaux d'émission effectivement réalisés, hypothèse que nous formalisons en posant pour chacun d'eux une fonction de la forme

$$(17) \quad F_{it+1} = \text{Min}[F_{it}, \tau_i E_{it}^*], \quad 0 < \tau_i < 1, \quad i = 1, \dots, n.$$

9. A l'exception des fonctions de coût du Kola et de l'Estonie, qui exhibent un coude aux valeurs $\bar{E}_4 = 98$ et $\bar{E}_7 = 60$, respectivement.

Si la région i émet une quantité E_i , nous supposons qu'elle connaît sa fonction C_i sur l'intervalle $[\tau_i E_i, E_{i0}]$. Notons que (17) est un cas particulier de (13) où $\tau_{it} = \tau_i \forall t$ et $\tau = \max_i \tau_i$. Pour les besoins des simulations qui vont suivre, nous poserons $\tau_i = .95 \forall i$; autrement dit, que la fonction C_i est connue pour tous les niveaux de pollution supérieurs à un seuil égal à 95 % du niveau d'émission courant E_i . Mais n'importe quelles autres valeurs positives des τ_i comprises entre 0 et 1 seraient admissibles.

La figure 1 ci-dessous présente la suite des niveaux d'émissions de SO_2 des différentes régions, telle qu'elle résulte du calcul d'une séquence de résolutions du problème (10)-(11)-(12), spécifié numériquement au moyen de (15), (16) et (17). L'état initial E_0 ($t = 0$) est le même que celui considéré par KMT [1995], à savoir l'équilibre de Nash d'un jeu non coopératif entre la Finlande d'une part (dont les 3 régions sont traitées comme un tout) et l'URSS de 1987 d'autre part (dont les 4 régions sont elles aussi considérées comme un tout)¹⁰, jeu défini dans KAITALA et POHJOLA [1992]. L'état final E^* ($t \geq 30$) correspond à l'optimum; il est bien le même que celui calculé par KMT au moyen de (5).

Comme le montre la figure 1, il faut 29 étapes de négociation pour atteindre cet optimum. Ce nombre pourrait évidemment être réduit si τ_i était choisi plus petit. Les chiffres correspondant aux verticales tracées sur la figure 1 montrent cependant que le délai mis par chaque région pour atteindre l'optimum est très différent. En effet, la Finlande du Nord est déjà à l'optimum dès le départ, la Finlande Centrale l'atteint après une période, la Finlande du Sud et Saint Pétersbourg après 2, la Karélie après 3, l'Estonie après 12 et le Kola après 29 étapes. En comparant E_0 et E^* , on constate que le temps mis par une région pour atteindre l'optimum est proportionnel à la réduction (en terme relatifs) de ses émissions entre l'équilibre initial et l'optimum.

Notons que la Finlande du Nord ne réduit pas ses émissions, car comme il apparaît à la première colonne de la matrice A (cfr. annexe 2), sa pollution n'affecte pas les autres régions. Elle ne doit donc tenir compte des effets de ses émissions que sur son propre environnement, ce qu'elle fait déjà à l'état initial.

On peut remarquer par ailleurs que le segment linéaire exhibé par deux des fonctions de coût (celles du Kola et de l'Estonie) empêche de pouvoir affirmer *a priori* l'unicité du minimum de $J(E)$, en termes des E_i . Mais, comme il se fait que l'optimum atteint ne se situe pas sur ces segments pour aucune de ces deux régions, on a bien un minimum unique.

On terminera en constatant qu'une fois les émissions d'une région à leur niveau optimal, elles ne se modifient plus par la suite. Ceci découle de

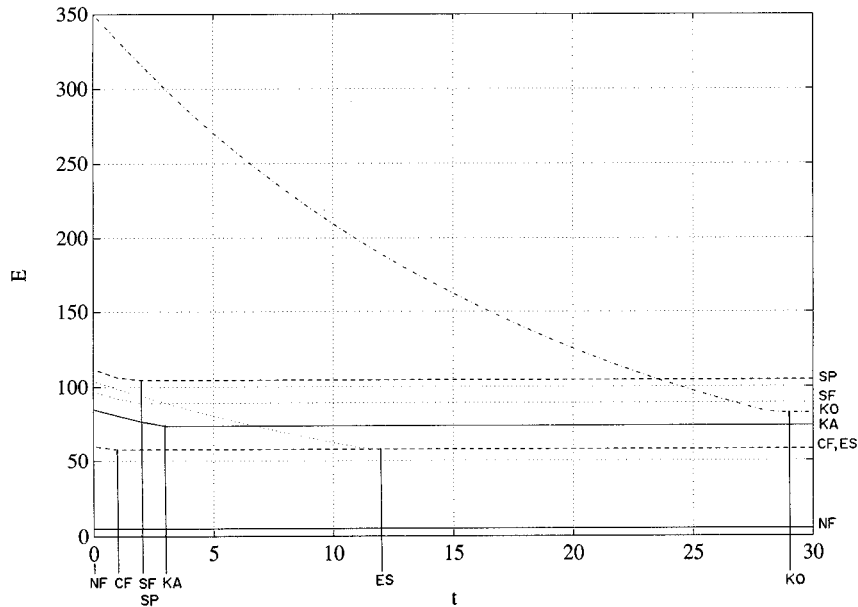
10. Dans cet état non-coopératif au niveau international, chaque région pollue jusqu'au point où son coût marginal de dépollution est égal au dommage marginal subi par le pays dont elle fait partie. Ainsi par exemple, la Finlande du Sud émet initialement une quantité de polluant E_{30} solution de

$$C'_3(E_3) + a_{13} D'_1(Q_1) + a_{23} D'_2(Q_2) + a_{33} D'_3(Q_3) = 0$$

où Q_1, Q_2, Q_3 sont liés à E_3 via (2). Cette expression suppose que la Finlande du Sud ne tient compte de l'impact de ses émissions que sur elle-même et sur les autres régions finlandaises.

FIGURE 1

Évolution des émissions selon les régions.



la linéarité imposée aux fonctions de dommage dans cette application (cfr. (16)). En effet, les conditions de Kuhn-Tucker écrites pour un problème du type (10)- (11)-(12) après substitution de (15) et (16), montrent que ce dernier est séparable, au sens où les émissions d'une région ne dépendent pas de celles des autres. Cette propriété ne se vérifierait pas si les D_i n'étaient pas linéaires.

