ANNALES D'ÉCONOMIE ET DE STATISTIQUE. – N° 43 — 1996

# Un modèle de concurrence monopolistique : une approche en équilibre général

**Hubert STAHN***

**RÉSUMÉ.** – Dans cet article, j'étudie l'existence d'un équilibre général dans lequel les prix sont fixés par les entreprises. Pour définir ces grandeurs, chaque firme est supposée être en mesure d'anticiper correctement la demande à laquelle elle fait face, du moins, lorsque les différents marchés sont soldés. La définition et les conditions d'existence d'une telle fonction de demande objective sont données dans un contexte d'équilibre général. Cette analyse est complétée par une étude des comportements stratégiques en prix et du processus allocatif qui en résulte.

## A Model of Monopolistic Competition: A General Equilibrium Approach

**ABSTRACT.** – This paper is devoted to the study of the existence of a general equilibrium with price making firms. I assume that each firm is able to compute an objective demand for his produced goods and uses this information in order to set prices. The definition of an objective demand is set in a context of general equilibrium and the existence of such a continuous function is proved under few assumptions. I also define a monopolistic equilibrium conditional to this objective demand and show it existence under standart assumptions.

* H. STAHN : Bureau d'Économie Théorique et Appliquée.

Je voudrais remercier C. d'Aspremont, J-P. Benassy, B. Cornet, R. Dos Santos Ferreira, R. Gary-Bobo, L-A. Gérard-Varet, W. Hildenbrand ainsi que les deux rapporteurs anomynes pour leurs commentaires sur les versions antérieures de ce travail. Je reste néanmoins seul responsable des erreurs et omissions.

# 1 Introduction

Ces dernières années, l'analyse de la concurrence imparfaite dans des modèles d'équilibre général a connu un regain d'intérêt, tout particulièrement dans le domaine de la macroéconomie. De nombreux travaux ont ainsi cherché à mettre en lumière des relations entre pouvoir de marché et persistance du chômage dans un cadre de concurrence monopolistique. Dans un contexte microéconomique d'équilibre général, l'essentiel des développements s'est focalisé sur l'étude de modèles intégrant des stratégies en quantité plutôt qu'en prix. Ces travaux [1] se sont principalement inspirés du concept d'équilibre de Cournot-Walras introduit par GABSZEWICZ-VIAL [1972].

Dans un tel contexte, la concurrence imparfaite est modélisée grâce à un processus en deux étapes. Dans une première phase, les entreprises définissent stratégiquement leur niveau de production en anticipant correctement, comme dans un modèle de Cournot, l'effet de leurs choix sur les prix. A cette phase stratégique succédera un mécanisme walrasien dont l'objet est d'allouer aux consommateurs les divers biens disponibles. Les prix d'équilibre qui en résultent sont supposés confirmer les anticipations des entrepreneurs. Cette analyse, tout en proposant une notion d'équilibre qui intégre des imperfections de marché, ne fournit pas au processus de formation des prix d'explication différente de celle du modèle concurrentiel. L'allocation des biens y est obtenue par un mécanisme de marché traditionnel et l'émergence d'un système de prix d'équilibre ne peut être justifiée que par l'existence d'un commissaire-priseur. Une modélisation directe des stratégies en prix peut, de ce point de vue, sembler plus pertinente.

Les développements réalisés autour du concept d'équilibre de Cournot-Walras ont néanmoins permis de mettre en lumière les principaux problèmes auxquels se heurte l'analyse de la concurrence imparfaite en équilibre général. Pour mener à bien une telle analyse, il apparait nécessaire de préciser la nature de *"l'information non triviale sur le fonctionnement des marchés"* [2] qui est à la disposition des entreprises, et, d'examiner comment ces dernières l'exploitent. Une étude de ce type suppose non seulement la définition et la construction d'un concept adéquat de *"demande perçue"*, mais également l'analyse d'un jeu traduisant l'exploitation stratégique de l'information par les agents.

1. On peut, par exemple, se référer à ROBERTS-SONNENSCHEIN [1977], MAS-COLELL [1982], ROBERTS [1980], ALLEN [1985], ou GARY-BOBO [1987, 1990].
2. Cette hypothèse de travail proposée par LAFFONT-LAROQUE [1976, p. 289] suppose implicitement qu'il existe un ensemble d'acteurs non stratégiques. En effet, une information sur le fonctionnement des marchés, par exemple la connaissance de la demande, n'a de sens que s'il existe des comportements concurrentiels. Cette approche ne s'inscrit donc pas directement dans une tradition de jeux stratégiques de marché telle qu'elle est proposée, entre autre, par SCHMEIDLER [1980], DUBEY-MAS-COLELL-SHUBIK [1980] ou DUBEY [1982].

L'objectif du présent article est d'analyser ces deux points dans un modèle d'équilibre général dans lequel les firmes fixent le prix des biens. En reproduisant la logique en deux étapes initiée par Gabszewicz-Vial, le modèle comporte une première phase dans laquelle les firmes fixent les prix de leurs produits sur base d'une anticipation quant à la demande. Lui succéde une phase d'allocation des biens dans laquelle producteurs et consommateurs réalisent leurs plans optimaux, sous la condition de marchés soldés. L'analyse d'un tel modèle amènera à préciser la nature des anticipations des entreprises et à proposer une analyse stratégique de la formation des prix débouchant sur un processus allocatif cohérent.

Concernant le premier point, la méthode adoptée est celle de la prévision parfaite : chaque firme, consécutivement à une déviation par rapport aux prix d'équilibre, est en mesure d'anticiper correctement la variation de la demande à laquelle elle fera face [3], du moins lorsque cette information est pertinente. On peut dans ces conditions, sous l'hypothèse de marchés soldés, envisager de prendre la demande excédentaire de la sphère concurrentielle comme *"demande objective"*. Ce point de vue introduit par MARSCHAK-SELTEN [1974] rencontre toutefois plusieurs difficultés. En effet, lors d'une modification d'un prix, on peut s'attendre, dans une première étape, à un ajustement de la quantité demandée telle que le prévoit la demande excédentaire. Mais les firmes, consécutivement à ce choc, voudront aussi ajuster leur niveau de production engendrant une modification des profits distribués [4] et une variation de la demande de facteurs [5]. Les entreprises devront alors faire face à une variation de leur demande non prévue par la fonction de demande excédentaire. On peut même aller plus loin et constater qu'il y a, dans un tel processus, une sorte de circularité. La modification non prévue va elle même engendrer un ajustement de l'offre, et donc du volume des profits et de la demande de facteurs, et ainsi de suite. La construction de la demande induit en fait, comme l'avait déjà repéré NIKAIDO [1975], la résolution d'un problème de point fixe.

Les fondements de la *demande objective* étant établies, il reste à résoudre un deuxième problème : celui de l'équilibre du jeu en prix et du processus allocatif qu'il induit. A ce niveau de l'analyse, il est impératif de proposer une définition cohérente d'un équilibre de concurrence monopolistique. L'étude des comportements stratégiques sous-jacent doit permettre, non seulement, d'établir l'existence de prix d'équilibre, mais également de vérifier que le processus allocatif induit est réalisable.

---

3. Ce type d'anticipation suppose, non sulement, que la demande soit parfaitement prévue à l'équilibre du modèle, mais également, en dehors d'une telle situation de repos. Ce modèle diffère donc de ceux proposés par NEGISHI [1961], ARROW-HAHN [1971] ou encore BENASSY [1976], où la confirmation de l'anticipation n'est requise qu'à l'équilibre.

4. Il s'agit là de ce que D'ASPREMONT-DOS SANTOS FERREIRA-GERARD-VARET [1989, 1990] ont analysé comme étant un effet Ford.

5. La présence de telles rétroactions rend caduque l'argument des *"iles"* développé par HART [1985] puisque la rétroaction d'une variation des quantités produites sur la demande n'est pas le fait des seuls consommateurs, via la distribution de profits, mais aussi des firmes par le biais des demandes de facteurs.

La méthode proposée dans ce travail n'est cependant pas entièrement originale. Le traitement de la demande perçue et la construction de l'équilibre en prix qui lui est associé s'inscrivent en prolongement de la direction de recherche initiée par NIKAIDO [1975].

Concernant l'obtention d'une demande objective, notre travail vise à généraliser cet apport initial. En effet, Nikaido n'a considéré qu'une classe d'économies relativement simples dans laquelle le secteur de production n'est décrit qu'à l'aide de techniques linéaires. Cette hypothèse lui a permis d'exploiter un certain nombre de résultats issus de l'analyse multi-sectorielle en se tenant à des outils d'analyse traditionnels. Ma construction reposera, quant à elle, sur la prise en compte de techniques de production générales et supposera en même temps le développement d'un outil mathématique spécifique permettant de répondre à la question de l'existence d'une demande objective. Mais cet article vise aussi à achèver le travail entrepris par Nikaido. En effet, celui-ci, tout en ayant analysé assez finement le concept de demande objective, n'en a pas réellement tiré parti pour de l'étude du processus de formation des prix [6]. Dans cet article, je me propose de donner les conditions d'existence d'un équilibre en prix basé sur une demande objective en vérifiant que les choix stratégiques débouchent sur un processus allocatif réalisable.

L'article est organisé de la manière suivante. Le modèle de référence est décrit dans la section 2. La section 3 est consacrée à une présentation intuitive des réponses apportées à ces deux problèmes. Dans la section 4, je discute des conditions d'existence d'une demande objective. La section 5 est consacrée à l'analyse du concept d'équilibre de concurrence monopolistique. Enfin, la section 6 tient lieu de conclusion. Les preuves des différentes propositions sont développées en Annexe.

# 2 Le modèle

L'économie considérée dans cet article est composée d'un ensemble $H = \{1, \ldots, \ell\}$ de biens produits et d'un bien non produit, le bien $0$, qui sert de numéraire. Le prix de cette marchandise, que l'on peut assimiler à de la monnaie, est fixé à 1, à la différence des prix des autres biens qui

6. En effet, dans le chapitre IV, NIKAIDO [1975] ne nous propose qu'une analyse de la maximisation du profit joint au moyen de son concept de demande objective. Les comportements stratégiques ne sont analysés qu'à la fin de ce chapitre où ils sont déterminés à partir d'une demande subjective dans une logique proche de celle de NEGISHI [1961].

résultent de comportements stratégiques. Afin de simplifier la discussion, je ferai ici l'hypothèse [7] que chaque acteur stratégique ne contrôle le prix que d'un seul bien, celui dont il est l'unique producteur.

L'économie comporte $\ell$ producteurs, chacun identifié par l'indice du bien dont ils contrôlent le prix. Dans un tel contexte, les choix du producteur $h = 1, \ldots, \ell$ consiste en la fixation du prix $p_h$ et en la sélection d'un plan de production $(y_h, -x_{-h}) \in Y_h \subset \mathbb{R}^\ell$ dans l'ensemble des techniques qui lui sont accessibles. Chaque plan spécifie une quantité $y_h$ produite ainsi qu'une demande de facteurs de production $x_{-h}$ et la décision de production est nécessairement contrainte, comme dans la théorie du monopole, par le choix d'un prix. Le concept pertinent décrivant l'acte de production n'est donc pas celui de l'offre walrasienne mais plutôt celui de la demande de facteurs conditionnelle aux prix et au niveau de production.

