ANNALES D'ÉCONOMIE ET DE STATISTIQUE. – N° 43 — 1996

Altruisme et hétérogénéité

Jean-Pierre VIDAL*

RÉSUMÉ. – Dans cet article, nous étudions un modèle à générations imbriquées dans lequel coexistent des agents différenciés par leur degré d'altruisme envers leurs descendants. Il apparaît que le stock de capital stationnaire ne dépend que du degré d'altruisme de la dynastie la plus altruiste. A long terme, la société est divisée en deux classes : les plus altruistes qui reçoivent et laissent un héritage et les moins altruistes qui se comportent comme s'ils étaient égoïstes. Lorsque l'altruisme est opérant à l'équilibre stationnaire au sens où la dynastie la plus altruiste effectue des legs, nous montrons que les politiques économiques (émission de dette publique ou mise en place d'un système de retraite par répartition) sont neutres d'un point de vue macro-économique, mais redistribuent les ressources au profit des plus altruistes d'un point de vue micro-économique.

Altruism and heterogeneity

ABSTRACT. – This article examines the long-run equilibrium of an overlapping- generations economy with a population consisting of altruistic agents whose degree of altruism toward their offspring is heterogeneous. It shows that the steady state capital labor ratio only depends on the degree of altruism of the most altruistic agents. In the long run the society is divided in two classes : those who are linked with their offspring through bequests and those who behave as if they were egoistic. When bequests are operative, the introduction of public debt or unfunded social security has no effect on the long-run capital labor ratio, but makes the most altruistic agents better off while making the other ones worse off.

* J. P. VIDAL: CREPP, Université de Liège et CEME, Université de Paris-I (UA CNRS D0924). L'auteur tient à exprimer toute sa reconnaissance à Philippe MICHEL et à Pierre PESTIEAU pour leur soutien et leurs suggestions tout au long de l'élaboration de cet article. Il tient également à remercier deux rapporteurs anonymes dont les critiques ont permis d'améliorer considérablement ce travail ainsi que les participants aux Journées d'étude sur le modèle à générations imbriquées, Aix-en-Provence, 18-20 mars 1994. Ce travail a également bénéficié des commentaires de Bertrand CRETTEZ, Bernard LEJEUNE et Sergio PERELMAN.

1 Introduction

Le modèle de croissance à générations imbriquées permet d'étudier le problème de la répartition des ressources entre les générations. Dans un cadre néoclassique, DIAMOND [1965] met ainsi en évidence la possibilité d'inefficacité d'un équilibre concurrentiel et montre que la politique budgétaire peut améliorer le bien-être de toutes les générations lorsque le comportement d'épargne des agents privés conduit l'économie à une situation de suraccumulation du capital.

En introduisant l'hypothèse d'altruisme dans ce modèle, BARRO [1974] généralise l'argument ricardien de l'équivalence entre financement par la dette ou l'impôt en remarquant que la durée de vie par nature finie des individus ne les empêche pas de neutraliser la politique gouvernementale. Si les agents sont altruistes, l'héritage constitue en effet pour eux le moyen de transmettre aux générations futures les avoirs nécessaires pour faire face aux engagements gouvernementaux passés. Finalement, l'enseignement du modèle altruiste est double : la répartition des ressources entre les générations qui résulte des décisions privées est dynamiquement efficace et toute politique de redistribution intergénérationnelle des ressources est vouée à l'échec.

Mais la répartition est un problème à la fois inter et intragénérationnel. Dans le cadre des modèles de croissance, l'aspect intragénérationnel a été largement négligé. Pourtant, Ramsey s'est intéressé dès 1928 à ce problème dans le cadre d'un modèle où des agents à durée de vie infinie présentent des taux de préférence pour le présent hétérogènes. En d'autres termes, il étudiait les implications à long terme de la croissance sur la répartition des ressources entre les agents lorsque l'économie est constituée d'une part d'agents patients et économes, d'autre part d'agents moins prévoyants et peu enclins à l'épargne. Ramsey montre alors qu'à long terme la société est divisée en deux classes : "(...) the thrifty enjoying bliss and the improvident at the subsistance level" [1].

Notre objectif est de concilier ces deux courants de la littérature. Nous supposons que l'économie est constituée de familles ou de dynasties qui diffèrent par l'intérêt qu'elles portent au bien-être de leurs descendants [2]. A long terme, la société sera divisée ici encore en deux classes : les plus altruistes qui reçoivent et laissent un héritage et les moins altruistes qui n'ont que leur revenu salarial et se comportent comme s'ils étaient égoïstes. Dans ce cadre, nous étudions les conséquences des politiques gouvernementales de transferts intergénérationnels sur l'équilibre de long terme et sur la

1. "(...) les économes jouissant de la plus grande félicité qui leur soit permise ici-bàs et les imprévoyants réduits au minimum vital." BECKER [1980] donne une preuve de la conjecture de Ramsey.

2. MICHEL et PESTIEAU [1994] étudient le cas d'une économie composée d'une dynastie altruiste et d'agents égoïstes.

répartition. Nous montrons que les politiques de financement par dette publique ou de création d'un système de retraite par répartition ne modifient pas les variables macro-économiques mais induisent une redistribution de la richesse des moins altruistes vers les plus altruistes. D'un côté nous retrouvons donc la neutralité à la Barro, de l'autre nous mettons en évidence les effets des politiques économiques sur la répartition des ressources au sein d'une même génération.