6 Transferts financiers et partage des coûts de dépollution rendant la trajectoire individuellement rationnelle

Il importe de voir dans quelle mesure les réductions d'émissions observées à la figure 1 se traduisent par des gains de coût pour les différentes régions. La 1ère colonne du tableau 1 ci-dessous donne les coûts totaux de chaque région à la fin des négociations (en différence par rapport à leurs valeurs initiales). Il en résulte que le principal bénéficiaire de la coopération internationale est la Finlande du Nord. Quatre autres régions en bénéficient également : la Finlande du Sud, la Finlande Centrale, la Karélie

et Saint- Pétersbourg. Par contre, le Kola et l'Estonie voient leur coût total augmenter. L'explication réside dans le fait que d'une part ces deux régions font le plus grand effort de réduction de leurs émissions, et que d'autre part ces deux régions ont de loin les coefficients de dommages marginaux les plus faibles (voir les π_i au tableau A de l'annexe 2): elles profitent donc beaucoup moins, via leurs fonctions de dommage, des réductions de pollution. Dans ce contexte, il est inutile d'espérer une adhésion spontanée de ces deux régions au programme international de réduction de la pollution décrit par les solutions successives de (10)-(11)-(12), sans un minimum de dédommagements pour elles. Nous envisageons ici que de tels dédommagements aient lieu sous la forme de transferts financiers inter-régionaux.

TABLEAU 1

Variation des coûts entre l'état final et l'état initial
[Coûts totaux sans transferts (colonne 1) et avec transferts (colonne 3);
coûts de réduction des émissions (colonne 1a) et de réduction des
dommages (colonne 1b) (en Millions de FIM)

Région i	(1)	(1a)	(1b)	(2)	(3)	(4)
	$C_{if} - C_{i0}$	$C_{if} - C_{i0}$	$D_{if} - D_{i0}$	T_{if}^*	$J_{if}^{T^*} - J_{i0}$	$\frac{J_{if}^{T^*} - J_{i0}}{J_{i0}}$
	$+D_{if} - D_{i0}$					en %
Finlande du Nord	-628.8	0	-628.8	203.2	-425.6	-18.4
Finlande centrale	-46.5	9.4	-55.9	23.3	-23.2	-2.6
Finlande du Sud	-31.1	40.4	-71.6	11.6	-19.5	-1.8
Total pour la Finlande	-706.4			238.1	-468.3	-10.9
Kola	87.6	287.3	-199.7	-224.6	-136.9	-40.3
Karélie	-61.5	51.1	-112.7	17.2	-44.3	-4.0
Saint-Petersbourg	-71.6	46.5	-118.2	41.7	-29.9	-1.7
Total pour la Russie	-45.5			-165.7	-211.1	-6.6
Estonie	64.2	93.4	-29.2	-72.5	-8.3	-5.0
Total	-687.7			0	-687.7	-8.9

C_{if}, C_{i0} : valeurs de $C_i(E_i)$ à l'état final (f) et à l'état initial (0), respectivement.

D_{if}, D_{i0} : valeurs de $D_i(Q_i)$ à l'état final (f) et à l'état initial (0), respectivement.

T_{if} : valeurs des T_i à l'optimum.

$J_{if}^{T^*}, J_{i0}$: valeurs de $J_i(E)$ à l'état final (f) avec transferts et à l'état initial (0), respectivement.

La source de tels transferts peut être trouvée dans les données même du problème traité, à savoir dans la différence entre le total des coûts encourus par les régions à l'état initial et à l'état final, soit $J(E_0) - J(E^*)$. Dans notre exemple, cette différence – qualifiée de “surplus écologique” par KMT [1995] – se monte à 688 millions de marks finlandais par an ¹¹, soit 9 % du coût total initial. Il n'est pas difficile de voir d'après le tableau 1

11. Pour faciliter la comparaison, nous gardons les mêmes unités que KMT [1995]. Un mark finlandais (FIM) vaut environ 1.2 franc français, à la date de la rédaction de cette note.

que ce montant est plus que suffisant pour offrir au Kola et à l'Estonie un transfert qui réduirait le coût total de chacun d'eux à l'optimum en dessous de ce qu'il est à l'état initial, tout en conservant cette même propriété pour les autres régions.

Comme ces grandeurs ne sont connues qu'une fois l'optimum atteint, elles sont de peu d'utilité pour la mise en œuvre effective de la négociation par étapes que nous avons modélisée. C'est plutôt au niveau de chacune de celles-ci qu'il conviendrait d'identifier des transferts qui auraient la propriété d'assurer la baisse du coût total $J_i(E)$ pour chaque région i – propriété appelée “rationalité individuelle” dans KMT [1995]. C'est ce que nous ferons dans la présente section.

Partons du fait que le gain de coût total obtenu entre deux étapes de négociation s'écrit comme la somme des gains ou pertes des différentes régions, soit en général ¹²:

$$(18) \quad \Delta J_t \stackrel{\text{def}}{=} \sum_i \Delta J_{it} = \sum_i [\Delta C_{it} + \Delta D_{it}],$$

où

$$(19) \quad \Delta C_{it} = C_i(E_{it+1}^*) - C_i(E_{it}^*)$$

et

$$(20) \quad \Delta D_{it} = D_i(Q_i(E_{t+1}^*)) - D_i(Q_i(E_t^*)).$$

En vertu de (11) et de la spécification linéaire (16) de la fonction de dommage, on peut réécrire encore la dernière expression comme

$$(21) \quad \Delta D_{it} = \pi_i \sum_{j=1}^n a_{ij} \Delta E_{jt}^*.$$

Le signe de ΔJ_t est bien non positif en raison du fait que, dans la séquence de problèmes de minimisation qui nous occupe, les bornes inférieures F_{it} des variables décroissent, ce qui accroît le domaine sur lequel portent les minimisations successives. On ne peut donc avoir que $J_{t+1} \leq J_t$ au niveau global, avec stricte inégalité chaque fois que la contrainte relative à au moins une des bornes F_{it} est active.