Il parait de ce point de vue commode d'utiliser comme notion primitive du modèle non pas celle d'espace de production, mais plutôt celle de fonction de coût. Le principal avantage est de simplifier la détermination des demandes conditionnelles de facteurs. Ce point de vue n'est que très peu contraignante : par application de la théorie de la dualité (voir SHEPHARD [1953] ou MCFADDEN [1978]), on peut aisement reconstruire un espace de production [8] à partir d'une fonction de coût. Chaque firme est ainsi caractérisée par une fonction $c_h(p_{-h}, y_h)$ de classe $C^\infty$ telle que :

$\forall h = 1, \ldots, \ell, \quad \forall p_{-h} \in \mathbb{R}^{\ell-1}_{++},$

(i) $\forall y_h > 0,\ \partial_{y_h} c_h(p_{-h}, y_h) > 0, \partial^2_{y_h} c_h(p_{-h}, y_h) > 0,$

$$\lim_{y_h \to +\infty} \partial_{y_h} c_h(p_{-h}, y_h) = +\infty$$

(ii) $\forall y_h \leq 0,\ c_h(p_{-h}, y_h) = 0$

(iii) $\partial p_{-h} c_h(p_{-h}, y_h) \gg 0,\ \forall v \in \mathbb{R}^{\ell-1}\ {}^t v \cdot \partial^2_{p_{-h}} c_h(p_{-h}, y_h) \cdot v \geq 0$

L'interprétation de ces hypothèses est assez naturelle. La première postule la croissance du coût marginal. La deuxième n'est qu'une hypothèse de libre disposition qui autorise chaque firme de choisir, sans coût, un plan de production comportant un niveau de production négatif ou nul. La troisième hypothèse est inhérente au mode de construction des fonctions de coût.

Le choix de cette notion primitive permet de définir aisément un ensemble de notions utiles à l'analyse et dont les propriétés seront précisées dans la proposition 1. En effet, à partir de la fonction de coût, il est

7. Ce modèle peut s'étendre à une situation dans laquelle une firme contrôle le prix de plusieurs biens, et/ou, il existe une frange d'entreprises concurrentielles (voir à ce sujet STAHN [1991]).

8. L'espace de production $Y$, issu d'un tel calcul, vérifiera bien évidemment les propriétés classiques de convexité, de possibilité d'inaction, d'absence de "pays de cocagne" et de libre-disposition. Mais, en supposant la différentiabilité de la fonction de coût, je postule implicitement que $\partial Y$ est une variété $C^\infty$ caractérisée par une courbure de Gauss non-nulle.

possible de construire, en appliquant le lemme de SHEPHARD [1953], la demande conditionnelle de facteurs $\eta_h(p, y_h)$ et de définir la fonction de profit conditionnel $\pi_h(p, y_h) = p_h \cdot y_h - c_h(p_{-h}, y_h)$. On note d'autre part $\zeta_h(p)$ l'offre walrasienne de la firme $h$, c'est-à-dire la fonction $\zeta_h(p) = \arg\max_{y_h} \pi_h(p, y_h)$.

Soit d'autre part un ensemble $I = \{1, \ldots, i, \ldots, m\}$ de consommateurs. Chaque consommateur est preneur de prix et maximise son utilité sous contrainte budgétaire. Il est caractérisé par une fonction d'utilité $\mathcal{U}_i$ : $\mathbb{R}_+^{\ell+1} \to \mathbb{R}$ définie sur les biens produits et le "numéraire" [9], qui est supposée vérifier les propriétés traditionnelles associées au concept de préférences "lisses" (voir DEBREU [1976, 1972]), c'est-à-dire :

(i) $\forall (x, M) \in \mathbb{R}_{++}^{\ell+1}$, $\mathcal{U}_i(x, M)$ est $C^\infty$

(ii) $\forall (x, M) \in \mathbb{R}_{++}^{\ell+1}$, $\partial \mathcal{U}_i(x, M) \gg 0$

(iii) $\forall (x, M) \in \mathbb{R}_{++}^{\ell+1}$, $h^T \cdot \partial^2 \mathcal{U}_i(x, M) \cdot h < 0$ pour $h \neq 0$ et $h^T \cdot \partial \mathcal{U}_i(x, M) = 0$

(iv) $\forall (x_0, M_0) \in \mathbb{R}_{++}^{\ell+1}, \left\{(x, M) \in \mathbb{R}_{++}^{\ell+1} \mid \mathcal{U}_i(x, M) \geq \mathcal{U}_i(x_0, M_0)\right\} \subset \mathbb{R}_{++}^{\ell+1}$

La richesse d'un consommateur est définie par ses dotations initiales $\omega_i \in \mathbb{R}_+^\ell$ en biens produits, son stock initial $M_{i0} > 0$ de biens non produits, et par la part des profits $\theta_{ih} \in [0, 1]$ qu'il reçoit de l'entreprise h. Si l'on suppose, par ailleurs, que les consommateurs ne peuvent pas être tenus pour responsables des pertes éventuelles des entreprises [10], le budget de l'agent i sera donné par :

$$\forall i = 1, \ldots, m, \qquad b_i(p, y) = M_{i0} + p \cdot \omega_i + \sum_{h=1}^{\ell} \theta_{ih} \cdot \max\{\pi_h(p, y_h), 0\}$$

Dans ces conditions, son plan optimal est solution du programme :

$$\max_{(x,M) \in \mathbb{R}_+^{\ell+1}} \mathcal{U}_i(x, M) \quad \text{s.c} \quad p \cdot x + M \leq b_i(p, y)$$

On notera par $\xi_i(p, y)$ et $\mu_i(p, y)$ les demandes optimales de biens, respectivement, produits et non produits.

---

9. La présence de ce bien non produit est essentielle. Il est possible, dans ces conditions, de sélectionner un système de normalisation des prix indépendant du choix stratégique des firmes. Par ailleurs, si l'on n'ajoute qu'un seul bien non produit, le marché correspondant sera équilibré par la loi de Walras dès lors que les marchés de biens produits le sont.

10. Cette hypothèse est nécessaire dès lors que l'on cherche à construire une fonction de demande pour tout $p$ et tout $(y_h)_{h=1}^{\ell}$. En effet, pour qu'une possibilité de choix persiste pour chaque consommateur, il faut s'assurer que $b_i(p, y) > 0$. Or, il n'est pas garanti que pour tout $p$ et tout $y_h$, $\pi_h(p, y_h) \geq 0$. Cette hypothèse n'est cependant pas contraignante puisque l'on vérifie que les profits sont positifs à l'équilibre.

Compte-tenu des hypothèses admises, les différentes fonctions de comportement vérifient les propriétés suivantes (voir Annexe 1) :

PROPOSITION 1 : On a :
(i) la demande conditionnelle de facteurs [11]

$$\begin{aligned}\eta_h : \mathbb{R}^\ell_{++} \times \mathbb{R} &\to \mathbb{R}^\ell \\ (p, y_h) &\mapsto \eta_h(p, y_h)\end{aligned}$$

est pour, tout $h = 1, \ldots, \ell$, une fonction $C^\infty$,
(ii) l'offre walrasienne de la firme $h = 1, \ldots, \ell$

$$\begin{aligned}\zeta_h : \mathbb{R}^\ell_{++} &\to \mathbb{R}^\ell_+ \\ p &\mapsto \zeta_h(p)\end{aligned}$$

est une fonction $C^\infty$ vérifiant $\lim_{p_h \to 0} \zeta_h(p) = 0$,
(iii) pour tout $i = 1, \ldots, m$, les demandes optimales de biens produits et du bien non produit [12] :

$$\begin{aligned}(\xi_i, \mu_i) : \mathbb{R}^\ell_{++} \times \mathbb{R}^\ell &\to \mathbb{R}^\ell_+ \times \mathbb{R}_+ \\ p &\mapsto (\xi_i(p, y), \mu_i(p, y))\end{aligned}$$

sont des fonctions Lipschitziennes [13] continues.

# 3 Le double problème de l'analyse

Dans cette section, je me propose de décrire de manière informelle la nature des problèmes qu'il est nécessaire d'appréhender dès lors que l'on cherche à modéliser un équilibre de concurrence monopolistique ou, plus généralement, un équilibre de concurrence imparfaite dans un contexte d'équilibre général. Fidèle à la logique en deux étapes annoncée dans l'introduction, je décrirai d'abord la manière dont est traitée la notion

11. En fait, par application du lemme de Shepard, cette fonction ne dépent que de $p_{-h}$ et est à valeur dans $\mathbb{R}^{\ell-1}$. Mais pour des questions de commodité de notation, il m'a semblé préférable de définir cette fonction sur $p$ et à valeur dans $\mathbb{R}^\ell$ en supposant implicitement que $\partial_{p_h}\eta_h(p, y_h) = 0$ et que la h-ième composante vérifie $\eta_{hh}(p, y_h) = 0$.
12. Il est utile de noter que la demande d'un consommateur peut aussi être représentée par les fonctions $\hat{\xi}_i(p, b_i)$ et $\hat{\mu}_i(p, b_i)$ de classe $C^\infty$ avec $b_i = m_{i0} + p \cdot \omega_i + \sum_{h=1}^{\ell} \theta_{ih} \cdot \max\{\pi_h(p, y_h), 0\}$.
13. Une fonction $f : U \to \mathbb{R}^m$, $U \subset \mathbb{R}^n$ est dite Lipschitzienne en $x_0 \in U$, si et seulement si, il existe un voisinage de $x_0$ et un scalaire $k$ tel que pour tout $y$ et $z$ appartenant à ce voisinage, on satisfait $\|f(z) - f(y)\| \leq k \cdot \|z - y\|$.

de demande objectif. J'ébaucherai ensuite l'examen des problèmes posés par l'existence d'un équilibre du jeu en prix et par la détermination d'un processus allocatif cohérent.