L'article est organisé de la façon suivante. Dans la seconde partie, nous présentons le comportement des agents et des firmes et étudions l'équilibre de long terme de l'économie. Dans la troisième, nous examinons les conséquences macro et micro-économiques de deux types de politique : la création d'un système de retraite par répartition et l'émission d'une dette publique.

2 Le modèle à générations imbriquées avec dynasties hétérogènes

---

L'économie est composée d'un nombre N de familles indicées par $h \in \{1, ..., N\}$. Dans la tradition des modèles avec agents représentatifs, une famille peut être considérée, dans notre modèle, comme représentative d'un ensemble de familles de même degré d'altruisme. Chaque famille est caractérisée par les relations intergénérationnelles qui règnent en son sein ; le même comportement se perpétue de génération en génération. Dans certaines, les parents accordent beaucoup de poids au bien-être de leur progéniture, dans d'autres moins. Nous supposons que les familles sont de même taille ($N_t^h = N_t/N$, où N_t^h et N_t sont respectivement le nombre d'individus de la famille h nés en t et le nombre total d'individus jeunes en t) et ont une fertilité identique. Le taux de croissance de la population est donc égal au taux de croissance démographique n d'une famille supposé exogène ($N_{t+1}/N_t = N_{t+1}^h/N_t^h = 1 + n$).

L'économie est dotée d'un secteur de production de type néoclassique à rendements d'échelle constants. Toutes les firmes sont identiques et ont un comportement parfaitement concurrentiel.

2.1. Comportement des agents altruistes

Les agents vivent deux périodes. Pendant leur période d'activité, ils offrent inélastiquement une unité de travail contre le salaire réel w_t, reçoivent un legs x_t, consomment c_t et épargnent s_t. Pendant leur retraite, le produit de leur épargne $(1 + r_{t+1})\, s_t$ leur permet de financer leur consommation de seconde période d_{t+1} et de laisser un héritage x_{t+1} à chacun de leurs $(1 + n)$ enfants. Les contraintes budgétaires de première et de seconde période de vie d'un agent de la famille h né en t sont donc :

(1) $$c_t^h + s_t^h = w_t + x_t^h$$

(2) $$(1 + r_{t+1})\, s_t^h = d_{t+1}^h + (1 + n)\, x_{t+1}^h$$

En substituant l'épargne dans (1) et (2), on obtient la contrainte budgétaire intertemporelle de la génération t :

(3) $$x_{l+1}^h = \frac{1 + r_{t+1}}{1 + n} \left[w_t + x_t^h - c_t^h - \frac{d_{t+1}^h}{1 + r_{t+1}} \right].$$

Nous supposons qu'aucune génération ne peut s'endetter au détriment des générations suivantes. Dans la mesure où nous étudions les décisions d'agents privés, cette hypothèse est parfaitement justifiée : d'après la loi, les enfants ne sont pas tenus d'accepter l'héritage de leurs parents. Si ceux-ci ne leur laissent que des dettes, ils refuseront l'héritage. Remarquons que la dette publique peut néanmoins être garantie par le revenu des générations futures, mais les prêteurs ne sont plus alors face à des agents privés ; ils ont une puissante contrepartie, l'État qui dispose des moyens nécessaires pour faire face à ses échéances (impôt sur les générations futures). Pour notre propos, le legs [3] sera donc contraint à être non négatif à chaque période :

(4) $$\forall\, t, \quad x_t^h \geq 0$$

L'utilité d'un agent altruiste est la somme pondérée de son utilité de cycle de vie et de l'utilité de ses descendants immédiats :

$$V_t = U\,(c_t,\, d_{t+1}) + \gamma_h\, V_{t+1}$$

où $U\,(c,\, d)$ est la fonction d'utilité de cycle de vie et V_{t+1} la plus grande utilité que peut atteindre un membre de la génération $t + 1$ lorsqu'il reçoit un legs x_{t+1}. $\gamma_h \in [0,\, 1[$ est le degré d'altruisme propre à la famille h.

Hypothèse : on suppose que la fonction d'utilité $U\,(c,\, d)$ est strictement concave et deux fois continûment différentiable sur $(R_+^*)^2$ avec :

$$U_c > 0,\; U_d > 0,\; U_{cc} < 0,\; U_{dd} < 0$$

et

$$\lim_{c \to 0} U_c\,(c,\, d) = \infty,\; \lim_{d \to 0} U_d\,(c,\, d) = \infty$$

L'hétérogénéité ne porte que sur les degrés d'altruisme γ_h des différentes familles. Nous supposons que les dynasties sont indicées par degré

3. Cette hypothèse est standard dans les modèles avec altruisme descendant, c'est-à dire des parents envers les enfants.

d'altruisme croissant : $\gamma_{h+1} > \gamma_h$. On note $\overline{\gamma} = \gamma_N$ le degré d'altruisme de la dynastie la plus altruiste.