Observons ensuite que le gain de coût total (22) peut s'écrire :

$$(22) \quad \begin{aligned} \Delta J_t &= \sum_i (\Delta C_{it} + \Delta D_{it}) \\ &= \sum_i [\Delta C_{it} + \pi_i \sum_j a_{ij} \Delta E_{jt}^*] \\ &= \sum_j [\Delta C_{jt} + \Delta E_{jt}^* \sum_i \pi_i a_{ij}] \\ &\stackrel{\text{def}}{=} \sum_j \Delta G_{jt}. \end{aligned}$$

12. Par la suite et par définition, $\Delta x_t = x_{t+1} - x_t$ pour toute variable x scalaire ou vectorielle.

Chacun des termes ΔG_{jt} de la dernière expression s'interprète économiquement comme le gain de coût total dont bénéficient toutes les régions lorsque les émissions de la région j décroissent de la quantité ΔE_{jt}^* .

Montrons maintenant :

THÉORÈME 2 : Si les fonctions D_i sont linéaires, pour tout t antérieur au moment où la procédure s'arrête, et pour toute région j , on a $\Delta G_{jt} \leq 0$.

Démonstration : En vertu des conditions du premier ordre du problème (10-11-12) et en employant la notation de (16), on a en tout E_{t+1}^* :

$$(23) \quad C'_j(E_{jt+1}^*) + \sum_{k=1}^n \pi_k a_{kj} \geq 0, \quad \forall j.$$

Ceci implique pour chacun des termes de (22) que

$$(24) \quad \begin{aligned} \Delta G_{jt} &= \Delta C_{jt} + \Delta E_{jt}^* \sum_k \pi_k a_{kj} \\ &= C_j(E_{jt+1}^*) - C_j(E_{jt}^*) + (E_{jt+1}^* - E_{jt}^*) \sum_k \pi_k a_{kj} \\ &\leq [C'_j(E_{jt+1}^*) + \sum_k \pi_k a_{kj}] \Delta E_{jt}^* \leq 0, \end{aligned}$$

en vertu de la convexité des C_j et du fait que $E_{jt}^* \geq E_{jt+1}^*$. \square

Soit alors pour chaque région i un transfert financier T_{it} (< 0 si reçu, et > 0 si payé par i) qui, sous la forme d'une différence première, s'écrit :

$$(25) \quad \Delta T_{it} = -\Delta C_{it} - \Delta D_{it} + \sum_{j=1}^n \delta_{ij} \Delta G_{jt}, \quad i = 1, 2, \dots, n,$$

où les δ_{ij} sont des coefficients constants qui vérifient :

$$(26) \quad 0 \leq \delta_{ij} \leq 1, \quad \forall i, j$$

et

$$(27) \quad \sum_{i=1}^n \delta_{ij} = 1, \quad \forall j.$$

On vérifie aisément que le budget de ces transferts (25) est équilibré, au sens où

$$(28) \quad \sum_{i=1}^n \Delta T_{it} = 0, \quad \forall t.$$

En effet, les deux premiers termes de (25) reviennent à prélever sur i le gain de coût total qu'il obtient, et le troisième lui rembourse une fraction δ_{ij} de chacun des gains ΔG_{jt} .

Si l'on redéfinit maintenant pour chaque pays i le coût total *avec transferts* comme

$$(29) \quad J_i^T(E) \stackrel{\text{def}}{=} C_i(E_i) + D_i(Q_i(E)) + T_i$$

on a alors

$$(30) \quad \Delta J_{it}^T = \Delta C_{it} + \Delta D_{it} + \Delta T_{it} = \sum_{j=1}^n \delta_{ij} \Delta G_{jt} \leq 0, \quad \forall i.$$

Autrement dit, le coût total de chaque région diminue à chaque étape de la négociation. Avec les transferts (25), la séquence des solutions des programmes (10)-(11)-(12) possède donc la propriété annoncée de rationalité individuelle, au sens où toutes les régions gagnent à y participer.

7 Transferts financiers et partage des coûts de dépollution rendant la trajectoire rationnelle au sens des coalitions

Les conditions (26) et (27) ne définissent pas les transferts de façon univoque. Toute matrice d'éléments δ_{ij} non négatifs, dont les éléments de chaque colonne sont de somme unitaire, peut convenir. Le but de la présente section est d'utiliser les degrés de liberté ainsi laissés pour obtenir certaines propriétés de "rationalité au sens des coalitions" suggérées par la théorie des jeux coopératifs. Ceci peut être réalisé dans la procédure en temps discret qui nous concerne ici en s'inspirant de l'approche en termes de jeux dits "locaux" proposée par CHANDER et TULKENS [1991].

A chaque étape t de la procédure, on peut en effet associer un jeu coopératif en forme de fonction caractéristique (et avec utilité transférable) défini par la paire $[N, w(\cdot; t)]$ où $N = \{1, \dots, n\}$ est l'ensemble des joueurs – ici les régions – et $w(\cdot; t)$ la fonction caractéristique. L'espace des stratégies des joueurs, sur lequel est définie cette dernière, est spécifié comme suit: pour chaque région i , cet espace est constitué par l'intervalle des niveaux d'émission possibles pour elle au temps t , à savoir $\{E_{it} | E_{it} \in [F_{it}, +\infty[\}$; et pour chaque coalition $S \subseteq N$, il est le produit sur les membres de S de ces intervalles.

