ANNALES D'ÉCONOMIE ET DE STATISTIQUE. – N° 43 — 1996

Concurrence en contrats, anti-sélection et structure d'information

Marie-Cécile FAGART*

RÉSUMÉ. – Ce travail est une généralisation de l'article de ROTHSCHILD et STIGLITZ [1976], consacré à l'étude d'un marché d'assurance avec anti-sélection. Il modélise un jeu entre deux principaux et un agent, quand l'agent détient une information de façon privée. On montre que le jeu de concurrence en contrats que se livrent les deux principaux peut admettre un équilibre efficace au sens du premier rang, quand le gain que tire chaque principal de l'échange est indépendant du type de l'agent. Sous cette hypothèse, la concurrence en contrat n'a donc pas les effets soulignés par ROTHSCHILD et STIGLITZ [1976], à savoir inefficacité et inexistence. Une explication en terme de précision de structure d'information est proposée.

Competition between Principals, Adverse Selection and Information Schemes

ABSTRACT. – This paper generalizes the work of ROTHSCHILD and STIGLITZ [1976], and is dealing with a game where two principals compete for an agent, when the agent has private information. The studied game has an efficient equilibrium, when the payoff of the principal does not depend on private information . Competition in markets with asymmetric information does not always imply loss of efficiency. An explain in terms of type of uncertainty is proposed.

* M. C. FAGART : Maître de Conférences à l'Université de Paris-X, THEMA.
Je remercie B. JULLIEN, P. PICARD et deux rapporteurs anonymes pour leurs conseils et remarques.

1 Introduction

L'étude des marchés où les échanges sont affectés par des asymétries d'information a été l'objet de nombreux développements depuis l'article pionnier de ROTHSCHILD et STIGLITZ [1976] (RS par la suite). Rappelons que RS s'intéressent aux problèmes d'asymétrie d'information et de concurrence sur un marché d'assurance. Des compagnies d'assurance offrent des contrats à des particuliers, dont elles ignorent le risque d'accident, représenté par la probabilité qu'a chaque agent de subir un dommage. Les agents, quant à eux, connaissent parfaitement leurs probabilités individuelles d'avoir un accident.

Lorsque la concurrence est suffisamment forte, hypothèse modélisée par les auteurs par la possibilité de voir instantanément entrer de nouvelles compagnies d'assurance sur le marché, la situation étudiée par RS peut admettre un équilibre. Toutefois, en dépit d'une situation concurrentielle, les agents pâtissent de l'asymétrie d'information existant entre assuré et assureur. Plus précisément, les agents à bas risques ne souscrivent qu'une assurance partielle et atteignent un niveau de satisfaction (en termes d'espérance d'utilité) inférieur à la situation qui prévaudrait en information parfaite. De plus, l'existence d'un équilibre n'est pas garantie.

Deux sortes d'extensions ont suivi ce résultat. Dans le but de pallier l'inexistence d'un équilibre, tout un courant de la littérature a modifié le concept d'équilibre utilisé par RS : des définitions d'équilibre différent (WILSON [1977], MIAZAKY [1977], RILEY [1979]) ont été suivies par des modélisations de processus concurrentiels sous forme de jeu séquentiel (GROSSMAN [1979], HELLWIG [1987]). Un des apports de cette littérature est ainsi de montrer à quel point l'équilibre d'un jeu de marché avec asymétrie d'information est sensible aux hypothèses faites sur la séquentialité des choix. L'inexistence de l'équilibre de RS peut aussi être interprétée comme l'inexistence d'un équilibre de Nash en stratégies pures d'un jeu, dont DASGUPTA et MASKIN [1986] montrent qu'il admet un équilibre en stratégies mixtes. Une seconde voie de recherche s'interroge sur les propriétés d'efficacité de cet équilibre. En particulier, CROCKER et SNOW [1985] soulignent que l'équilibre défini par RS peut être inefficace au sens du second rang. Réglementer le marché restaure alors l'efficacité des échanges (HENRIET et ROCHET [1988]).

Dans cet article, nous ne cherchons pas à définir un nouveau concept d'équilibre mais plutôt à préciser et généraliser les résultats de RS dans un contexte de théorie des jeux. Pour ce faire, la relation concurrentielle étudiée par RS sera modélisée sous la forme d'un jeu à deux étapes, dans lequel dans un premier temps deux principaux proposent des contrats à un agent, et celui-ci choisit dans un second temps un échange dans l'un des contrats offerts. L'annonce d'une offre engage le principal, qui ne peut en refuser l'exécution, et ceci quel que soit le comportement du principal concurrent. Dans ce contexte simple, le concept d'équilibre est l'équilibre de Nash (parfait en sous-jeu). Les résultats obtenus, présentés pour des fonctions d'utilité très générales, s'appliquent à l'étude de situations concurrentielles diverses (l'assurance, le marché du travail, les relations bancaires...).