Le programme d'un agent altruiste peut s'écrire sous la forme [4] :

$$\mathrm{Max} \sum_{t=0}^{\infty} \gamma_h^t \, U\,(c_t^h,\, d_{t+1}^h)$$

sous les contraintes (3), (4) et la condition initiale $x_0^h = \tilde{x}_0^h$.

En $t = 0$, tout se passe comme si le "père fondateur" de la famille h calculait la trajectoire patrimoniale optimale de sa dynastie en anticipant toute la séquence des prix futurs. Les conditions nécessaires d'optimalité de la période t sont obtenues en maximisant le lagrangien qui est égal à la somme de l'utilité de cycle de vie *stricto sensu* de la génération t et à l'accroissement de la valeur implicite de l'héritage entre la période t et $t+1$:

$$\begin{aligned} L\,(c_t^h,\, d_{t+1}^h,\, x_t^h) &= U\,(c_t^h,\, d_{t+1}^h) \\ &+ \frac{\gamma_h}{1+n}\, q_{t+1}^h \left[(1 + r_{t+1})\,(w_t + x_t^h - c_t^h) - d_{t+1}^h\right] - q_t^h\, x_t^h \end{aligned}$$

où q_t^h est le prix implicite du legs.

Les conditions nécessaires et suffisantes d'optimalité [5] sont obtenues en ajoutant la condition de transversalité aux conditions du premier ordre :

$$\begin{aligned} &U_c\,(c_t^h,\, d_{t+1}^h) = \frac{\gamma_h}{1+n}\,(1 + r_{t+1})\, q_{t+1}^h \\ &U_d\,(c_t^h,\, d_{t+1}^h) = \frac{\gamma_h}{1+n}\, q_{t+1}^h \\ &q_t^h \geq \frac{\gamma_h}{1+n}\,(1 + r_{t+1})\, q_{t+1}^h \;\bigl(= \mathrm{si}\; x_t^h > 0\bigr) \\ &\lim_{t \to +\infty} \gamma_h^t\, q_t^h\, x_t^h = 0 \quad (\text{condition de transversalité}) \end{aligned}$$

De ces conditions, on déduit les conditions marginales d'optimalité suivantes :

$$U_c\,(c_t^h,\, d_{t+1}^h) = (1 + r_{t+1})\, U_d\,(c_t^h,\, d_{t+1}^h) \tag{5}$$

$$-(1+n)\, U_d\,(c_{t-1}^h,\, d_t^h) + \gamma_h\, U_c\,(c_t^h,\, d_{t+1}^h) \leq 0 \quad (= \mathrm{si}\; x_t^h > 0) \tag{6}$$

(5) est la condition traditionnelle d'arbitrage optimal des consommations sur le cycle de vie d'une génération : le taux marginal de substitution entre la consommation de première période et la consommation de seconde période est égal au taux d'intérêt. (6) est la condition d'arbitrage optimal des ressources entre les générations : la désutilité liée à la perte d'une unité de

4. Voir Stokey et Lucas [1989].
5. Voir Michel [1990].

consommation pour la génération $t-1$ doit être égale au gain d'utilité lié à une unité de consommation supplémentaire pour la génération t (évalué du point de vue de la génération $t-1$). Lorsque l'inégalité est stricte, l'utilité marginale de la consommation de seconde période des parents est supérieure à l'utilité marginale de la consommation de première période des enfants (évaluée toujours du point de vue des parents) : dans ce cas, l'égalisation des utilités marginales nécessiterait un transfert des enfants vers les parents ("legs négatif") que nous avons exclu par hypothèse.

La condition d'arbitrage optimal des ressources sur le cycle de vie d'une génération définit implicitement l'épargne en fonction du revenu de première période $(w_t + x_t^h)$, du revenu de seconde période $(-(1+n)\,x_{t+1}^h)$ et du taux d'intérêt (r_{t+1}) [6] :

$$s_t^h = s\,(w_t + x_t^h,\, -(1+n)\,x_{t+1}^h,\, r_{t+1}) \tag{7}$$

La fonction d'épargne est supposée vérifier les propriétés suivantes :

$$s_1 > 0, \quad s_2 < 0 \qquad \text{et} \qquad s_3 \geq 0$$

où s_1, s_2 et s_3 désignent respectivement les dérivées de la fonction d'épargne par rapport au revenu de première période, au revenu de seconde période et au taux d'intérêt. Les deux premières inégalités signifient que les consommations des deux périodes de vie sont des biens normaux. L'hypothèse de normalité implique que, toutes choses égales par ailleurs, une augmentation du legs provoque une hausse de l'épargne :

$$\frac{ds}{dx} = s_1 - (1+n)\,s_2 > 0$$

La troisième inégalité signifie que l'effet de substitution domine l'effet de revenu. Si le legs optimal est nul, on se retrouve dans le cas standard d'une économie dans laquelle les agents sont égoïstes [7] :

$$s^d\,(w_t,\, r_{t+1}) = s\,(w_t,\, 0,\, r_{t+1}) \tag{8}$$

2.2. Comportement des firmes

La production totale dépend du stock de capital et du nombre de salariés de la période courante qui, sous l'hypothèse d'offre de travail inélastique, est égal au nombre d'individus jeunes $(L_t = N_t)$. La fonction de production est de type néoclassique à rendements d'échelle constants : $Y_t = F\,(K_t,\, L_t)$. On a donc :

$$\frac{Y_t}{L_t} = F\,(k_t,\, 1) = f\,(k_t), \qquad \text{où} \quad k_t = \frac{K_t}{L_t}$$

6. Sur ce point voir Abel [1987].

7. s^d est l'épargne qui prévaudrait dans une économie sans altruisme dans laquelle les agents auraient la même utilité de cycle de vie que nos altruistes. Le "d" fait référence à Diamond [1965].