La fonction caractéristique du jeu au temps t peut alors être définie en utilisant le concept d'équilibre de Nash partiel par rapport à une coalition proposé par CHANDER et TULKENS [1994], pour autant qu'il soit adapté¹³ à notre propos. Dans le cadre du présent modèle, ce concept spécifie comme suit les n composantes du vecteur $E_t^S = (E_{1t}^S, \dots, E_{nt}^S)$ des stratégies adoptées par (tous) les joueurs lorsque se forme, au temps t , une coalition $S \subseteq N$ quelconque :

$$(31) \quad \begin{aligned} & \text{(i) le sous-vecteur } (E_{it}^S)_{i \in S} \text{ minimise } \sum_{i \in S} J_i(E_t) \text{ s.r.q. } E_{it} \geq F_{it} \forall i \in S, \\ & \text{où } \forall j \in N \setminus S, \quad E_{jt} = E_{jt}^S \text{ tel que défini en (ii);} \end{aligned}$$

$$(32) \quad \begin{aligned} & \text{(ii) } \forall j \in N \setminus S, E_{jt}^S \text{ minimise } J_j(E_t) \text{ s.r.q. } E_{jt} \geq F_{jt}. \\ & \text{où } \forall i \in S, \quad E_{it} = E_{it}^S \text{ tel que défini en (i),} \end{aligned}$$

les bornes F_{it} , $i \in N$ étant considérées comme données dans les deux cas. On suppose donc que si la coalition S se forme au temps t , ses membres minimisent *ensemble* la somme de leurs coûts totaux pour la période en considération, tandis que chacune des régions hors de la coalition réagit en minimisant de son côté son coût total *individuel* pour la même période. C'est l'hypothèse de ce dernier comportement qui justifie l'expression d'équilibre de Nash partiel qu'on vient d'utiliser.

Sur cette base, la fonction caractéristique¹⁴ s'écrit :

$$(33) \quad w^\gamma(S; t) = \sum_{i \in S} J_i(E_t^S), \quad S \subseteq N,$$

et nous désignerons donc dorénavant le jeu au temps t par la paire $[N, w^\gamma(\cdot; t)]$.

On notera qu'en vertu de (31), $w^\gamma(N; t)$ est le coût total atteint à l'optimum du problème (10-11-12). Pour le jeu $[N, w^\gamma(\cdot; t)]$, on appelle *imputation au temps t* tout vecteur $(J_{1t}, \dots, J_{nt})'$ dont la somme des composantes est égale à $w^\gamma(N; t)$. Une imputation peut donc s'interpréter comme un partage du coût total optimal entre les différentes régions.

Le vecteur $(J_{1t}^*, \dots, J_{nt}^*)'$, où $J_{it}^* = C_i(E_{it}^*) + D_i(Q_i(E_t^*))$, constitue une imputation particulière, dans laquelle chaque pays i supporte lui-même les coûts de dépollution $C_i(E_{it}^*)$ ainsi que les dommages $D_i(Q_i(E_t^*))$ induits

13. Le concept d'équilibre de Nash partiel par rapport à une coalition est introduit par ces auteurs dans le cadre d'un jeu *global* qu'ils associent au problème (1)-(3); il est donc indépendant de toute procédure. Nous lui donnons ici une version que l'on pourrait par contraste qualifier de *locale*, puisqu'elle vise à permettre la définition à chaque temps t de la fonction caractéristique $w(\cdot; t)$. Plutôt que locaux, les présents jeux $[N, w(\cdot; t)]$ devraient être appelés "emboîtés" en raison de la présence des bornes F_{it} et de leur évolution supposée. Dans une contribution antérieure CHANDER et TULKENS [1991] avaient déjà introduit des "jeux locaux" – en fait, "infinitésimaux", dans le cadre d'une procédure en temps continu. La fonction caractéristique de ces jeux-là n'est toutefois pas la même que celle que nous construisons ici, car elle ne repose pas sur le concept d'équilibre évoqué.

14. Appelée "fonction caractéristique γ " par CHANDER et TULKENS [1994]; d'autres spécifications, appelées " α " et " β ", sont en effet concevables et discutées par ces auteurs.

par la stratégie jointe optimale E_t^* . Mais la possibilité de transferts financiers entre les régions implique qu'il existe (une infinité) d'autres imputations associées à la même stratégie. En effet, tout vecteur $J_t^T = (J_{it}^T, \dots, J_{nt}^T)'$ défini par

$$J_{it}^T(E_t^*) = J_{it}^* + T_{it}, \quad i \in N$$

tel que

$$(34) \quad \sum_{i \in N} T_{it} = 0$$

est une imputation.

On appelle *solution* du jeu toute imputation qui vérifie certaines propriétés. Parmi les imputations qu'on vient de définir au moyen des transferts T_{it} , celles qui vérifient la condition

$$\sum_{i \in S} J_{it}^T(E_t^*) \leq w^\gamma(S; t) \quad \forall S \subseteq N$$

sont dites appartenir *au noyau* du jeu au temps t . Dans notre modèle, le noyau est donc l'ensemble des imputations ayant la propriété de faire supporter à toute coalition une partie du coût agrégé $w^\gamma(N; t)$ inférieure ou égale au coût le plus faible, $w^\gamma(S; t)$, que cette coalition pourrait atteindre par elle-même.

Nous appellerons "rationnelle au sens des coalitions" toute imputation qui appartient au noyau du jeu au temps t défini ci-dessus : avec un tel partage en effet, aucune coalition n'a jamais intérêt à se former puisque l'ensemble de ses membres subirait un coût total plus élevé que celui qui lui est proposé.

Pour une telle imputation nous montrons maintenant non seulement qu'elle existe, mais aussi qu'elle découle d'un choix de valeurs particulières pour les paramètres δ_{ij} apparaissant dans (25). Ce résultat s'énonce comme suit :

THÉORÈME 3 : Soient $E_t^* = (E_{1t}^*, \dots, E_{nt}^*)'$ le vecteur d'émissions optimal à la période t et $E_0 = (E_{10}, \dots, E_{n0})'$ le vecteur des émissions à l'équilibre de Nash, état initial de la procédure. Soit encore l'imputation $J_t^{T^*} = (J_{1t}^{T^*}, \dots, J_{nt}^{T^*})'$ définie par

$$(35) \quad J_{it}^{T^*} = J_{it}^* + T_{it}^*, \quad i \in N$$

où $J_{it}^* = J_i(E_t^*)$ est le coût total à cet optimum pour la région i , sans transferts, et où

$$(36) \quad T_{it}^* = -[C_i(E_{it}^*) - C_i(E_{i0})] - [D_i(Q_i(E_t^*)) - D_i(Q_i(E_0))] \\ + \sum_{j=1}^n \delta_{ij} [G_j(E_{jt}^*) - G_j(E_{j0})]$$

avec

$$(37) \quad G_j(E_{jt}) = C_j(E_{jt}) + E_{jt} \sum_{k=1}^n \pi_k a_{kj}$$

et

$$(38) \quad \delta_{ij} = \frac{\pi_i a_{ij}}{\sum_{k=1}^n \pi_k a_{kj}}, \quad i, j = 1, \dots, n.$$

Sous les hypothèses de convexité des fonctions C_i et de linéarité des fonctions $D_i (i \in N)$, l'imputation J_t^* appartient au noyau du jeu coopératif $[N, w^\gamma(\cdot; t)]$.