## 3.1. La notion de demande objective

Le recours à une notion de demande objective est intimement lié à l'analyse des décisions des entreprises. Il s'agit en effet pour ces dernières de déterminer non seulement un prix, mais également une quantité produite et une demande de facteurs conditionnelle à ces variables. De ce point de vue, toute firme désireuse d'exploiter son pouvoir de marché doit prendre en considération la demande s'adressant à elle. Or, son évaluation ne peut être réalisée qu'*ex ante*. Dans ces conditions, la notion n'aura qu'un statut d'anticipation et sera fortement dépendante des hypothèses de rationalité prêtées aux agents. Il est possible, en allant d'un extrême à l'autre, de supposer que cette demande anticipée n'est confirmée qu'à l'équilibre ou qu'elle s'avère exacte pour n'importe quel prix [14]. Ces deux approches ont bien évidemmement leurs avantages comme leurs inconvénients. Dans le premier cas, l'hypothèse de "rationalité est minimale" puisque son seul objet est d'assurer, à l'équilibre, la compatibilité entre l'offre et la demande. Mais cette situation de repos reste fortement contrainte par la nature des croyances hors-équilibre. Comme celles-ci peuvent être quelconques, on peut en déduire, non seulement, que toute configuration prix/quantité compatible avec la demande peut être obtenue comme équilibre (au choix près du système de croyances), mais également, que le pouvoir effectif de marché de chaque entreprise n'a que peu de chance d'être perçu correctement [15]. A l'autre extrême, il est possible de supposer, en optant pour une hypothèse de "rationalité maximale", que chaque firme est en mesure de prédire correctement la demande s'adressant à elle, et ce, pour n'importe quelle structure des prix. Or, il est évident que pour certain de ces prix, des entreprises n'auront pas intérêt à servir toute la demande. Dans ces conditions, chaque firme devra prendre en compte les effets de report sur sa propre demande de l'ensemble de tous ces rationnements potentiels. Cela l'amènera à anticiper sa demande effective.

La notion de demande objective proposée dans ce travail se situe au croisement de ces deux approches. Je me propose, en effet, d'introduire un concept de demande perçue qui, tout en permettant de prendre en compte le pouvoir effectif de marché, n'impose pas de supposer que les entreprises soit en mesure d'évaluer les conséquences de rationnements potentiels sur leur demande. Pour être plus précis, je supposerai que cette demande n'est

14. Plus formellement, on oppose de cette manière une situation dans laquelle la cohérence des anticipations est assurée par un ajustement paramétrique à l'équilibre (voir à ce sujet NEGISHI [1961] et, à certains égards, MARCHAK-SELTEN [1974]) à une approche dans laquelle la cohérence des anticipations est une condition préalable à la construction de l'équilibre BENASSY [1988] et, à certains égards, NIKAIDO [1975]).

15. Cela peut poser problème car en se référant à NIKAIDO [1975, p. 6] "*A mere Don Quixote need not be a powerful monopolist*".

anticipée correctement que pour les configurations de prix dans laquelle les entreprises ont intérêt à servir toute la demande. Le principe de formation des anticipations sera ensuite étendu aux autres configurations. Si l'on montre en même temps que la demande est toujours servie à l'équilibre, cette hypothèse est acceptable. Dans ces conditions les firmes n'ont pas les moyens de remettre en cause, par l'observation, la partie erronée de leurs anticipations sur la demande.

Dès lors que l'on accepte ce choix méthodologique, la question est de savoir si ce concept de demande objective peut se résumer, du moins lorsque la demande est servie, à une anticipation portant sur la demande excédentaire, c'est-à-dire si ce concept peut se résumer à la fonction $\psi(p,y) = \sum_{i=1}^{m} \xi_i(p,y) - \sum_{i=1}^{m} \omega_i + \sum_{h=1}^{\ell} \eta_h(p,y_h)$ obtenue par agrégation des comportements concurrentiels. Malheureusement, la simple observation de la forme fonctionnelle qui dépend à la fois des prix et des quantités produites amène immédiatement à conclure qu'il ne peut s'agir d'une demande objective. Pour mieux mettre en évidence ce problème, considérons qu'une firme fixe ses anticipations sur la base de cette fonction et essayons d'en évaluer les conséquences en décomposant les divers effets. Dans un premier temps, il est évident que toute modification par une firme de son prix engendrera un ajustement de sa demande tel que le prédit la demande excédentaire. Mais, suite à cet effet direct, la firme adaptera sa demande de facteurs et distribuera des profits d'un montant différent. Les demandes s'adressant à toute les autres entreprises en seront, dans ce cas, affectées. Celle-ci ajusteront immédiatement leurs demandes de facteurs et modifieront le volume de leurs profits distribués. On peut par conséquent s'attendre, dans une troisième étape, à une nouvelle vague de modifications des demandes de produits engendrant les mêmes ajustements du coté de l'offre, et ainsi de suite.

Cet exercice de "pseudo-dynamique" est très informatif. En effet, si l'on cherche à évaluer, sous l'hypothèse que la demande est servie, l'ensemble des conséquences d'une variation du prix d'un bien sur la demande qui s'adresse à la firme, l'exercice met en évidence la nécéssité de prendre en considération, non seulement la totalité des marchés mais également la présence d'effets induits auto-entretenus. Dans ces conditions, la notion de demande objective ne pourra être définie qu'en équilibre simultané, et à l'aide d'un argument de point fixe prenant en compte ces circularités. Pour être plus précis, le recours à une analyse simultanée de l'ensemble des marchés induit l'étude du système d'équations $y = \psi(p,y)$ que il faut résoudre en quantités. Le concept de demande objective cherché s'identifie, par conséquent, à la fonction explicite $y = \phi(p)$ vérifiant $\phi(p) = \psi(p, \phi(p))$.

Il faut cependant remarquer que ce concept de demande repose crucialement sur l'hypothèse de marché équilibré. Or, si l'on raisonne à prix donnés, l'exploitation par une firme de son pouvoir de marché, c'est à dire la saturation de sa demande, n'a de sens que si cette stratégie est plus profitable qu'un comportement de preneur de prix. De ce point de vue, cette anticipation ne s'avérera correcte que lorsque la configuration $(p_h, \phi_h(p))$ correspondra, pour chaque firme, à une situation dans laquelle le prix est supérieur au coût marginal ou, de manière équivalente, dans laquelle la demande anticipée $\phi_h(p)$ est inférieure à l'offre walrasienne $\zeta_h(p)$. Reste donc à proposer un mode de formation des anticipations lorsque cette dernière condition n'est pas remplie. Dans l'optique de rationalité maximale, il faudrait, comme je l'ai indiqué précédemment, prendre en considération l'ensemble des rationnements ainsi que les effets de report qu'ils engendrent. Je me contenterai d'une hypothèse de rationalité moins forte en postulant que chaque firme est consciente qu'aucune d'entre elles ne produira, à un certain niveau des prix, plus que son offre walrasienne. Mais, et c'est là où la rationalité s'affaiblit, je supposerai aussi que chacune d'elles n'est capable d'en tirer les conséquences qu'au travers de la circularité mise en évidence précédemment. Si l'on montre, par ailleurs, que les firmes saturent à l'équilibre la demande, cette hypothèse semble tout à fait acceptable. En effet, s'il est possible de découvrir cette circularité par un mécanisme d'apprentissage progressif, l'observation successive des équilibres ne peut pas pour autant amener les firmes à remettre en cause l'extrapolation de ce mode de formation des anticipations aux situations dans lesquelles les marchés ne sont pas soldés.

## 3.2. **L'équilibre du jeu en prix et le processus allocatif**

Après cette étape préliminaire consistant à construire une demande objective, la logique de l'analyse nous amène à étudier le processus de formation des prix. L'idée en est assez intuitive. Chaque firme déterminera le prix du bien qu'elle produit de manière à maximiser son profit tout en prenant en considération sa demande objective. Or, tant cette fonction que le niveau de ses coûts dépendent de l'ensemble des prix, c'est-à-dire du choix des autres entreprises. L'analyse ne pourra donc être menée qu'au moyen d'un concept d'équilibre de Nash.

Cette apparente simplicité du concept d'équilibre occulte néanmoins un certain nombre de problèmes. En effet, peut-on d'abord réduire le problème de l'existence d'un équilibre de concurrence monopolistique à la seule étude d'un jeu en prix. Même si cela est le cas, peut-on pour autant affirmer qu'il existe nécéssairement un équilibre de Nash ?

Concernant le premier point, il est évident qu'un équilibre de concurrence monopolistique cohérent se doit non seulement de caractériser des prix d'équilibre mais également de décrire un processus allocatif réalisable. Or, dès que l'on utilise une fonction de demande objective telle que nous l'avons définie précédemment, il faut s'assurer que les firmes servent, à l'équilibre, toute la demande, et de ce fait exploitent réellement leur pouvoir de monopole. L'intéret de cette propriété est double. Elle vient confirmer l'idée selon laquelle les entreprises ne peuvent pas se rendre compte de leurs erreurs d'anticipation lorsque la demande n'est pas servie, et elle nous garantit que l'ensemble des marchés de biens produits sera soldé. Peut-on pour autant en déduire que le marché du bien non produit est à l'équilibre? Cela suppose la vérification de la loi de Walras. Or, cette identité, qui résulte de la sommation des contraintes budgétaires des consommateurs, n'est satisfaite que lorsque les profits des différentes firmes ne sont pas négatifs. En effet, comme nous avons supposé que les consommateurs n'étaient pas responsables des pertes des firmes, la simple agrégation de ces contraintes ne conduira pas nécessairement à la vérification de cette loi. Dans ces conditions, il est nécessaire, lorsque l'on chercher à réduire l'analyse de l'équilibre à la seule étude du jeu en prix, de s'assurer, au delà de l'utilisation effective du pouvoir de marché, de la non-négativité des profits.

Quand bien même ces deux propriétés seraient satisfaites à l'équilibre du jeu en prix, la question de l'existence resterait entière. En effet, s'il est possible d'exhiber des conditions garantissant l'existence d'une demande objective, il n'est aucunement évident que les différentes fonctions de profit qui en résultent ont suffisamment de structure pour garantir l'existence d'un équilibre du jeu en prix. Pour être plus précis, il est bien connu que l'existence d'un équilibre de Nash peut être obtenu par application du théorème de Kakutani aux correspondances de meilleurs réponses des divers joueurs. Or, pour que celles-ci soient à valeur convexe, il est souhaitable que les fonctions de paiement de joueurs soient quasi-concave dans la variable stratégique du joueur en question. Il est malheurement peu probable que les fonctions de profits d'une entreprise aient cette propriété. Cela supposerait des propriétés de courbure de la fonction de demande objective qu'un modèle d'équilibre général est incapable de produire. Le modélisateur devra alors introduire arbitrairement cette caractéristique. Par ailleurs, on constatera, en optant pour une analyse en prix, que l'espace des stratégies de chaque joueur est, par nature, non borné supérieurement. Il faudra, par conséquent, se prémunir contre d'éventuels choix de prix infinis en introduisant arbitrairement un "*comportement à la frontière*" pour l'ensemble des fonctions de profit.

# 4 L'existence d'une demande objective

L'objectif de cette section est de montrer sous quelles conditions, il est possible d'établir l'existence d'une demande objective. La discussion de ce concept nous a amené à opter pour une fonction de demande objective reposant sur des prédictions non érronées dès lors que les firmes servent toute la demande. Nous en avons conlu que celle-ci s'identifie à la fonction implicite $\phi(p)$ solution de l'équation $y = \psi(p, y)$. Hors équilibre, nous avons admis qu'il est "*connaissance commune*" qu'aucune firme ne produit plus que son offre walrasienne, et que chacune d'elles n'est capable d'en analyser les conséquences qu'au moyen d'un mécanisme de prévision similaire à celui utilisé sous l'hypothèse de marché équilibré. Il est toutefois difficile d'étudier successivement ces deux cas, dont le domaine de validité est endogènes à l'analyse. Il est en revanche possible de modifier le problème initial en introduisant la fonction $\min\{\psi(p, \min\{y, \zeta(p)\}), \zeta(p)\}$ en remplacement de $\psi(p, y)$. En effet, si le point fixe $\phi(p)$ vérifie $\phi(p) \ll \zeta(p)$ ou $\phi(p) = \psi(p, \zeta(p))$ cette valeur devra être telle que $\phi(p) = \psi(p, \phi(p))$. Elle exprime, par ailleurs, l'idée selon laquelle les firmes sont conscientes que la demande servie n'excède pas l'offre walrasienne et ne permet d'en évaluer les effets induits que par le biais de l'impact d'une variation de l'offre sur la demande excédentaire concurrentielle [16].