Hypothèse : pour tout $k > 0$, on a : $f(k) > 0$, $f'(k) > 0$, $f''(k) < 0$, $\lim_{k \to 0} f'(k) = \infty$ et $\lim_{k \to \infty} f'(k) = 0$.

A chaque période les firmes maximisent leurs profits. Sous l'hypothèse de comportement concurrentiel, le salaire réel est égal à la productivité marginale du travail et le taux d'intérêt à la productivité marginale du capital nette de la dépréciation. On suppose que le capital se déprécie totalement en une période :

$$w_t = f(k_t) - k_t f'(k_t) = \omega(k_t) \tag{9}$$

$$r_t = f'(k_t) - 1 = \rho(k_t) \tag{10}$$

2.3. **L'équilibre de l'économie**

A chaque période, l'épargne agrégée permet de financer le stock de capital de la période suivante. L'équilibre sur le marché des capitaux s'écrit donc :

$$(1+n)\,k_{t+1} = \frac{1}{N} \sum_{h=1}^{N} s_t^h \tag{11}$$

Un équilibre avec prévisions parfaites de cette économie est défini par les équations (1), (2), (4), (5), (6), (9), (10) et (11).

Définition : un équilibre stationnaire avec prévisions parfaites est un équilibre vérifiant les relations suivantes :

$$c^{h^*} + s^{h^*} = w^* + x^{h^*}, \qquad \forall\, h \in \{1, ..., N\} \tag{12}$$

$$(1+r^*)\,s^{h^*} = d^{h^*} + (1+n)\,x^{h^*}, \qquad \forall\, h \in \{1, ..., N\} \tag{13}$$

$$U_c(c^{h^*}, d^{h^*}) = (1+r^*)\,U_d(c^{h^*}, d^{h^*}), \qquad \forall\, h \in \{1, ..., N\} \tag{14}$$

$$\left((1+r^*) - \frac{1+n}{\gamma_h}\right) U_d(c^{h^*}, d^{h^*}) \leq 0\,(= \mathrm{si}\; x^{h^*} > 0), \quad \forall\, h \in \{1, ..., N\} \tag{15}$$

$$(1+n)\,k^* = \frac{1}{N} \sum_{h=1}^{N} s^{h^*} \tag{16}$$

$$w^* = \omega(k^*) \tag{17}$$

$$r^* = \rho(k^*) \tag{18}$$

$$x^{h^*} \geq 0, \qquad \forall\, h \in \{1, ..., N\} \tag{19}$$

PROPOSITION 1 [8] : si $\overline{\gamma} \geq \dfrac{1+n}{1+r^d} \equiv \gamma^d$, l'équilibre stationnaire avec prévisions parfaites de l'économie avec dynasties hétérogènes est unique. Le stock de capital stationnaire ne dépend que du degré d'altruisme de la famille la plus altruiste. Seule cette famille effectue des transferts patrimoniaux. Toutes les autres familles se comportent comme si elles étaient égoïstes.

Preuve: pour des utilités marginales strictement positives $(U_d > 0)$, la condition (15) ne peut être serrée que pour une seule dynastie. Il s'agit nécessairement de la dynastie la plus altruiste puisque l'inégalité doit aussi être vérifiée pour les autres dynasties. La détermination de l'équilibre s'effectue de la façon suivante : si $\overline{\gamma}$ vérifie la condition d'altruisme opérant démontrée par WEIL [1987] $\left(\overline{\gamma} \geq \dfrac{1+n}{1+r^d}\right)$, $\overline{\gamma}$ détermine r^*, ce qui détermine k^* et w^*. Les conditions (12), (13) et (14) permettent de déterminer s^h en fonction de w^* et r^* pour les familles les moins altruistes, $h \in \{1, ..., N-1\}$ et en fonction de w^*, r^* et x^N pour la dynastie la plus altruiste. Le legs optimal de la dynastie la plus altruiste est alors déterminé par la condition (16).

PROPOSITION 2 : Si $\overline{\gamma} < \gamma^d$, l'équilibre stationnaire est l'équilibre de Diamond et toutes les dynasties se comportent à long terme comme si elles étaient égoïstes.