Démonstration: cfr annexe 3.

Il est aisé de vérifier que les coefficients δ_{ij} définis par (38) satisfont les conditions (26) et (27), et que les transferts financiers T_{it}^* sont budgétairement équilibrés au sens de (34). Par ailleurs, la différence $G_j(E_{jt}^*) - G_j(E_{j0})$ apparaissant dans (36) s'interprète économiquement, à l'instar des termes de la somme (22), comme le gain de coût total dont bénéficient toutes les régions lorsque les émissions de la région j décroissent de E_{j0} à E_{jt}^* .

Enfin, à partir de (36), (37) et (38) et en prenant la différence première par rapport au temps, les transferts financiers peuvent être réécrits comme :

$$(39) \quad \Delta T_{it}^* = -\Delta C_{it} + \sum_{j=1}^n \frac{a_{ij} \pi_i}{\sum_{k=1}^n a_{kj} \pi_k} \Delta C_{jt}.$$

Sous cette forme, le transfert reçu ou payé par chaque région i se présente comme une somme de deux termes: le premier, *reçu* par i , couvre le coût de la réduction de ses propres émissions, tandis que le second, *payé* par i , finance la réduction des émissions de chacune des régions j dans une proportion égale à la fraction $a_{ij} \pi_i / \sum_{k=1}^n a_{kj} \pi_k$. On retrouve ainsi dans le cas discret une expression obtenue par CHANDER et TULKENS [1991] et KMT [1995] dans le cas continu, et interprétée par eux comme une clé de partage des coûts "stratégiquement stable" entre les parties à la négociation.

Si nous considérons maintenant la trajectoire de la procédure qui met en œuvre, à chaque étape de la négociation, le partage des coûts impliqué par les transferts (39), nous l'appellerons "stratégiquement stable" ou, par analogie avec la rationalité individuelle établie à la section précédente, "rationnelle au sens des coalitions".

8 Application des transferts à l'exemple

L'application de la formule (39) au problème de coopération entre la Finlande, la Russie et l'Estonie conduit aux chiffres des transferts en fin de négociations apparaissant à la colonne (2) du tableau 1. Rappelons que $T_{it} > 0$ (< 0) signifie que le pays i verse (reçoit) des transferts. Cette colonne montre que les transferts que reçoivent le Kola et l'Estonie sont assurés par des contributions de toutes les autres régions, le principal bailleur de fonds étant la Finlande du Nord. Tant pour le Kola que pour l'Estonie, on notera que le transfert reçu est inférieur au coût de réduction de leurs émissions (colonne 1a). La raison en est que ces deux régions jouissent par ailleurs (colonne 1b) d'économies de coût de dommages dues à la réduction des dépôts chez elles: dans la formule (39) des transferts, ceci vient en déduction de la couverture des coûts de réduction des émissions.

La colonne (3) du tableau 1 montre la baisse du coût total après transferts dans toutes les régions participantes et illustre ainsi la propriété de rationalité individuelle du processus avec les transferts (39). Elle montre aussi que dans ces termes, la Finlande du Nord reste la principale bénéficiaire de la coopération (elle l'était déjà sans transferts; cf colonne 1). Elle est suivie de ce point de vue par le Kola (dont le bénéfice n'est toutefois que d'un tiers de celui de la Finlande du Nord), puis par la Karélie (un dixième), la région de Saint Petersburg (un quinzième), la Finlande du Sud (un vingtième) et finalement l'Estonie (un cinquantième). La dernière colonne montre enfin qu'en termes relatifs par rapport à l'état initial, c'est cette fois le Kola qui enregistre la baisse relative des coûts totaux la plus importante (40%), suivi par la Finlande du Nord (18%), les gains des autres régions étant minimes (inférieurs ou égaux à 5%)¹⁵.

Comme on l'a vu par les formules (35)-(38), cette répartition des gains est entièrement déterminée par les clés de partage $(\delta_{1j}, \dots, \delta_{nj})$ de chacun des surplus écologiques $G_j(E_{jf}^*) - G_j(E_{j0})$, $j = 1, \dots, n$, ainsi que par l'ampleur des réductions d'émissions $E_{jf}^* - E_{j0}$ donnant lieu à ces surplus. Trois facteurs sont en jeu en effet: toute région i pour laquelle (1°) le coût marginal des dommages π_i est élevé, et/ou (2°) qui subit sous forme de dépôts d'importantes fractions a_{ij} d'émissions polluantes provenant d'autres régions j , qui (3°) seraient elles-mêmes en forte réduction, aura un gain total $J_{if}^{T^*} - J_{i0}$ plus important que celles pour lesquelles π_i est petit et/ou les a_{ij} le sont, et/ou enfin les variations d'émissions $E_{jf}^* - E_{j0}$ sont faibles. En particulier, une région réduisant fortement sa pollution mais pour laquelle $\pi_i = 0$ verrait son gain, selon (39), réduit à zéro, ses coûts de dépollution étant néanmoins couverts – sans plus – par les transferts en sa faveur.

15. Si l'on considère les choses au niveau des trois nations en cause, on observe cependant que la disparité des gains est moindre; en fait même sans transferts, la Russie considérée globalement à intérêt à collaborer, ce qui n'est toutefois pas le cas de l'Estonie.

Dans le cas de notre simulation, la Finlande du Nord ne réduit en rien ses émissions, comme on l'a vu, mais elle voit son coût total fortement réduit entre l'état initial et l'optimum: il s'agit uniquement pour elle d'économies de coûts de dommage. Comme elle est polluée par les régions de Finlande Centrale et du Sud et surtout par le Kola – ce dernier réduisant énormément ses émissions, elle paie pour ces réductions des montants importants parce que son $\pi_i = 50$ est très élevé.