La résolution d'un tel problème passe, néanmoins, par le développement d'un résultat mathématique spécifique. Il s'agit, en l'occurrence, d'étendre le théorème des fonctions implicites au cas des fonctions Lipschitziennes continues. Lorsque nous aurons pu caractériser la classe des fonctions pour lequelle ce résultat est applicable, il ne nous restera plus qu'à exhiber des conditions suffisantes, économiquement interprétables, dont l'objet est de garantir l'existence d'une demande objective.

Pour être plus précis, notre objectif est de montrer qu'il est possible, à partir de l'équation implicite $f(p, y) = y - \min\{\psi(p, \min\{y, \zeta(p)\}), \zeta(p)\} = 0$, d'exprimer $y$ en fonction de $p$. Malheureusement, la plus part des théorèmes de fonctions implicites supposent que $f$ est continuement différentiable. Dans le cas présent, cette fonction est Lipschitzienne. Or les fonctions Lipschitziennes sont *"presque partout"* différentiables (voir MAS-COLELL [1985, p. 31, G.1.1]). On peut donc s'attendre à pouvoir généraliser, assez aisément, les conditions d'existence d'une fonction implicite. En effet, puisque $\partial_y f$ est *"presque partout"* définie au voisinage d'un point, il devrait être possible, au moyen de restrictions sur ce Jacobien, d'inverser localement $f$ à $p$ donné. Si cette condition est vérifiée en tout point et que l'on se dote d'une hypothèse de "comportement à la frontière" assurant l'existence d'une solution en $y$ à l'équation $f(p, y) = 0$, il devrait être possible d'obtenir le résultat désiré. On a en fait la proposition suivante (voir Annexe 2) :

PROPOSITION 2 : Soit $P \subseteq \mathbb{R}^\ell$ un ensemble ouvert de paramètres, $f : P \times \mathbb{R}^\ell \to \mathbb{R}^\ell$ une fonction $f(p, y)$ Lipschitzienne continue et $D_p \subseteq \mathbb{R}^\ell$, l'ensemble résiduel sur lequel f, comme fonction de $y$, est différentiable. Notons par $J_k(\partial_y f)$ le mineur principal d'ordre k de $\partial_y f$ (lorsque cette quantité est définie) et soit $\mathcal{S}(p) = \left\{y \in \mathbb{R}^\ell \mid f(p, y) = 0\right\}$. Si
(i) $\forall p \in P, \quad \forall (y_n)_{n\in\mathbb{N}}$ tel que $\|y_n\| \to +\infty$

$$\exists k \in \{k = 1, \ldots, \ell \mid (y_k)_n \to +\infty\} \quad \text{tel que} \quad \lim_{n\to+\infty} f_k(p, y_n) > 0$$

$$\exists k \in \{k = 1, \ldots, \ell \mid (y_k)_n \to -\infty\} \quad \text{tel que} \quad \lim_{n\to+\infty} f_k(p, y_n) < 0$$

(ii) $\forall p \in P, \quad \forall y_0 \in \mathcal{S}(p), \quad \exists V_\varepsilon(y_0) \subset \mathbb{R}^\ell$, un voisinage de $y_0$, tel que :

$$\forall y \in V_\varepsilon(y_0) \cap D, \quad \forall k = 1, \ldots, \ell, \quad J_k(\partial_y f) > 0$$

alors

$$\exists \phi : P \to \mathbb{R}^\ell \text{continue telle que} f(p, \phi(p)) = 0$$

16. On notera, en particulier, l'absence de nouveaux arguments en quantité représentatifs des effets de report de rationements potentiels. La notion de contrainte perçue propre à l'analyse à prix fixes n'est pas introduite.

Ce résultat met en évidence les propriétés vérifiées par une classe de fonctions Lipschitziennes continues pour lesquelles le théorème des fonctions implicites est applicable. La fonction à étudiée, en l'occurrence $f(p,y) = y - \min\{\psi(p, \min\{y, \zeta(p)\}), \zeta(p)\}$, n'appartient cependant pas à cette classe. Il faut par conséquent introduire un ensemble d'hypothèses dont l'objet est de garantir que les mineurs principaux $\partial_y f$ (lorsque ces quantités existent) sont tous positifs. Plus précisément, nous postulerons :

HYPOTHESE 1 :
(i) $\forall i = 1, \ldots, m$, $\partial_{b_i} \hat{\xi}_i(p, b_i) \geq 0$ et $\partial_{b_i} \hat{\mu}_i(p, b_i) > 0$
(ii) $\forall h = 1, \ldots, \ell$, $\partial_{y_h} \eta_h(p, y_h) \geq 0$

L'observation rapide de ces hypothèses nous amène à constater qu'elles portent sur la forme même des fonctions de comportements individuels. Ces restrictions peuvent, de ce point de vue, sembler relativement contraignantes. La nature du problème traité les rend cependant incontournables. En effet, il ne faut pas perdre de vue que la construction d'une fonction explicite au moyen d'une équation implicite repose non seulement sur l'existence d'une solution, mais requière également son unicité.

L'interprétation de ces hypothèses reste néanmoins relativement aisée. Ainsi (i) a pour objet de restreindre le comportement de demande des consommateurs en imposant qu'aucun des biens produits ne soit considéré comme un bien inférieur et que la demande en biens non produits soit croissante avec le revenu des consommateurs. Si chaque agent sature sa contrainte budgétaire, la propension marginale à consommer les biens produits devra être strictement inférieure à l'unité. L'hypothèse (ii) contraint la demande de facteurs de chaque entreprise à être non décroissante avec son niveau de production. Les deux conditions de l'hypothèse 1, tout en imposant des contraintes sur le sens de variation de certaines fonctions de comportement, ne sont donc pas trop restrictives. Pour mieux cerner leur impact, et peut-être, par là, l'apport de la présente contribution, il est intéressant de les comparer brièvement aux hypothses introduites dans d'autres modèles de concurrence imparfaite construits autour d'un concept de demande objective : en particulier l'approche en prix développée par NIKAIDO [1975], le modèle de Cournot-Walras introduit par GABSZEWICZ-VIAL [1972], et l'analyse avec rationnements proposée par BENASSY [1988].

L'approche de NIKAIDO [1975] peut être considérée comme un cas particulier de ce travail. La définition de l'économie est la même au détail près qu'on se restreint à un secteur de production décrit par des techniques linéaires. Les hypothèses nécessaires à l'obtention d'une demande objective ne seront, de ce point de vue, que peu différentes. Nikaido a admis que la propension marginale à consommer est inférieure à 1 (NIKAIDO [1975, théorème 7, p. 47]) qui est une conséquence immédiate de l'hypothèse (i). Par ailleurs, les techniques linéaires vérifient par construction l'hypothèse (ii).

Cette similitude dans la démarche disparait dès que l'on s'intéresse au modèle de Cournot-Walras. En effet, tout en conservant le principe d'une approche en deux étapes (une phase stratégique suivie d'un processus allocatif), le modèle de Gabszewicz-Vial peut être identifié à un jeu en quantités suivi d'un processus allocatif walrasien. Dans cette optique, la fonction de demande objective, en fait la fonction de demande inverse, associera, à tout vecteur de stratégies en quantités, une description des prix d'équilibre sur les différents marchés. Pour qu'une telle fonction existe, il est nécessaire de supposer l'unicité d'un équilibre walrasien conditionnellement à la description des choix en quantités (GABSZEWICZ-VIAL [1972, hypothèse A1, p. 384]). Il est bien connu qu'il est difficile, voire impossible, de trouver des restrictions acceptables sur les comportements individuels garantissant l'unicité, et ce, du fait des problèmes d'agrégation (voir HILDENBRAND [1983]).

En adoptant une approche duale à la précédente, on peut concevoir un modèle de concurrence imparfaite en équilibre général comme un jeu en prix suivi d'un processus allocatif à prix fixes. Cette démarche, proposée par BENASSY [1988], aboutira alors à une notion de demande objective s'interprétant comme une fonction qui associe à un vecteur de stratégies en prix, une allocation à prix fixes. Son existence repose par conséquent sur l'unicité d'un équilibre avec rationnement, et ce, dans le cadre d'une économie de production. Or, du fait de la relative complexité de cette notion d'équilibre, il n'est pas du tout évident de trouver un ensemble d'hypothèses simples garantissant cette propriété d'unicité. On peut, par exemple, montrer (voir STAHN [1993]) que les hypothèses introduites par SCHULTZ [1983] dans le contexte d'une économie d'échange pure ne peuvent pas être étendues aux économies de production. En n'introduisant des restrictions que sur les effets de report du rationnement d'un marché à l'autre, on néglige les interdépendances entre agents résultant de la distribution des profits.

De ce point de vue, la méthode préconisée dans cet article nous fourni une notion de demande objective dont les conditions d'existence ne sont pas trop contraignantes. En effet, les hypothèses requises ont l'avantage d'être postulées sur les comportements individuels et leur interprétation est assez naturelle. En nous appuyant sur la proposition 2, nous pouvons énoncer la proposition suivante (voir Annexe 3):

PROPOSITION 3 : Sous l'hypothèse 1, il existe une fonction $\phi(p)$ de demande objective.

# 5 L'existence d'un équilibre de concurrence monopolistique

Lorsque l'on cherche à définir un équilibre de concurrence monopolistique, on constate qu'un tel concept repose, pour l'essentiel, sur trois composantes : une règle de formation des prix, une description des décisions décentralisées, et des conditions soldant les marchés.

La première de ces composantes résulte de la maximisation du profit. En effet, chaque firme détermine le prix du bien qu'elle produit en prenant en considération la nature de ses anticipations sur la demande, étant entendu que sa demande objective, ainsi que ses coûts, sont tributaires des choix des autres entreprises. L'analyse du processus de formation des prix ne pourra donc être traitée qu'au moyen d'un concept d'équilibre de Nash.

Connaissant les prix d'équilibre, la description des décisions en quantité ne pose guère de problème. En effet, chaque producteur mettra en production la quantité de biens prédite par la fonction de demande objective, et cherchera à acquérir les inputs nécessaires en minimisant ses coûts aux prix courants. Les consommateurs, pour leur compte, sélectionneront un plan de consommation, composé de biens produits et non produits, de manière à maximiser leur utilité sous une contrainte de revenu.