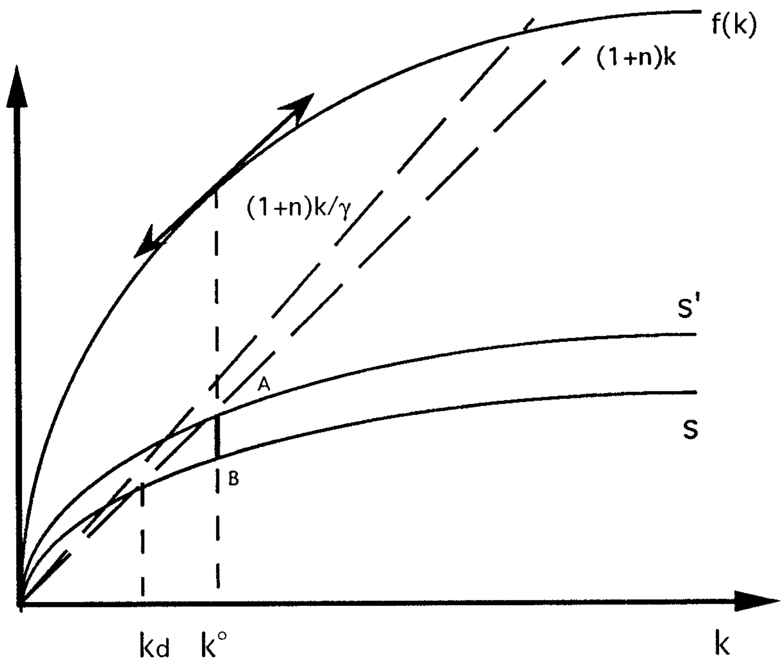
Preuve: lorsque la condition d'altruisme opérant n'est pas vérifiée, le stock de capital stationnaire de la règle d'or modifiée par la dynastie la plus altruiste est inférieur au stock de capital stationnaire de l'économie de Diamond. La condition (16) déterminerait alors un legs optimal de valeur négative en contradiction avec la condition (19). L'inégalité (15) est donc stricte pour toutes les dynasties.

Une représentation graphique simple permet d'illustrer notre propos. La figure 1 représente une économie dans laquelle la famille la plus altruiste effectue des legs. La courbe s représente l'épargne d'une économie où il n'y aurait que des agents égoïstes ; l'intersection de cette courbe avec la droite $(1+n)\,k$ détermine l'équilibre stationnaire de l'économie de Diamond. La courbe s' représente l'épargne agrégée dans une économie comportant des agents dynastiques hétérogènes. Avec l'altruisme, le stock de capital stationnaire de l'économie sera celui de la règle d'or modifiée par la dynastie la plus altruiste $(f'(k) = (1+n)/\overline{\gamma})$. Le segment AB représente alors l'épargne due au motif de transfert intergénérationnel.

8. r^d est le taux d'intérêt stationnaire qui prévaudrait dans l'économie sans altruisme (ou de Diamond) correspondante. γ^d est le degré d'altruisme pour lequel les legs optimaux sont nuls : l'équilibre de l'économie altruiste est alors celui de l'économie de Diamond.

FIGURE 1

Altruisme opérant



Nous supposons désormais que l'altruisme est opérant à l'équilibre stationnaire ($\overline{\gamma} \geq \gamma^d$). A long terme, la société est divisée en deux classes : les plus altruistes qui se transmettent un patrimoine de génération en génération et les moins altruistes qui n'ont que le revenu de leur travail et se comportent "comme des égoïstes" bien qu'ils tiennent compte du bien-être de leurs enfants : leurs legs optimaux sont nuls.

Étudions un cas particulier simple avec une fonction de production de type Cobb-Douglas et des utilités de cycle de vie logarithmiques :

$$f(k) = A\,k^{\alpha}, \qquad \text{avec} \quad A > 0 \qquad \text{et} \qquad 0 < \alpha < 1$$
$$U(c,\, d) = (1-a)\ln c + a \ln d, \qquad \text{avec} \quad 0 < a < 1$$

Le stock de capital stationnaire ne dépend que du degré d'altruisme de la dynastie la plus altruiste :

$$\alpha\, A\, k^{\alpha - 1} = \frac{1+n}{\overline{\gamma}} \Rightarrow k^* = \left(\frac{\alpha\,\overline{\gamma}\,A}{1+n}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

L'épargne de la dynastie la plus altruiste est :

$$\overline{s} = aw + \left(\frac{(1-a)\,(1+n) + a\,(1+r)}{1+r}\right) x$$

et celle des autres dynasties : $s = aw$. L'équilibre sur le marché des capitaux s'écrit :

$$(1+n)\,k = p\overline{s} + (1-p)\,s$$

où p est la proportion de la dynastie la plus altruiste dans la population. Le legs de la dynastie la plus altruiste est alors donné par :

$$(1+n)\left(\frac{\alpha\overline{\gamma}\,A}{1+n}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} - a\,(1-\alpha)\,A\left(\frac{\alpha\overline{\gamma}\,A}{1+n}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} = p\,(\overline{\gamma}\,(1-a)+a)\,x$$

soit,

$$x = \frac{A\,\alpha}{p\,(\overline{\gamma}\,(1-a)+a)}\left(\frac{\alpha\overline{\gamma}\,A}{1+n}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}(\overline{\gamma} - \overline{\gamma}^{d})$$

où $\gamma^d = a\,(1-\alpha)/\alpha$. On retrouve la condition de Weil : le legs n'est positif que si le motif d'altruisme est assez fort : $\overline{\gamma} \geq \gamma^d$.