A l'autre extrême l'Estonie ne bénéficie finalement que très peu de la procédure: elle le doit au triple fait que pour elle $\pi_i = 2.8$ seulement, les $a_{ij} (j = 1, \dots, n)$ sont très petits, et ne sont positifs que pour des régions qui diminuent peu leurs émissions entre l'état initial et l'état final (la Finlande du Sud et Saint Petersburg).

Dès lors d'un point de vue stratégique, c'est-à-dire celui de la formation éventuelle de coalitions, le Kola et la Finlande du Nord sont les partenaires les plus importants à convaincre de participer à la négociation globale (à 7) plutôt que de rester à l'extérieur en situation de "free riders": le premier parce que ses réductions d'émissions sont les plus importantes pour tout le monde, la deuxième parce qu'elle est prête à payer beaucoup pour toute réduction d'émissions. Dans le cadre du modèle économique utilisé ici, les convaincre signifie leur permettre de retirer une part importante du gain collectif engendré par la coopération. Ceci explique les chiffres de la colonne (3) du tableau 1.

9 Conclusion

Dans cet article, nous avons proposé une procédure dynamique coopérative de réduction de la pollution transfrontière entre plusieurs pays ou régions. Cette procédure permet à ces derniers d'atteindre l'optimum en un nombre fini d'étapes, chaque étape étant constituée (1°) d'une période de calcul d'objectifs de réduction des émissions dans les limites de certains seuils, et (2°) d'une période de temps pendant laquelle les parties procèdent à la réduction effective de leurs émissions et réunissent l'information sur les seuils qui seront d'application à l'étape suivante. De plus, grâce à des transferts financiers internationaux, les coûts de ces réductions peuvent être répartis de manière telle que toutes les parties y trouvent leur avantage individuel, et aucune coalition de celles-ci n'a intérêt à chercher à agir autrement.

La procédure présente cependant certaines limites. Du point de vue du réalisme, qui nous semble devoir dominer à ce stade des investigations, certains développements ultérieurs mériteraient d'être faits sur les points suivants:

(i) La durée entre deux étapes de négociation reste exogène et pourrait elle-même faire partie de l'objectif.

(ii) Les parties annonçant elles-mêmes les “seuils” dans les limites desquelles a lieu l’optimisation à chaque étape, elles sont en position d’influencer la trajectoire suivie par le processus. Une analyse stratégique des comportements à cet égard est concevable, qui compléterait utilement les travaux classiques sur la révélation des préférences et des coûts.

(iii) Comme indiqué à la note 6, le présent modèle n’a traité que de pollutions-flux, sans tenir compte de la possibilité d’effets rémanents des dépôts. Une extension à des pollutions-stocks, prenant en compte de tels effets, accroîtrait certainement la pertinence de l’approche suivie ici. Les problèmes intertemporels que pose une telle extension requiert toutefois de reconsidérer assez fondamentalement la formulation du problème économique posé ici. On peut en trouver une tentative intéressante dans MÅLER [1992].

Démonstration du théorème 1

(i) Tout point limite de la séquence $\{E_t^*\}_{t=1}^\infty$ est un minimum de $J(E)$.

Supposons d'abord que le processus requière une infinité d'étapes. Puisque la séquence des solutions optimales possibles à chaque étape reste dans le compact \mathcal{E} , et puisque pour tout i et t , $\tau_{it} \in [0, \tau]$, on peut extraire de la suite $\{E_t^*\}_{t=1}^\infty$ une sous-suite convergente $\{E_{t_j}^*\}_{t=1}^\infty$ telle que

$$(A.1) \quad \lim_{j \rightarrow \infty} E_{t_j} = \bar{E} \quad \text{et} \quad \forall i \quad \lim_{j \rightarrow \infty} \tau_{it_j}^* = \tau_i^* < 1$$

Soit $I \subseteq \{1, \dots, n\}$, ($I \neq \emptyset$)¹⁶, l'ensemble des indices tels que $E_{it_j}^* = F_{it_j}$ une infinité de fois dans la suite $\{E_{t_j}^*\}_{j=1}^\infty$.

Pour ces indices, on a à chaque étape

$$(A.2) \quad F_{it_j} = E_{it_j}^* = \tau_{it_j} E_{it_{j-1}}^* < F_{it_{j-1}}$$

et donc la limite

$$(A.3) \quad \bar{E}_i = \lim_{j \rightarrow \infty} F_{it_j} = \lim_{j \rightarrow \infty} E_{it_j}^* = \tau_i^* \bar{E}_i$$

en vertu de (A.1), ce qui implique que

$$(A.4) \quad \bar{E}_i = 0$$

puisque $0 \leq \tau_i^* < 1$.

Par ailleurs, les conditions d'optimalité à chaque étape impliquent qu'au point limite

$$(A.5) \quad \frac{\partial J}{\partial E_i}(\bar{E}) \stackrel{\text{def}}{=} \nabla J(\bar{E})_i \begin{cases} \geq 0, \bar{E}_i = 0 & (i \in I) \\ = 0, \bar{E}_i \geq 0 & (i \notin I) \end{cases}$$

Dès lors, si l'on avait $J(\bar{E}) > J(E^*) = \min_{\text{def}} J(E)$, alors (A.4) et (A.5) ainsi que la convexité de J garantiraient que

$$\begin{aligned} 0 &> J(E^*) - J(\bar{E}) \geq \nabla J(\bar{E})'(E^* - \bar{E}) \\ &= \sum_{i \in I} \nabla J(\bar{E})_i (E_i^* - \bar{E}_i) = \sum_{i \in I} \nabla J(\bar{E})_i E_i^* \geq 0 \end{aligned}$$

ce qui est impossible. Donc $J(\bar{E}) = J(E^*)$ et \bar{E} est un minimum.

16. I est non vide parce que lorsque le processus requiert une infinité d'étapes, au moins une borne est active une infinité de fois.

Supposons maintenant que le processus s'arrête après un nombre fini d'étapes, soit k . Dans ce cas, $E_{ik}^* > F_{ik} \forall i$ et donc E_k^* est un minimum sans contrainte.

(ii) Si les valeurs minima de tous les E_i sont strictement positives, alors le processus s'arrête après un nombre fini d'étapes.