Il faut néanmoins s'assurer que ces décisions donnent lieu à une allocation réalisable. Or, avec la définition de la demande objective adoptée dans la section précédente, si une firme n'exploite pas son pouvoir de marché à l'équilibre, elle ne mettra en production que son offre walrasienne, quantité qui, dans ce cas de figure, est strictement inférieure à la demande. La seule connaissance des prix d'équilibre ne permet donc pas d'affirmer que les différents marchés des biens produits sont soldés. En fait, même lorsque ces marchés sont équilibrés, il n'y a aucune raison de supposer que le marché du bien non produit est soldé. En effet, dès qu'une firme réalise des pertes, la loi de Walras ne peut plus être obtenue par sommation des contraintes budgétaires et il est nécessaire d'analyser explicitement les conditions d'équilibre du marché du bien non produit. Nous pouvons donc conclure que si l'on cherche à réduire l'analyse de l'équilibre à la seule étude du jeu en prix, il convient de s'assurer au préalable que chaque firme exploite son pouvoir de marché et réalise un profit non négatif à l'équilibre.

Avant d'aborder cette question, et compte tenu de la discussion précédente, il est nécessaire d'introduire une définition un peu plus formelle du concept d'équilibre de concurrence monopolistique.

DEFINITION 1 : Un équilibre de concurrence monopolistique, conditionnel à l'existence d'une fonction de demande objective $\phi(p)$, est un vecteur $\left(p^*, \left(y_h^*, -x_{-h}^*\right)_{h=1}^{\ell}, \left(x_i^*, M_i^*\right)_{i=1}^{m}\right) \in \mathbb{R}_{++}^{\ell} \times \left(\mathbb{R}^{\ell}\right)^{\ell} \times \left(\mathbb{R}_{+}^{\ell+1}\right)^{m}$ tel que :

(i) $\forall h = 1, \ldots, \ell \quad \forall p_h \in \mathbb{R}_{++},$
$\pi_h\left(p_h^*, p_{-h}^*, \phi\left(p_h^*, p_{-h}^*\right)\right) \geq \pi_h\left(p_h, p_{-h}^*, \phi\left(p_h, p_{-h}^*\right)\right)$

(ii) $\forall h = 1, \ldots, \ell \quad \left(y_h^*, -x_{-h}^*\right) = \left(\phi_h(p^*), -\partial_{p_{-h}} c_h(p_{-h}, y_h^*)\right)$

(iii) $\forall h = 1, \ldots, m (x_i^*, M_i^*) \in \arg\max_{(x,M) \in \mathbb{R}_+^{\ell+1}} \mathcal{U}_i \ (x, M)$

$$sc \quad p^* \cdot x + M \leq p^* \cdot \omega_i + M_{i0} + \sum_{h=1}^{\ell} \theta_{ih} \max\{0, p_h^*.y_h^* - p_{-h}^*.x_{-h}^*\}$$

(iv) $\displaystyle\sum_{i=1}^{m} x_i^* = \sum_{h=1}^{\ell} \begin{pmatrix} y_h^* \\ -x_{-h}^* \end{pmatrix} + \sum_{i=1}^{m} \omega_i$ et $\displaystyle\sum_{i=1}^{m} M_i^* = \sum_{i=1}^{m} M_{i0}$

Pour étudier l'existence d'un tel équilibre, il est important de s'assurer que l'on peut se ramener à la seule étude du jeu en prix. Il faut à cet effet vérifier qu'à l'équilibre, chaque firme exploite effectivement son pouvoir de marché et ne réalise aucune perte. Clairement, si une entreprise n'exploite pas cette opportunité, son plan de production sera déterminé sur base de son offre walrasienne. Comme cette fonction est croissante en prix, cette firme aura toujours intérêt à augmenter son prix et son volume de sa production en se déplaçant le long de sa courbe d'offre jusqu'à saturation de la demande. Par ailleurs, une firme a toujours la possibilité d'opter pour un prix nul. Dans ce cas et compte tenu de la définition de la fonction de demande objective, l'entreprise ne produira pas. En l'absence de coûts fixes, elle ne réalisera ni profit ni perte. Cette possibilité d'inaction nous permet donc de garantir que les profits seront non négatifs à l'équilibre. Plus formellement nous pouvons énoncer la proposition suivante (Annexe 4) :

> PROPOSITION 4 : En considérant la stratégie des autres comme donnée, il est possible d'affirmer que chaque firme :
> (i) a intérêt à fixer son prix de manière à exploiter son pouvoir de marché,
> (ii) peut toujours opter pour un prix lui garantissant l'inactivité.

Dans ces conditions, l'étude de l'existence d'un équilibre de concurrence monopolistique peut être ramenée à l'analyse d'un équilibre de Nash. Il suffit en effet de vérifier que :

$$\exists p^* \in \mathbb{R}^{\ell}_{++}, \quad \forall h = 1, \dots, \ell, \quad \forall p_h \in \mathbb{R}_{++}, \quad \pi_h\big(p^*_h, p^*_{-h}\big) \geq \pi_h\big(p_h, p^*_{-h}\big)$$

où, pour simplifier les notations, $\hat{\pi}_h(p_h, p_{-h}) = \pi_h(p, \phi(p))$ pour $h = 1, \dots, \ell$.

L'existence d'un équilibre de Nash suppose, néanmoins, un certain nombre de pré-requis. En se référant aux conditions suffisantes introduites par DEBREU [1952], il est impératif de s'assurer, non seulement de la quasi-concavité des objectifs dans la variable stratégique du joueur en question, mais également de la compacité des espaces de stratégie. Or, aucune de ces deux propriétés n'est vérifiée par ce jeu en prix [17].

En effet, dès lors que l'on travaille avec un concept de demande objective, il est difficile, voire impossible, d'obtenir des propriétés suffisantes sur la "courbure" de $\phi(p^*)$ de sorte à garantir l'existence d'un équilibre du jeu en prix. C'est pour cette raison que j'introduirai, arbitrairement, cette hypothèse de quasi-concavité [18]. Par ailleurs, dès lors que l'on raisonne

17. Il est toujours possible d'utiliser d'autres théorèmes d'existence d'un équilibre de Nash donnant d'autres champs de conditions suffisantes. On pourrait, par exemple, se référer au théorème de TOPKIS [1979] construit autour du théorème de point fixe de TARSKI [1955]. Mais cela ne remettrait guère en cause l'idée selon laquelle le jeu en prix ne possède pas les propriétés suffisantes d'existence d'un équilibre.

18. Cette démarche est propre à la plupart des modèles de concurrence imparfaite avec demande objective. A titre d'illustration, rappelons que GABSZEWICZ-VIAL [1972] et MARCHAK-SELTEN [1974] introduisent exactement la même hypothèse. BENASSY [1988] préfère, pour sa part, postuler l'hemi-continuité-supérieure des correspondances de meilleures réponses, hypothèse qui est sensiblement la même.

sur des prix, l'ensemble des stratégies est virtuellement non-borné. Pour pallier à cette absence de compacité, il est nécessaire d'introduire une hypothèse portant sur le "*comportement à la frontière* " des profits. Pour éviter que les prix tendent vers l'infini à l'équilibre, le profit d'une firme h est supposé décroissant pour des prix "très élevés" [19]. Avec ces restrictions supplémentaires, on peut énoncer (Annexe 5) :

PROPOSITION 5 : Dès lors que l'on suppose
(i) $\forall i = 1, \ldots, m,\ \partial_{b_i}\hat{\xi}_i(p, b_i) \geq 0$ et $\partial_{b_i}\hat{\mu}_i(p, b_i) > 0$
(ii) $\forall h = 1, \ldots, \ell,\ \partial_{y_h}\eta_h(p, y_h) \geq 0$
(iii) $\forall h \in H \quad \forall p_{-h} \in \mathbb{R}^{\ell-1}_{++}, \quad \hat{\pi}_h(p_h, p_{-h})$ est quasi-concave en $p_h$.
(iv) $\forall h = 1, \ldots, \ell,\ \forall p_{-h} \in \mathbb{R}^{\ell-1}_{++},\ \forall (p^n_h) \to +\infty,\ \exists n \in N,\ \forall n > N$
$\hat{\pi}_h\big(p^N_h, p_h\big) - \hat{\pi}_h(p^n_h, p_{-h}) > \varepsilon > 0$
alors il existe un équilibre général de concurrence monopolistique en stratégies pures.

# 6 Conclusion

Dans cet article, j'ai proposé un ensemble de conditions permettant d'assurer l'existence d'un équilibre général de concurrence monopolistique, c'est-à-dire une situation dans laquelle les entreprises ont la possibilité de choisir stratégiquement le prix des biens qu'elles produisent. Pour mener à bien cette tâche, j'ai dû répondre à deux questions essentielles, l'une portant sur la nature de l'information à la disposition des entreprises, l'autre ayant trait à son exploitation stratégique. D'un point de vue conceptuel, j'ai supposé que chaque firme est en mesure d'anticiper correctement la demande à laquelle elle fait face. Pour être plus précis, j'ai proposé un mécanisme d'anticipations construit à partir de la demande excédentaire de la sphère concurrentielle, et dont la propriété essentielle est de donner lieu à une prédiction correcte dès lors que les marchés sont soldés. En inscrivant le processus de formation de ces anticipations dans un contexte d'équilibre général, il fallait s'attendre à ce que la demande perçue par la firme ne dépende pas uniquement du prix qu'elle annonce, mais également de tous les autres. L'exploitation stratégique de cette information n'a pu s'analyser qu'un moyen d'un concept d'équilibre de Nash.

Pour obtenir un équilibre de concurrence monopolistique, j'ai, néanmoins, dû postulé un certain nombre d'hypothèses. Ainsi, pour construire la demande objective, il faut admettre qu'aucun bien n'est inférieur du point de vue de la consommation et que toutes les demandes de facteurs sont

19. Pour pallier à l'absence de compacité des espaces de stratégies, j'aurais pu introduire des prix de réservation comme le font MARCHAK-SELTEN [1974] ou imposer des contraintes sur les taux marginaux de substitution et les productivités marginales comme le propose BENASSY [1988].

non décroissantes avec le niveau de production. A ce premier champ d'hypothèses, somme toute raisonnable, j'ai cependant dû adjoindre, pour ne pas déroger à la règle, une restriction plus arbitraire prenant la forme d'une hypothèse de quasi-concavité des fonctions de profit. Enfin, pour pallier à l'absence de compacité des espaces de stratégie, j'ai opté pour une restriction sur "*le comportement aux bords*" des fonctions de profit.

Le traitement de la demande perçue et la construction de l'équilibre en prix qui lui est associé s'inscrivent dans le prolongement de la direction de recherche initiée par NIKAIDO [1975], tout en généralisant et en achevant cette première contribution. En effet, Nikaido n'a considéré qu'une classe d'économies relativement simples dans laquelle le secteur de production n'est décrit qu'à l'aide de techniques linéaires, la où la présente construction permet la prise en compte d'une plus grande classe de techniques de production. La construction d'une demande objective a, de ce point de vue, nécessité le développement d'un outil mathématique spécifique. Par ailleurs, et contrairement à Nikaido, j'ai explicitement traité des conditions d'existence d'un équilibre en prix fondé sur une demande objective, et vérifié que les choix stratégiques débouchent sur un processus allocatif réalisable.