Ainsi, à l'équilibre stationnaire, l'écart entre les degrés d'altruisme des différentes dynasties n'a pas d'influence sur le comportement des agents. Le legs stationnaire dépend de la proportion de la dynastie la plus altruiste dans l'économie et de l'écart entre $\overline{\gamma}$, le degré d'altruisme de la dynastie la plus altruiste et γ^d, le degré d'altruisme qui conduit à l'équilibre de Diamond. Ce résultat de long terme est d'ailleurs assez intuitif : dans la mesure où les moins altruistes se comportent comme des égoïstes, la détermination de l'équilibre stationnaire est indépendante de leur degré d'altruisme.

Ce résultat avec une division de la société en deux classes peut sembler paradoxal. Considérons en effet une économie ne comportant que deux catégories d'agents dont les degrés d'altruisme, $\overline{\gamma}$ et γ, sont très proches. A l'équilibre stationnaire, la dynastie la plus altruiste laissera des héritages tandis que l'autre se comportera comme si elle était égoïste. Ainsi, les deux types d'agents ont des comportements radicalement différents à l'équilibre stationnaire alors qu'ils peuvent être arbitrairement semblables [9].

Le paradoxe s'explique par l'horizon infini des agents. En effet, examinons ce qui se passe sur un horizon limité de T périodes. Sur une telle durée, l'ensemble des décisions des agents appartient à un espace de dimension finie. Un argument simple de continuité permet de dire que, lorsque γ tend vers $\overline{\gamma}$, la suite des décisions des deux types d'agent converge vers celle des agents d'une économie ne comportant qu'un seul type de degré d'altruisme $\overline{\gamma}$. On en déduit que des agents arbitrairement proches ont pendant très longtemps des comportement très proches. En revanche, notre résultat montre que, si l'on prend en compte toute la durée de l'horizon infini des agents, on aboutit à une divergence des comportements limites.

---

9. L'auteur tient à remercier un rapporteur anonyme de cette revue d'avoir attiré son attention sur ce point important et qui peut paraître difficile à comprendre. Ce paradoxe qui apparaît à l'équilibre stationnaire montre que des simulations peuvent s'avérer intéressantes dans le cadre de ce modèle.

3 Les effets des politiques économiques

Dans cette partie, nous étudions les conséquences macro et micro-économiques de deux types de politiques visant à modifier l'allocation des ressources entre les générations : la création d'un système de retraite par répartition et l'émission de dette publique.

3.1. Système de retraite par répartition

Dans un système de retraite par répartition, une cotisation τ_t (supposée forfaitaire) est prélevée sur les revenus des actifs pour financer à la même période les pensions π_t des retraités. A chaque période la caisse de retraite équilibre son budget : $\pi_t = (1+n)\,\tau_t$. Avec les retraites, la contrainte budgétaire intertemporelle des agents et la condition d'équilibre sur le marché des capitaux deviennent :

$$(1+n)\,x_{t+1}^h = (1+r_{t+1})\,(w_t - x_t^h - \tau_t - c_t^h) - d_{t+1}^h + (1+n)\,\tau_{t+1} \tag{20}$$

$$(1+n)\,k_{t+1} = \frac{1}{N}\sum_{h=1}^{N} s\,(w_t + x_t^h - \tau_t,\,(1+n)\,\tau_{t+1} - (1+n)\,x_{t+1}^h,\,r_{t+1}) \tag{21}$$

Dans le cadre du modèle altruiste à une seule dynastie, la mise en place d'un système de retraite par répartition est neutre dès lors que l'altruisme est opérant. En effet, les agents neutralisent la politique gouvernementale par une augmentation équivalente de leurs legs. Lorsque l'altruisme est inopérant, la mise en place d'un système de retraite a des effets réels sur l'économie : les retraites évincent l'épargne, ce qui provoque une baisse de l'accumulation du capital et une hausse du taux d'intérêt. Lorsque l'économie est dynamiquement inefficace ($r^d < n$), ce type de politique conduit à une amélioration du bien-être de toutes les générations.

Dans notre modèle, l'équilibre stationnaire est déterminé par la dynastie la plus altruiste :

$$r^0 = \frac{1+n}{\overline{\gamma}} - 1, \quad k^0 = f'^{-1}\,(r^0) \qquad \text{et} \qquad w^0 = \omega\,(k^0)$$

On introduit les notations suivantes :

$$\overline{s} = \overline{s}\,(x,\,\tau) = s\,(w^0 + x - \tau,\,-(1+n)\,x + (1+n)\,\tau,\,r^0)$$
$$s = s\,(\tau) = s\,(w^0 - \tau,\,(1+n)\,\tau,\,r^0)$$

avec :

$$\overline{s}_x = \frac{\partial \overline{s}}{\partial x} > 0, \quad \overline{s}_\tau = \frac{\partial \overline{s}}{\partial \tau} < 0, \qquad \text{et} \qquad s_\tau = \frac{\partial s}{\partial \tau} < 0$$

La condition d'équilibre sur le marché des capitaux s'écrit alors :