En vertu de (i), si le processus est infini, alors il existe au moins un point d'accumulation \bar{E} qui soit sur la frontière de l'orthant et qui soit aussi un minimum, ce qui est impossible. Donc le processus est fini. \square

ANNEXE 2

Données numériques du modèle

TABLEAU A

Valeurs initiales des émissions et dépôts (année 1987) et valeurs des paramètres des fonctions de coût

$i =$		E_{i0}	Q_{i0}	B_i	α_i	β_i	γ_i	\bar{E}_i	π_i
1	Finlande du Nord	5	46	26	10	2.093	5.9	–	50
2	Finlande centrale	60	98	59	3.8	.172	33	–	8.9
3	Finlande du Sud	97	66	35	4.6	.068	53.6	–	15.6
4	Kola:	350	131	27	1	.077	252	98	2.6
5	Karélie	85	95	50	4	.045	0	–	11.6
6	St. Pétersbourg	112	88	46	6	.051	0	–	20.2
7	Estonie	104	60	32	2	.191	88	60	2.8

TABLEAU B

Matrice de transfert des polluants (année 1987)

	Région émettrice (j) :						
	FN	FC	FS	Ko	Ka	SP	Es
Région réceptrice (i) :							
Finlande du Nord (FN)	.200	.017	.010	.046	.012	.000	.000
Finlande centrale (FC)	.000	.300	.062	.011	.047	.036	.029
Finlande du Sud (FS)	.000	.017	.227	.003	.000	.027	.038
Kola (Ko)	.000	.017	.000	.286	.023	.009	.000
Karélie (Ka)	.000	.033	.031	.017	.318	.045	.019
St Pétersbourg (SP)	.000	.000	.031	.003	.012	.268	.058
Estonie (Es)	.000	.000	.031	.000	.000	.018	.221

Démonstration du théorème 3

La démonstration, qui est de la même structure que celle du théorème de CHANDER et TULKENS [1995], découle des deux lemmes et corollaire suivants.

LEMME 1 : Soit E_0 le vecteur des émissions à l'état initial (équilibre de Nash); soit encore, pour toute période $t = 1, 2, \dots$, et pour une coalition quelconque $S \subset N$, E_t^S le vecteur des émissions à l'équilibre de Nash partiel relatif à la coalition S ; soit encore E_t^* ce vecteur à l'optimum. Sous l'hypothèse de linéarité (16) des fonctions D_i on a :

$$(A.6) \quad E_0 \geq E_t^S \geq E_t^*, \quad \forall i \in N.$$

Démonstration: En vertu de (16) et en utilisant (11) les conditions du premier ordre des problèmes (31) et (32), dont E_t^S est solution, peuvent s'écrire :

$$(A.7.a) \quad C'_i(E_{it}^S) + \sum_{k \in S} \pi_k a_{ki} \geq 0, \quad i \in S$$

$$(A.7.b) \quad C'_j(E_{jt}^S) + \pi_j a_{jj} \geq 0, \quad j \in N \setminus S.$$

Observons que E_0 est une solution de ces inégalités dans le cas particulier où S se réduit à un singleton, tandis que E_t^* en est une solution quand $S = N$. Notons en outre que les inégalités sont strictes lorsque les bornes F_{it} sont actives à l'optimum au temps t . (A.6) découle alors immédiatement de la convexité des fonctions $C_i(E_i)$. \square

COROLLAIRE :

$$(A.8) \quad C_i(E_{it}^*) - C_i(E_{it}^S) \leq C'_i(E_{it}^*) [E_{it}^* - E_{it}^S], \\ \forall i \in N \quad \text{et} \quad \forall S \subseteq N.$$

Démonstration: l'expression (A.8) découle du Lemme 1 et de la convexité des fonctions $C_i(E_i)$. \square

Démontrer le théorème revient à montrer que l'imputation définie par (35)-(36)-(37)-(38) satisfait à chaque étape des négociations :

$$(A.9) \quad \sum_{i \in S} J_{it}^T = \sum_{i \in S} [C_i(E_{it}^*) + D_i(Q_i(E_t^*)) + T_{it}^*] \\ \leq \sum_{i \in S} [C_i(E_{it}^S) + D_i(Q_i(E_t^S))] \quad \forall S \subseteq N.$$

Procédant par l'absurde, commençons par démontrer :

LEMME 2 : Si (A.9) est faux, alors il existe S et une stratégie jointe E_t^S permettant de construire une imputation $\hat{J}_t = (\hat{J}_{1t}, \dots, \hat{J}_{nt})'$ définie par

$$\hat{J}_{it} = J_{it}^* + \hat{T}_{it}, \quad i \in N$$

où

$$(A.11) \quad \hat{T}_{it} = - [C_i(E_{it}^*) - C_i(E_{it}^S)] - [D_i(Q_i(E_t^*)) - D_i(Q_i(E_t^S))] \\ + \sum_{j=1}^n \delta_{ij} \left[C_j(E_{jt}^*) - C_j(E_{jt}^S) \right. \\ \left. + (E_{jt}^* - E_{jt}^S) \sum_{k=1}^n \pi_k a_{kj} \right]$$

et δ_{ij} vérifie (38), imputation qui domine $J_t^{T^*}$ (défini par (35)) au sens où

$$(A.12) \quad (i) \quad \sum_{i \in S} \hat{J}_{it} < \sum_{i \in S} J_{it}^{T^*}$$

et

$$(A.13) \quad (ii) \quad \hat{J}_{it} < J_{it}^{T^*}, \quad \forall i \in N \setminus S.$$

Démonstration: (i) Par définition de \hat{T}_{it}

$$(A.14) \quad \sum_{i \in S} \hat{J}_{it} = \sum_{i \in S} [C_i(E_{it}^*) + D_i(Q_i(E_t^*)) + \hat{T}_{it}] \\ = \sum_{i \in S} \left\{ C_i(E_{it}^S) + D_i(Q_i(E_t^S)) \right. \\ \left. + \sum_{j=1}^n \delta_{ij} \left[(C_j(E_{jt}^*) - C_j(E_{jt}^S)) \right. \right. \\ \left. \left. + (E_{jt}^* - E_{jt}^S) \sum_{k=1}^n \pi_k a_{kj} \right] \right\}$$

Montrons que les termes entre crochets multipliant les δ_{ij} sont négatifs. On a en effet :

$$C_j(E_{jt}^*) - C_j(E_{jt}^S) + (E_{jt}^* - E_{jt}^S) \sum_{k=1}^n \pi_k a_{kj} \\ \leq (E_{jt}^* - E_{jt}^S) \left[C'_j(E_{jt}^*) + \sum_{k=1}^n \pi_k a_{kj} \right] \leq 0, \quad \forall j \in N$$

car la première inégalité résulte de (A.8), et la seconde de (A.6) et des conditions du premier ordre à l'optimum (cfr(A.7.a) avec $S = N$). (A.12) découle alors de (A.14) et du fait que (A.9) est supposé faux.