Ce modèle reste cependant particulier sur différents points pouvant donner lieu à des généralisations ultérieures. On a supposé que chaque entreprise ne contrôlait le prix que d'un seul bien. Or, il serait intéressant d'étendre ce modèle à une situation dans laquelle certaines firmes contrôlent le prix de plusieurs biens et/ou dans laquelle il existe une frange d'entreprises concurrentielles [20]. Il ne faut pas non plus perdre de vue que la construction d'une fonction de demande objective est fondée sur l'application d'un théorème de fonction implicite. D'un point de vue mathématique, cette démarche suppose que le système d'équations construit à partir de la demande excédentaire admet, à prix donnés, une solution unique en quantité. Or, c'est justement cette propriété d'unicité qui nous a contraint à imposer l'hypothèse 1. Ainsi, plutôt que de chercher à vérifier l'unicité, il pourrait être de s'interroger sur un principe de sélection d'un vecteur de quantités dans l'ensemble des solutions [21]. Il serait enfin souhaitable d'introduire dans une telle modélisation un ou plusieur marchés du travail sur lesquelles le mécanisme de formation des prix peut être concurentiel, ou résulter d'une solution négociée. Cela permettrait de fournir un éclairage original sur une partie de la littérature macroéconomique traitant du chômage en liaison avec des imperfections de marché.

---

20. Pour une extension dans cette direction, on pourra consulter STAHN [1991].
21. Concernant l'utilisation de sélections aléatoires, on pourra se référer à ALLEN [1985] pour une approche à la Cournot-Walras et à STAHN [1993] pour l'analyse en prix.

# ANNEXE 1

## Preuve de la proposition 1

(i) Par application du lemme de SHEPHARD [1953], nous savons que la demande en k-ième facteur de la part de la firme h peut être définie par $\eta_h^k(p_{-h}, y_h) = \partial_{p_k} c_h(p_{-h}, y_h)$. On peut donc aisément définir :

$$\forall h = 1, \ldots, \ell \qquad \eta_h(p, y_h) = \begin{cases} \eta_h^k(p_{-h}, y_h) & \text{si } k \neq h \\ 0 & \text{si } k = h \end{cases}$$

Par ailleurs, puisque $c_h(p_{-h}, y_h)$ est une fonction $C^\infty$, il en est de même pour $\eta_h(p, y_h)$.

(ii) Par définition $\zeta_h(p) = \arg\max_{y_h \in \mathbb{R}} \; p_h \cdot y_h - c_h(p_{-h}, y_h)$. Comme $c_h(p_{-h}, y_h)$ est $C^\infty$ et l'on a $\partial^2_{y_h} c_h(p_{-h}, y_h) > 0$, la condition de premier ordre est nécessaire et suffisante pour caractériser la solution de ce programme. La fonction $\zeta_h(p)$ est alors définie par l'équation implicite $p_h = \partial_{y_h} c_h(p_{-h}, y_h)$. Or, on a, d'une part, que $\lim_{y_h \to +\infty} \partial_{y_h} c_h(p_{-h}, y_h) = +\infty$ par hypothèse, et,d'autre part, que $\lim_{y_h \to 0} \partial_{y_h} c_h(p_{-h}, y_h) = 0$. Comme $c_h$ est $C^\infty$ et $\forall y_h \leq 0, \quad c_h(p_{-h}, y_h) = 0$ l'équation précédente admet donc une solution en $y_h$ pour tout $p \gg 0$. Par ailleurs, puisque $\partial^2_{y_h} c_h(p_{-h}, y_h) > 0$ et que $c_h$ est $C^\infty$, nous savons par le théorème des fonctions implicites que $\zeta_h(p)$ est une fonction $C^\infty$. Enfin, comme $\lim_{y_h \to 0} \partial_{y_h} c_h(p_{-h}, y_h) = 0$, on verifie $\lim_{p_h \to 0} \zeta_h(p) = 0$.

(iii) Notons que $b_i(p, y)$ est une fonction Lipschitzienne continue. De plus, compte-tenu de mes hypothèses sur $\mathcal{U}_i$, la solution du programme suivant :

$$\max_{(x,m) \in \mathbb{R}_+^{\ell+1}} \mathcal{U}_i(x, m) \qquad \text{s.c} \quad p \cdot x + m \leq b_i(p, y)$$

comme fonction de $p$ et $b_i$, est $C^\infty$ (voir MAS-COLELL [1985]). Par composition des fonctions, il est immédiat que $\xi_i(p, y)$ et $\mu_i(p, y)$ sont Lipschitziennes et continues.

## Preuve de la proposition 2

**Etape 1** $\quad \forall p \in P, \qquad \deg\left(f(p,y)\right) = 1$

Pour obtenir ce résultat, il suffit de montrer que $f(p,y)$ est homotopique à une fonction $g(y)$ telle que $\deg(g) = 1$. En d'autres termes, il faut vérifier que, pour tout $p \in P$, la fonction $H_p(y,\lambda) = \lambda \cdot f(p,y) + (1-\lambda) \cdot g(y)$ avec $\lambda \in [0,1]$ est telle que $H_p^{-1}(0)$ est compact (voir HIRSCH [1976, lemme 1.4 et 1.5 p. 124]). Choisissons $g(y) = y$. Il est clair que $\deg(g) = 1$. Considérons maintenant une suite $(y_n, \lambda_n)$ telle que $\forall n \in \mathbb{N}, \quad (y_n, \lambda_n) \in H_p^{-1}(0)$. Par construction, $\lambda_n \to \lambda_0 \in [0,1]$, supposons que $\|y_n\| \to +\infty$ et définissons :

$$I_{+\infty} = \{k = 1, \dots, \ell \mid (y_k)_n \to +\infty\}$$

$$I_{-\infty} = \{k = 1, \dots, \ell \mid (y_k)_n \to -\infty\}$$

Si $I_{+\infty} \neq \emptyset$ alors, par l'hypothèse (i), $\exists k \in I_{+\infty}$, $\exists N \in \mathbb{N}$, tel que $\forall n > N$, $f_k(p, y_n) > 0$. D'où, par définition de $H_p$, $\forall n > N$, $H_{p,k}((y_n, \lambda_n)) > 0$ ce qui contredit $(y_n, \lambda_n) \in H_p^{-1}(0)$. Par ailleurs, si $I_{-\infty} \neq \emptyset$, par l'hypothèse (i), $\exists k \in I_{-\infty}$, $\exists N \in \mathbb{N}$, $\forall n > N$, $f_k(p, y_n) < 0$ d'où, $\forall n > N$, $H_{p,k}((y_n, \lambda_n)) < 0$. Nous pouvons donc en déduire que $H_p^{-1}(0)$ est borné et, par continuité de $H_p$, $H_p^{-1}(0)$ est compact.

**Etape 2** $\quad \forall p \in P, \qquad \#\mathcal{S}(p)$ est fini

Si $f$ vérifie l'hypothèse (ii), et, du fait du résultat de KAWAMURA [1979], nous pouvons affirmer que, pour chaque $p, \forall y \in \mathcal{S}(p)$ il existe un voisinage $V_\varepsilon(y)$ sur lequel $f(p,y)$, comme fonction de $y$, est inversible. Par conséquent, les solutions en $y$ à l'équation $f(p,y) = 0$ sont localement uniques et du fait de nos conditions à la frontière, (hypothèse (i)) $\mathcal{S}(p)$ est compacte, et par conséquent, finie.

**Etape 3** $\forall p \in P, \quad \sum_{y \in \mathcal{S}p)} i(y) = 1 \quad$ (avec i, un indice évalué aux solutions)

Comme les solutions en $y$ de l'équation $f(p,y) = 0$ sont localement uniques, nous sommes en mesure de construire des voisinages disjoints $V_i$, $i = 1, \dots, \#\mathcal{S}(p)$ autour de chaque solution. Choisissons l'un de ces voisinages en se restreignant, si nécessaire, à un sous-voisinage sur lequel $f(p,y)$ est localement inversible. Soit $f_i^p(y)$ la restriction de $f(p,y)$ sur $y \in V_i$ et construisons $i(y) = \deg\left(f_i^p, \{0\}\right)$. Si $y = (f_i^p)^{-1}(0) \in D$, il suffit de définir $i(y)$ par $i(y) = sign|\partial_y f_i^p(y)| \equiv sign|\partial_y f(p,y)|$. Par contre, si $y = (f_i^p)^{-1}(0) \notin D_p$, par le théorème de Radmacher, (voir MAS-COLELL [1985, G.1.1, p. 31]), nous savons que $D_p$ est résiduel. Par conséquent, il existe une suite $(y_n) \to (f_i^p)^{-1}(0)$ le long de laquelle $\partial_y f(p, y_n)$ est définie. Soit $a_n = f(p, y_n)$. Puisque $(y_n) \to (f_i^p)^{-1}(0)$, $\exists N \in \mathbb{N}$, $\forall n > N$, $y_n \in V_i$. Par continuité de $\deg\left(f_i^p, \{a_n\}\right)$, nous pouvons définir $i(y)$ par $i(y) = \lim_{n \to \infty} sign \mid \partial_y f(p, y_n) \mid$. Enfin, en sachant, d'une part, que $\sum_{i=1}^{\#\mathcal{S}(p)} \deg\left(f_i^p, \{0\}\right) = \deg(f)$ et, d'autre part, que le degré d'une fonction est stable par homotopie, nous pouvons conclure.

**Etape 4** $\exists \phi : P \to \mathbb{R}^\ell$ une fonction continue telle que $f(p, \phi(p)) = 0$

Notons que, par l'hypothèse (ii), $i(y) = 1$ pour chaque $y \in \mathcal{S}(p)$. Ainsi, sur chaque voisinage $V_i$ et pour chaque $y \in V_i \cap D$, on vérifie que $sign \mid \partial_y f(p, y_n) \mid = 1$. Du fait de l'étape 3, nous obtenons alors $\#\mathcal{S}(p) = 1$. De plus, par continuité de $f$ et par l'hypothèse (i), $\mathcal{S}(p)$ est une correspondance hémi-continue-supérieurement, et donc, dans ce cas d'espèce, une fonction continue. Il suffit, par conséquent de choisir $\phi(p) = \mathcal{S}(p)$.

## Preuve de la proposition 3

Pour montrer ce résultat, il suffit de vérifier que la fonction :

$$f(p,y) = y - \min\Bigg\{\sum_{i=1}^{m} \xi_i(p, \min\{y, \zeta(p)\}) - \sum_{i=1}^{m} \omega_i + \sum_{h=1}^{\ell} \eta_h(p, \min\{y_h, \zeta_h(p)\}), \zeta(p)\Bigg\}$$

satisfait aux hypothèses de la proposition 2.