(22) $$(1+n)\,k^0 = \frac{1}{N}\,\overline{s}\,(x,\,\tau) + \frac{N-1}{N}\,s\,(\tau).$$

L'équilibre stationnaire n'est pas modifié par le système de retraite. La neutralité macro-économique requiert un surcroît d'épargne de la part des plus altruistes. Il doivent en effet neutraliser la mise en place du système de retraite à la fois dans leur propre dynastie et au niveau macro-économique en palliant la baisse de l'épargne des autres dynasties par une hausse équivalente de leur propre épargne. La réaction de la dynastie la plus altruiste face à une variation de la cotisation forfaitaire est obtenue par différentiation de la relation (22) :

(23) $$\overline{s}_x\,dx = -\overline{s}_\tau\,d\tau - (N-1)\,s_\tau\,d\tau$$

La variation du legs induit une augmentation de l'épargne de la dynastie la plus altruiste qui permet de compenser l'effet d'éviction des retraites sur l'épargne agrégée. Les effets partiels d'éviction de l'épargne par les retraites et de hausse de l'épargne liée à l'augmentation du legs se compensent au sein de la dynastie la plus altruiste : $\overline{s}_x = -\overline{s}_\tau > 0$. La relation (23) implique alors [10] :

(24) $$\frac{dx}{d\tau} = 1 - (N-1)\,\frac{s_\tau}{\overline{s}_x}.$$

Tout transfert public des jeunes vers les vieux est neutralisé par un transfert privé de sens contraire au sein de la dynastie la plus la plus altruiste. A long terme, le système de retraite conduit donc la dynastie la plus altruiste à accumuler un patrimoine plus important $(dx/d\tau > 1$ si $N > 1)$.

> PROPOSITION 3 : A long terme, la mise en place d'un système de retraite par répartition est neutre au niveau macro-économique. Au niveau micro-économique, elle améliore le bien-être des plus altruistes au détriment des moins altruistes.

Preuve : A l'équilibre stationnaire, l'utilité d'un agent est tout simplement :

$$V^h = \sum_{t=0}^{\infty} \gamma_h^t\,U\,(c^h,\,d^h) = \frac{1}{1-\gamma_h}\,U\,(c^h,\,d^h).$$

La variation du bien-être de la dynastie la plus altruiste liée à une augmentation de la cotisation au système de retraite est :

$$\frac{dV^N}{d\tau} = \frac{(r^0 - n)\,U_d}{1-\overline{\gamma}}\left(\frac{dx}{d\tau} - 1\right) \geq 0.$$

10. Cette relation peut être obtenue par différentiation des contraintes budgétaires de la dynastie la plus altruiste pour $(c,\,d,\,r^0,\,w^0)$ constants.

Pour $N > 1$, l'inégalité est stricte. Pour $N = 1$, on retrouve les résultats du modèle altruiste standard $(dx = d\tau)$. La variation du bien-être des autres dynasties est donnée par :

$$\frac{dV^h}{d\tau} = -\frac{(r^0 - n)\,U_d}{1 - \gamma_h} < 0 \qquad \text{car} \quad r^0 > n.$$

3.2. **Emission d'une dette publique**

A chaque période, le gouvernement émet des titres qui viennent à maturité à la période suivante. Le remboursement et le paiement des intérêts des titres émis en $t-1$ sont financés par l'émission de nouveaux titres, $N_t\,b_t$, et une taxe forfaitaire, ν_t, prélevée sur le revenu de chaque jeune. En l'absence de consommation publique, la contrainte budgétaire du gouvernement en variables par individu jeune est :

$$(1 + r_t)\,b_{t-1} = (1 + n)\,(\nu_t + b_t) \tag{25}$$

La dette, supposée constante par individu jeune, a été émise en $t = 0$ et le produit de son émission distribué aux retraités à la même date. Les impôts servent donc à financer la part des intérêts non couverte par l'évolution globale de la dette qui croît au même taux que la population :

$$\nu_t = \frac{(r_t - n)}{1 + n}\,b \tag{26}$$

Avec la dette publique, la condition d'équilibre sur le marché des capitaux et la contrainte budgétaire intertemporelle deviennent :

$$(1 + n)\,k_{t+1} + b = \frac{1}{N}\sum_{h=1}^{N} s\left(w_t + x_t^h - \frac{r_t - n}{1 + n}\,b,\ -(1 + n)\,x_{t+1}^h,\ r_{t+1}\right) \tag{27}$$

$$(1 + n)\,x_{t+1}^h = (1 + r_{t+1})\left(w_t - x_t^h - \frac{r_t - n}{1 + n}\,b - c_t^h\right) - d_{t+1}^h \tag{28}$$

L'équilibre stationnaire est toujours déterminé par la dynastie la plus altruiste. On introduit les notations suivantes :

$$\overline{s} = \overline{s}\,(x,\,b) = s\left(w^0 + x - \frac{r^0 - n}{1 + n}\,b,\ -(1 + n)\,x,\ r^0\right)$$

$$s = s\,(b) = s\left(w^0 - \frac{r^0 - n}{1 + n}\,b,\ 0,\ r^0\right)$$

avec :

$$\overline{s}_x = \frac{\partial \overline{s}}{\partial x} > 0,\ \overline{s}_b = \frac{\partial \overline{s}}{\partial b} < 0, \qquad \text{et} \qquad s_b = \frac{\partial s}{\partial b} < 0$$