(ii) Montrer (A.13) revient alors à montrer que $\hat{T}_{it} \leq T_{it}^*$, $\forall i \in N \setminus S$. En combinant (11), (16), (36) et (38), T_{it}^* peut se réécrire

$$(A.15) \quad T_{it}^* = -[C_i(E_{it}^*) - C_i(E_{i0})] + \sum_{j=1}^n \delta_{ij} [C_j(E_{jt}^*) - C_j(E_{j0})].$$

Par analogie à partir de (A.11),

$$(A.16) \quad \hat{T}_{it} = -[C_i(E_{it}^*) - C_i(E_{it}^S)] + \sum_{j=1}^n \delta_{ij} [C_j(E_{jt}^*) - C_j(E_{jt}^S)].$$

Montrer que $\hat{T}_{it} \leq T_{it}^*$ revient par conséquent à montrer que

$$(A.17) \quad -[C_i(E_{i0}) - C_i(E_{it}^S)] + \sum_{j=1}^n \delta_{ij} [C_j(E_{j0}) - C_j(E_{jt}^S)] \leq 0.$$

Or, comme le montre (A.7.b), une région non-membre de la coalition S se comporte comme à l'équilibre de Nash; donc le premier terme de (A.17) est nul. Quant au second terme, il est négatif en vertu de (A.6) et de la décroissance des $C_j(E_j)$. Le lemme est ainsi démontré. \square

La démonstration du théorème 3 découle immédiatement du lemme 2. En effet, de (35) et (A.10) d'une part, de (A.12) et (A.13) de l'autre, on a

$$\sum_{i=1}^n \hat{T}_{it} < \sum_{i=1}^n T_{it}^*.$$

Or ceci est impossible car il est aisé de voir (à partir de (A.15) et de (A.16) par exemple) que les vecteurs $\hat{T}_t = (\hat{T}_{1t}, \dots, \hat{T}_{nt})$ et $T_t^* = (T_{1t}^*, \dots, T_{nt}^*)$ sont budgétairement équilibrés. Donc (A.9) est vrai et le théorème 3 est démontré.

● Références bibliographiques

- ARROW, K., HURWICZ, L. (Eds.) (1977). – Studies in Resource Allocation Processes, *Cambridge University Press*, Cambridge U.K.
- CHAMPSAUR, P., DREZE, J.H., HENRY, C. (1977). – “Stability Theorems with Economic Applications”, *Econometrica*, 45(2), pp. 273-294.
- CHANDER, P., TULKENS, H. (1991). – “Strategically Stable Cost Sharing in an Economic-Ecological Negotiation Process”, *CORE Discussion Paper n° 9135* (revised version: October 1992); à paraître dans K.G. MÅLER (ed.), *International Environmental Problems*, volume publié sous les auspices de la European Science Foundation, Kluwer, Boston et Dordrecht.
- CHANDER, P., TULKENS, H. (1992a). – “Theoretical Foundations of Negotiations and Cost Sharing in Transfrontier Pollution Problems”, *European Economic Review*, 36 (2/3), pp. 288-299.

- CHANDER, P., TULKENS, H. (1992b). – “Aspects stratégiques des négociations internationales sur les pollutions transfrontières et du partage des coûts de l'épuration”, *Revue Economique*, 43 (4), pp. 769-781.
- CHANDER, P., TULKENS, H. (1994). – “A Core-Theoretic Solution for the Design of Cooperative Agreements on Transfrontier Pollution”, *CORE Discussion Paper n° 9448*, Center for Operations Research and Econometrics, Université Catholique de Louvain, Louvain-la-Neuve et *Discussion Paper n° 51*, Beijer International Institute for Ecological Economics, Royal Swedish Academy of Sciences, Stockholm. Version révisée (février 1995) à paraître dans *International Tax and Public Finance* (Kluwer, éditeur).
- DREZE, J., DE LA VALLÉE POUSSIN, D. (1971). – “A Tatonnement Process for Public Goods”, *Review of Economic Studies*, 38, pp. 133-150.
- KAITALA, V., POHJOLA, M. (1992). – “Acid Rain and International Environmental aid: A Case Study of Transboundary Pollution between Finland, Russia, and Estonia”, *mimeo*, à paraître dans K.G. MÅLER (ed.), *International Environmental Problems*, volume publié sous les auspices de la European Science Foundation, Kluwer, Boston et Dordrecht.
- KAITALA, V., MÅLER, K.G., TULKENS, H. (1995). – “The Acid Rain Game as a Resource Allocation Process, with Application to Negotiations between Finland, Russia and Estonia”, *The Scandinavian Journal of Economics*, 97(2), pp. 325-343.
- MÅLER, K.G. (1989). – “The Acid Rain Game”, chapitre 12 (pp. 231-252) in H. FOLMER et E. VAN IERLAND (eds), *Valuation Methods and Policy Making in Environmental Economics*, Elsevier, Amsterdam.
- MÅLER, K.G. (1992). – “Critical Loads and International Environmental Cooperation”, chapitre 3 (pp. 71-81) in PETHIG, R. (ed.), *Conflicts and cooperation in managing environmental resources*, Springer-Verlag, Berlin, 1992.
- MALINVAUD E. (1970-71). – “Procedures for the Determination of a Program of Collective Consumption”, *European Economic Review*, 2, pp. 187-217.
- TULKENS, H. (1979). – “An Economic Model of International Negotiations Relating to Trans-frontier Pollution”, chapitre 16 (pp. 199-212) in K. KRIPPENDORFF (ed.) *Communication and Control in Society*, Gordon and Breach Science Publishers, New York.