**Etape 1** $f(p,y)$ est une fonction Lipschitzienne continue

Par la proposition 1, nous savons que $\forall i = 1,\ldots,m \quad \xi_i(p,y)$ est une fonction Lipschitzienne et que $\forall h = 1,\ldots,\ell \quad \eta_h(p,y_h)$ et $\zeta_h(p)$ sont des fonctions $C^\infty$. Comme la fonction minimum est une fonction Lipschitzienne continue et que cette propriété est conservée par composition, nous pouvons en conclure qu'il en est de même pour $f(p,y)$.

**Etape 2** Vérification du point (i) de la proposition 2

Considérons une suite $(y_n)$ telle que $\|y_n\| \to +\infty$ et construisons les ensembles

$$I_{+\infty} = \{k = 1,\ldots,\ell \mid (y_k)_n \to +\infty\}$$

et

$$I_{-\infty} = \{k = 1,\ldots,\ell \mid (y_k)_n \to -\infty\}$$

On notera alors que pour tout $k \in I_{-\infty}$, on vérifie $\lim\limits_{n\to+\infty} f_k(p,y) < 0$ puisque $\forall i = 1,\ldots,m \quad \xi_i(p,y) \geq 0$ et $\forall h = 1,\ldots,\ell \quad \eta_h(p,y_h) \geq 0, \quad \zeta_h(p) \geq 0$. Considérons maintenant l'ensemble $I_{+\infty}$, puisque $\forall h = 1,\ldots,\ell \quad \zeta_h(p)$ est finie pour p$\gg 0$, alors $\forall k \in I_{-\infty} \quad \lim\limits_{n\to+\infty} f_k(p,y) > 0$.

**Etape 3** Vérification du point (ii) de la proposition 2

Calculons d'abord le Jacobien de $f(p,y)$ pour les valeurs de $y$ pour lesquelles cette quantité est définie. On obtient une matrice $(\ell,\ell)$ dont le terme générique est donné par :

$\forall h = 1,\ldots,\ell, \quad \forall k = 1,\ldots,\ell$

$$\delta_{hk} - 1_\zeta^h \cdot \left[\sum_{i=1}^{m} \frac{\partial \hat{\xi}_i^h}{\partial b_i} \cdot 1_\pi^k \cdot \theta_{ik\cdot} \cdot 1_\zeta^k \cdot \frac{\partial \pi_k(p,y_k)}{\partial y_k} + 1_\zeta^k \cdot \frac{\partial \mu_k^h(p,y_k)}{\partial y_k}\right]$$

avec :

$$\delta_{hk} = \begin{cases} 0 & si \quad h \neq k \\ 1 & si \quad h = k \end{cases} \quad 1_\pi^k = \begin{cases} 0 & si \quad k \notin \pi \\ 1 & si \quad k \in \pi \end{cases} \quad 1_\zeta^k = \begin{cases} 0 & si \quad k \notin \zeta \\ 1 & si \quad k \in \zeta \end{cases}$$

et

$$\pi = \{k = 1,\ldots,\ell \mid \pi_k(p,y_k) > 0\}$$

$$\zeta = \{k = 1, \ldots, \ell \mid p_k > \partial_{y_k} c_k(p, y_k)\}$$

Si l'on parvient à établir que $\forall k = 1, \ldots, \ell$

$$(I) \quad \sum_{h=1}^{\ell} p_h \cdot 1_\zeta^h \cdot \left[ \sum_{i=1}^{m} \frac{\partial \hat{\xi}_i^h}{\partial b_i} \cdot 1_\pi^k \cdot \theta_{ik\cdot} \cdot 1_\zeta^k \cdot \frac{\partial \pi_k(p, y_k)}{\partial y_k} + 1_\zeta^k \cdot \frac{\partial \mu_k^h(p, y_k)}{\partial y_k} \right] < p_k$$

la preuve est achevée. En effet, nous savons, d'après l'hypothèse 1, que $\frac{\partial \hat{\xi}_i^h}{\partial b_i} \geq 0$ et $\frac{\eta_k^h(p, y_k)}{\partial y_k} \geq 0$. D'autre part, $\frac{\partial \pi_k(p, y_k)}{\partial y_k} > 0$ pour $k \in \zeta$. L'inégalité précédente peut donc se réécrire

$$p_k \cdot \left( 1 - 1_\zeta^k \cdot \sum_{i=1}^{m} \frac{\partial \hat{\xi}_i^k}{\partial b_i} \cdot 1_\pi^k \cdot \theta_{ik\cdot} \cdot 1_\zeta^k \cdot \frac{\partial \pi_k(p, y_k)}{\partial y_k} \right)$$
$$> \sum_{\substack{h=1 \\ h \neq k}}^{\ell} p_h \cdot \left| -1_\zeta^h \sum_{i=1}^{m} \frac{\partial \hat{\xi}_i^h}{\partial b_i} \cdot 1_\pi^k \cdot \theta_{ik\cdot} \cdot 1_\zeta^k \cdot \frac{\partial \pi_k(p, y_k)}{\partial y_k} - 1_\zeta^k \cdot \frac{\partial \mu_k^h(p, y_k)}{\partial y_k} \right|$$

Par conséquent $\partial_y f(p, y)$ est une matrice diagonale dominante positive. Or, par McKenzie [1960], nous savons que de telles matrices ont leurs mineurs principaux tous strictement positifs. Nous pouvons donc en conclure que l'hypothèse (ii) de la proposition 2 est bien vérifiée.

**Etape 4** Vérification de l'inégalité (I)

Il est évident que cette relation est satisfaite dès lors que $\zeta = \emptyset$ ou $k \notin \zeta$ car $p \gg 0$. Dans le cas contraire $1_\zeta^k = 1$. Si l'on note par A le premier membre de l'inégalité I, on peut écrire :

$$A = \sum_{h=1}^{\ell} p_h \cdot 1_\zeta^h \cdot \left[ \sum_{i=1}^{m} \frac{\partial \hat{\xi}_i^h}{\partial b_i} \cdot 1_\pi^k \cdot \theta_{ik\cdot} \cdot \frac{\partial \pi_k(p, y_k)}{\partial y_k} + \frac{\partial \mu_k^h(p, y_k)}{\partial y_k} \right]$$
$$= \left[ \sum_{i=1}^{m} \left[ \sum_{h=1}^{\ell} 1_\zeta^h \cdot p_h \cdot \frac{\partial \hat{\xi}_i^h}{\partial b_i} \right] \cdot \theta_{ik\cdot} \right] \cdot 1_\pi^k \cdot \frac{\partial \pi_k(p, y_k)}{\partial y_k}$$
$$+ \sum_{h=1}^{\ell} p_h \cdot 1_\zeta^h \frac{\partial \mu_k^h(p, y_k)}{\partial y_k}$$

En différenciant la contrainte budgétaire de chaque consommateur, on obtient que $\sum_{h=1}^{\ell} p_h \cdot \frac{\partial \hat{\xi}_i^h}{\partial b_i} + \frac{\partial \hat{\mu}_i}{\partial b_i} = 1$. Or, par l'hypothèse 1, $\frac{\partial \hat{\mu}_i}{\partial b_i} > 0$, d'où $0 < \sum_{h=1}^{\ell} p_h \cdot \frac{\partial \hat{\xi}_i^h}{\partial b_i} < 1$ et, *a fortiori*, $0 < \sum_{h=1}^{\ell} 1_\zeta^h \cdot p_h \cdot \frac{\partial \hat{\xi}_i^h}{\partial b_i} < 1$. Enfin comme $\theta_{ik} \in [0, 1]$ et que pour $k \in \zeta$, on vérifie $\frac{\partial \pi_k(p, y_k)}{\partial y_k} = p_k - \frac{\partial c_k(p, y_k)}{\partial y_k} > 0$, nous pouvons en déduire :

$$A < 1_\pi^k \cdot \frac{\partial \pi_k(p, y_k)}{\partial y_k} + \sum_{h=1}^{\ell} p_h \cdot 1_\zeta^h \cdot \frac{\eta_k^h(p, y_k)}{\partial y_k}$$

Sous l'hypothèse 1, $\forall h = 1, \ldots, \ell \quad \dfrac{\eta_k^h(p, y_k)}{\partial y_k} \geq 0$, d'où

$$A < 1_\pi^k \cdot \frac{\partial \pi_k(p, y_k)}{\partial y_k} + \sum_{h=1}^{\ell} p_h \cdot \frac{\eta_k^h(p, y_k)}{\partial y_k}$$

Comme $k \in \zeta$, il s'en suit que $\pi_k(p, y_k) = \displaystyle\int_0^{y_k} (p_k - \partial_t c_k(p, t))dt > 0$. Nous pouvons donc poser $1_\pi^k = 1$. Enfin, il ne faut pas oublier que par construction $\pi_k(p, y_k) = p_k \cdot y_k - \sum_{h=1}^{\ell} p_h \cdot \eta_h(p, y_k)$, d'où :

$$A < p_k - \sum_{h=1}^{\ell} p_h \cdot \frac{\eta_k^h(p, y_k)}{\partial y_k} + \sum_{h=1}^{\ell} p_h \cdot \frac{\eta_k^h(p, y_k)}{\partial y_k} = p_k$$

## Preuve de la proposition 4

(i) Supposons qu'une firme ait intéret à choisir pour un prix $p_h^*$ pour lequel elle n'exploite pas son pouvoir de marché. Auquel cas elle voudra mettre en production son offre walrasienne $y_h^* = \zeta_h(p_h^*, \bar{p}_{-h})$. Par ailleurs et compte tenu de son mécanisme d'anticipation de la demande, elle sait qu'une telle stratégie n'est possible que lorsque $\zeta_h(p_h^*, \bar{p}_{-h}) < \psi_h(p_h^*, \bar{p}_{-h}, \phi(p_h^*, \bar{p}_{-h}))$. Comme l'inégalité précédente est strict, il existe un $\varepsilon > 0$ tel que $\zeta_h(p_h^* + \varepsilon, \bar{p}_{-h}) \leq \psi_h(p_h^* + \varepsilon, \bar{p}_{-h}, \phi(p_h^* + \varepsilon, \bar{p}_{-h}))$. Dans ces condition, pour $\varepsilon$ petit, son mécanisme d'anticipation l'amène à déduire que $\phi_h(p_h^* + \varepsilon, \bar{p}_{-h}) = \zeta_h(p_h^* + \varepsilon, \bar{p}_{-h})$. Son niveau de production se déplacera le long de la courbe d'offre walrasienne, et sa variation peut donc s'approximer par $\varepsilon' = \partial p_h \zeta_h(p_h^*, \bar{p}_{-h}) \cdot \varepsilon$. Evaluons maintenant les conséquences de cette modification de stratégie sur son profit. Comme $\varepsilon$ est petit, on a $\pi(p_h^* + \varepsilon, \bar{p}_{-h}, y_h^* + \varepsilon') - \pi(p_h^*, \bar{p}_{-h}, y_h^*) \simeq \partial p_h \pi(p_h^*, \bar{p}_{-h}, y_h^*) \cdot \varepsilon + \partial y_h \pi(p_h^*, \bar{p}_{-h}, y_h^*) \cdot \varepsilon'$ Or, sachant que $(p_h^*, \bar{p}_{-h}, y_h^*)$ se situe sur le graphe de la courbe d'offre de la firme h, on peut en déduire que $\partial y_h \pi(p_h^*, \bar{p}_{-h}, y_h^*) = 0$ et que $\partial p_h \pi(p_h^*, \bar{p}_{-h}, y_h^*) = \zeta_h(p_h^*, \bar{p}_{-h}, y_h^*)$ d'où $\pi(p_h^* + \varepsilon, \bar{p}_{-h}, y_h^* + \varepsilon') - \pi(p_h^*, \bar{p}_{-h}, y_h^*) > 0$. Cela donne la contradiction recherchée

(ii) A prix $\bar{p}_{-h}$ des autres firmes donnés, je me propose de vérifier que si une firme fixe son prix $p_h = 0$ alors elle sera inactive et réalisera un profit nul. Compte-tenu de la proposition 1 nous savons que l'offre walrasienne de cette firme sera $\zeta_h(0, \bar{p}_{-h}) = 0$. Concernant la demande, lorsque $p_h \to 0$ à $\bar{p}_{-h}$ donné, on peut s'attendre, en exploitant la propriété standart de comportement à la frontière, à ce que la demande individuelle de bien h vérifie $\xi_i^h(p, y) \to +\infty$. Par définition, de la demande objective on vérifiera que $\phi_h(0, \bar{p}_{-h}) = 0$. Cette firme ne produira rien et réalisera un profit nul car $c_h(\bar{p}_{-h}, 0) = 0$.