A l'équilibre stationnaire, la relation (27) devient :

$$(1+n)\,k^0 + b = \frac{1}{N}\,\overline{s}\,(x,\,b) + \frac{(N-1)}{N}\,s\,(b) \tag{29}$$

La variation du legs de la dynastie la plus altruiste induit par une modification de l'encours de dette publique est obtenue par différentiation de la relation précédente :

$$\overline{s}_x\,dx = -\frac{1}{N}\,\overline{s}_b\,db - \frac{N-1}{N}\,s_b\,db + db \tag{30}$$

La relation (30) montre que l'augmentation de l'épargne de la dynastie la plus altruiste induite par l'accroissement du legs permet de compenser trois effets :

1. la baisse de l'épargne de la dynastie la plus altruiste induite par l'augmentation de la dette ;
2. la baisse de l'épargne des autres dynasties induite par l'augmentation de la dette ;
3. l'éviction du capital physique par la dette publique dans le portefeuille des agents.

La relation précédente peut se réécrire sous la forme :

$$\frac{dx}{db} = \frac{1-\overline{s}_b}{\overline{s}_x} + (N-1)\,\frac{1-s_b}{\overline{s}_x} > 0. \tag{31}$$

Le premier membre représente la variation du legs de la dynastie la plus altruiste permettant de neutraliser les effets de la dette publique en son sein . Le second membre représente la variation du legs permettant de compenser la baisse de l'épargne des autres dynasties.

Les conséquences de l'émission d'une dette publique sur le bien-être des différents types d'agents sont identiques à celles du système de retraite par répartition.

PROPOSITION 4 : A long terme, l'émission d'une dette publique est neutre au niveau macro-économique. Au niveau micro-économique, elle améliore le bien-être des plus altruistes au détriment des moins altruistes.

Preuve : Par différentiation de la contrainte budgétaire de la dynastie la plus altruiste, on obtient :

$$\frac{1-\overline{s}_b}{\overline{s}_x} = \frac{1+r^0}{1+n}$$

La variation du bien-être de la dynastie la plus altruiste est alors donnée par :

$$\frac{dV^N}{db} = \frac{(r^0-n)\,U_c}{(1+r^0)\,(1-\overline{\gamma})}\left(\frac{dx}{db} - \frac{1+r^0}{1+n}\right) > 0 \qquad \text{si} \quad N > 1$$

et celle des autres dynasties par :

$$\frac{dV^h}{db} = -\frac{r^0-n}{(1-\gamma_h)\,(1+n)}\,U_c < 0 \qquad \text{car} \quad r^0 > n.$$

4 Conclusion

L'objet de cet article était l'étude d'une économie dans laquelle coexistent des familles présentant des comportements hétérogènes en matière de transmission du patrimoine. Dans ce cadre, nous avons montré que l'équilibre stationnaire ne dépend que du degré d'altruisme de la dynastie la plus altruiste. L'équilibre stationnaire est caractérisé par une division de la société en deux classes : les plus altruistes qui se transmettent un patrimoine de génération en génération et les autres qui n'ont que leur salaire. Néanmoins cette division ne peut apparaître qu'à très long terme dans le cas d'agents suffisamment semblables.

En outre, nous avons analysé les conséquences de deux types de politiques gouvernementales de réallocation des ressources entre les générations, la création d'un système de retraite par répartition et l'émission d'une dette publique. Dans notre modèle, ces politiques sont neutres au niveau macro-économique comme dans le modèle de Barro. En revanche, nous avons montré qu'elles redistribuent les ressources au profit des plus altruistes d'un point de vue micro-économique.

• Références bibliographiques

ABEL, A B. (1987). – "Operative Gift and Bequest Motives". *American Economic Review*, 77,5, pp. 1037-1047.

Barro, R J. (1974). – "Are Government Bonds Net Wealth ?", *Journal of Political Economy* 82,6, pp. 1095-1117.

BECKER, R. A. (1980). – "On the Long-Run Steady State in a Simple Dynamic Model of Equilibrium with Heterogeneous Households", *Quarterly Journal of Economics*, p. 375-382.

DIAMOND, P. A. (1965). – "National Debt in a Neoclassical Growth Model", *American Economic Review*, 55,5, pp. 1126-1150.

MICHEL, P. (1990). – "Some Clarifications on the Transversality Condition", *Econometrica*, 58,3, pp. 705-723.

MICHEL, P., PESTIEAU, P. (1994). – "Croissance et optimalité dans un modèle avec deux types d'individus : les altruistes et les non altruistes", Université de Liège, *Cahiers de recherche du CREPP 94/03*.

RAMSEY, F. P. (1928). – "A Mathematical Theory of Saving", *Economic Journal*, pp. 543-559.

Stokey, N. L., Lucas, R. E. (1989). – *Recursive Methods in Economic Dynamics*, Harvard University Press.

WEIL, P. (1987). – "Love Thy Children. Reflections on the Barro Debt Neutrality Theorem", *Journal of Monetary Economics*, pp. 377-391.