## Preuve de la proposition 5

Soit $K_h \subset \mathbb{R}_{++}$ un ensemble compact et convexe. Définissons maintenant pour tout $h = 1, \ldots, \ell$, une séquence $(K_h^n)$ de sous-ensembles de ce type tel que $(K_h^n) \subset \left(K_h^{n+1}\right)$ et $K_h^n \to \mathbb{R}_+$. A partir de là, nous pouvons construire une séquence de jeu tronquée $\Gamma_n = \left\langle (K_h^n, \hat{\pi}_h^n)_{h=1}^{\ell} \right\rangle$ où $\hat{\pi}_h^n : \prod_{h=1}^{\ell} K_h^n \to \mathbb{R}$ et $\hat{\pi}_h^n(p_h, p_{-h}) = p_h \cdot \phi_h(p_h, p_{-h}) - c_h(p_{-h}, \phi_h(p_h, p_{-h}))$. Comme $\phi(p)$ et $c_h(p_{-h}, y_h)$ sont des fonctions continues, il est possible d'affirmer (voir Debreu [1952] si l'on suppose que $\hat{\pi}_h^n(p_h, p_{-h})$ est quasi-concave en $p_h$, qu'il existe, pour chaque jeu $\Gamma_n$, un équilibre en stratégies pures $\hat{p}^n = (\hat{p}_h^n)_{h=1}^{\ell} \in \prod_{h=1}^{\ell} K_h^n$. Par ailleurs, par continuité des fonctions de profit, si $\hat{p}^n \to p_0 \in \mathbb{R}_{++}^{\ell}$ alors $p_0$ est un équilibre du jeu non tronqué.

Pour vérifier cette dernière assertion, supposons que $\hat{p}^n$ ne converge pas dans $\mathbb{R}_{++}^{\ell}$. Construisons $I_\infty = \{h = 1, \ldots, \ell \mid \hat{p}_h^n \to +\infty\}$ et $I_0 = \{h = 1, \ldots, \ell \mid \hat{p}_h^n \to 0\}$. Si $I_\infty \neq \emptyset$, nous pouvons affimer, du fait de l'hypothèse de comportement aux bord du profit, que pour tout $h \in I_\infty \ \exists n \in \mathbb{N}$, tel que $\forall n > N \quad \pi_h\left(\hat{p}_h^N, \hat{p}_{-h}^n\right) - \pi_h\left(\hat{p}_h^n, \hat{p}_{-h}^n\right) > 0$. Or, cela contredit le fait que $\forall n > N \ \hat{p}_h^n$ est un équilibre de Nash. Considérons maintenant que $I_0 \neq 0$. En se référant à la théorie walrasienne traditionnelle, et plus précisément à la propriété de comportement à la frontière de la demande excédentaire, nous pouvons affirmer que $\exists h \in I_0$ tel que la demande excédentaire $\psi_h(\hat{p}^n, y) \to +\infty$. Or, d'après la proposition 1, l'offre walrasienne de la firme h $\zeta_h(\hat{p}^n) \to 0$. Par construction de la demande objective, nous pouvons en déduire qu'il existe un rang N tel que $\forall n > N \quad \phi_h(\hat{p}^n) = \zeta_h(\hat{p}^n) < \psi_h(\hat{p}^n, \phi(\hat{p}^n))$. Or, une situation dans laquelle une firme n'exploite pas son pouvoir de marché ne peut pas être un équilibre (voir proposition 4) ce qui contredit le fait que $\hat{p}^n$ est un équilibre.

## • Références bibliographiques


Allen, B. (1985). – "Randomization and Limit Points of Monopolistic Competition", *CARESS Working Paper ♯85-26*, Université de Philadelphie, Philadelphie.

Arrow, K. J., Hahn, F. H. (1971). – "General Competitive Analysis", North-Holland.

D'Aspremont, C., Dos Santos Ferreira, R., Gerard-Varet, L. A. (1990). – "On Monopolistic Competition and Involuntary Unemployment", *Quaterly Journal of Economic*, 105, pp. 895-919.

D'Aspremont, C., Dos Santos Ferreira, R., Gerard-Varet, L. A. (1989). – "Unemployment in a Cournot Oligopoly Model with Ford Effect", *Oxford Economic Paper 41*, pp. 490-594.

Benassy, J. P. (1976). – "The Disequilibrium Approach to Monopolistic Price Setting and General monopolistic Equilibrium", *Review of Economic Studies*, 43, pp. 69-81.

BENASSY, J. P. (1988). – "The Objective Demand Curve in General Equilibrium with Price Makers", *Economic Journal*, 98, pp. 37-47.

DEBREU, G. (1952). – "A Social Equilibrium Existence Theorem", *Proceeding of the National Academy of Science*, 38, pp. 886-893.

DEBREU, G. (1972). – "Smooth Preference", *Econometrica*, 40, pp. 603-615.

DEBREU, G. (1976). – "Smooth Preference: a corigendum", *Econometrica*, 44, pp. 831-832.

DUBEY, P., MAS-COLELL, A., SHUBIK, M. (1980). – "Efficiency Properties of Strategic Market Games: an Axiomatic Approach", *Journal of Economic Theory*, 22, pp. 339-362.

DUBEY, P. (1982). – "Price-Quantity Strategic Market Games", *Econometrica*, 50, pp. 111-126.

GABSZEWICZ, J. J., VIAL, J. P. (1972). – "Oligopoly "*à la Cournot*" in a General Equilibrium Analysis", *Journal of Economic Theory*, 4, pp. 381-400.

GARY-BOBO, R. J. (1987). – "Locally Consistent Oligopolistic Equilibria and Cournot-Walras Equilibria", *Economic Letters*, 23, pp. 217-221.

GARY-BOBO, R. J. (1990). – "Cournot-Walras and Locally Consistent Equilibria", *Journal of Economic Theory*, 49, pp. 10-32.

HART, O. D. (1985). – "Imperfect Competition in General Equilibrium: an Overview of Recent Work", in Arrow K. J., Honkapohja S. (eds) Frontiers of Economics.

HILDENBRAND, W. (1983). – "On the Law of Demand", *Econometrica*, 51, pp. 997-1020.

HIRSCH, M. W. (1976). – "Differential Topology", Springer Verlag, Berlin.

KAKUTANI, Y. (1941). – "A Generalization of Brouwer's Fixed Point Theorem", *Duke Mathematical Journal*, 8, pp. 457-459.

KAWAMURA, Y. (1979). – "Invertibility of Lipschitz Continuous Mapping and its Application to Electrical Network Equation", *SIAM Journal of Mathematical Analysis*, 10, pp. 253-265.

LAFFONT, J.-J., LAROQUE, G. (1976). – "Existence d'un Equilibre Général de Concurrence Imparfaite : une Introduction", *Econometrica*, 44, pp. 283-294.

MCFADDEN, D. (1978). – "Cost, Revenue, and Profit Functions", in Production Economies: a Dual Approach to Theory and Applications, *Fuss et Mc Fadden (eds)*, pp. 3-109, North-Holland.

MCKENZIE, L. (1960). – "Matrices with Dominant Diagonals and Economic Theory", in K. Arrow, S. Karlin and P. Suppes (eds), Mathematical Methods in Social Science, pp. 47-62.

MARSCHAK, T., SELTEN, R. (1974). – "General Equilibrium with Price-setting Firms", Springer Verlag, Berlin.

MAS-COLELL, A. (1982). – "The Cournotian Foundations of Walrasian Equilibrium Theory", in W. Hildenbrand (ed) Advances in Economic Theory Cambridge University Press.

MASCOLELL, A. (1985). – "The Theory of General Equilibrium: a Differentiable Approach", Cambridge University Press.

NEGISHI, T. (1961). – "Monopolistic Competition and General Equilibrium", *Review of Economic Studies*, 28, pp. 196-201.

NIKAIDO, H. (1975). – "Monopolistic Competition and Effective Demand", *Princeton University Press*.

ROBERTS, J., SONNENSCHEIN, H. (1977). – "On the Foundation of the Theory of Monopolistic Competition", *Econometrica*, 45, pp. 101-113.

ROBERTS, K. (1980). – "The Limit Point of Monopolistic Competition", *Journal of Economic Theory*, 22, pp. 265-276.

SHEPHARD, R. (1953). – "Cost and Production functions", *Princeton University Press*.

SCHULTZ, N. (1983). – "On the Global Uniqueness of Fixprice Equilibria", *Econometrica*, 51, pp. 47-68.

SCHMEIDLER, D. (1980). – "Walrasian Analysis via Strategic Outcome Functions", *Econometrica*, 48, pp. 1585-1593.

STAHN, H. (1991). – "Stratégies en Prix et Equilibre : une Approche en Equilibre Général", *Thèse de Doctorat*, Université Louis-Pasteur, Strasbourg.

STAHN, H. (1993). – "A Remark on Uniqueness of Fix-Price Equilibria in an Economy with Production", *Journal of Mathematical Economics*, 22, pp. 421-430.

STAHN, H. (1993). – "Objective Demand and Monopolistic Competition : some old and new Results", *B.E.T.A. Working Paper ♮9307*, Université de Strasbourg.

TARSKI, A. (1955). – "A Lattice-Theoritical Fixpoint Theorem and its Applications", *Pacific Journal of Mathematics*, 5, pp. 285-309.

TOPKIS, D. M. (1979). – "Equilibrium Points in Nonzero-Sum n-Person Submodular Games", *SIAM Journal of Control and Optimization*, 6, pp. 773-787.