La première étape de ce travail consiste à définir l'ensemble des contrats susceptibles d'être proposés à l'équilibre de Nash de notre jeu de concurrence. La solution envisagée par RS, appelé contrat RS est l'un d'eux, il est proposé à l'équilibre du jeu s'il est efficace au sens du second rang, c'est-à-dire Pareto-optimal dans l'ensemble des contrats vérifiant des contraintes d'auto-sélection. L'efficacité du contrat RS est dans notre modèle équivalente à l'existence d'un équilibre en stratégies pures du jeu.

Dans une deuxième étape, nous nous intéressons à la situation particulière (dite à valeurs privées) où l'utilité du principal non informé ne dépend pas du type de l'agent: l'équilibre du jeu est alors efficace au sens du premier rang et coïncide avec la solution d'information parfaite. L'asymétrie d'information n'a dans ce cas aucune conséquence sur l'équilibre du jeu concurrentiel.

Dire que le modèle est à valeurs privées revient à dire que, pour un échange donné, l'utilité du principal n'est pas incertaine puisqu'elle ne dépend pas d'une information que celui-ci ignore. Cette remarque nous conduit à proposer une mesure de l'asymétrie d'information d'une relation principal-agent: la "précision d'une structure d'information". On montre alors qu'il existe un lien entre structure d'information et efficacité du marché. Plus le principal est informé de l'utilité qu'il obtient en échangeant avec l'agent, moins les contraintes d'incitation de l'agent sont actives, quand le principal souhaite se comporter au mieux des intérêts de l'agent, et donc plus l'équilibre du jeu est efficace. L'hypothèse de valeurs privées, selon laquelle la structure d'information est la plus précise possible et l'échange concurrentiel un optimum de premier rang, apparaît dès lors comme un cas limite de l'analyse. La structure informationnelle qui sous-tend la relation principal-agent affecte donc crucialement le fonctionnement du marché.

L'article est organisé de la façon suivante. Le modèle est présenté dans la section 2. Puis, dans la section 3, les résultats sont exposés, dans le cas où l'utilité du principal dépend du type de l'agent, puis dans le cas où elle n'en dépend pas. Enfin une interprétation est proposée, en comparant des structures d'information différentes. La quatrième section conclut.

2 Le modèle

• Les hypothèses générales

On s'intéresse à un modèle principal-agent d'information cachée qui peut être décrit de la façon suivante. Un échange observable est un élément y appartenant à un ensemble donné Y, ensemble convexe. On appelle θ le type de l'agent, dont le principal ignore la valeur, et l'on suppose que $\theta \in \{\theta_1, \theta_2\}$. On note γ_i la probabilité que l'agent soit de type θ_i, $i = 1, 2$, cette probabilité étant connue du principal, $\gamma_i > 0$, $\gamma_1 + \gamma_2 = 1$.

Si l'échange est y et si le type de l'agent est θ, le bien-être du principal est $V(y, \theta)$, $U(y, \theta)$ désigne celui de l'agent. U et V sont des fonctions continues de y. On dira qu'une allocation (y_1, y_2) - couple d'échanges, l'un pour l'agent de type θ_1, l'autre pour l'agent de type θ_2 - satisfait les contraintes d'incitations, CI, si l'agent préfère y_1 quand son type est θ_1 et y_2 dans le cas inverse :

$$U(y_1, \theta_1) \geq U(y_2, \theta_1) \qquad \text{et} \qquad U(y_2, \theta_2) \geq U(y_1, \theta_2).$$

Un contrat dans ce modèle principal-agent simple est la donnée de plusieurs échanges, éléments de Y. Ce contrat est proposé par le principal et l'agent, connaissant son type, choisit l'un des échanges du contrat.

On s'intéresse au jeu défini par la séquence suivante :

Le principal A et le principal B proposent simultanément un contrat (C_A désigne le contrat du principal A, C_B celui du principal B) à l'agent. Celui-ci choisit un échange dans l'ensemble total proposé, ou encore il choisit le contrat d'un principal, puis un échange dans le contrat offert par ce principal. Si l'agent ne choisit pas le contrat d'un des principaux, celui-ci obtient une utilité nulle.

• Notations et hypothèses complémentaires

Notations : On appelle $y^*(\theta)$ l'échange que proposeraient les principaux à l'équilibre d'un jeu d'information parfaite. $y^*(\theta)$ rend maximale l'utilité de l'agent de type θ, mais ne peut réaliser des pertes pour le principal. Cet échange est solution du programme :

$$\begin{aligned} &\operatorname*{Max}_{y} U(y, \theta) \\ &\quad sc\, V(y, \theta) \geq 0, \quad y \in Y \end{aligned}$$

Si ce programme admet plusieurs solutions, on appelle $y^*(\theta)$ une de celles qui rend maximum l'utilité du principal.

Dans cet article, nous serons conduits à faire les hypothèses suivantes :

Hypothèse 1 (H_1) : Pour toute allocation $(y_1, y_2) \in Y^2$ et satisfaisant CI, pour tout $\varepsilon > 0$, il existe $(y_1', y_2') \in Y^2$ satisfaisant CI tel que pour tout $i \in \{1, 2\}$:

$$\begin{aligned} &U((y_i', \theta_i) > U(y_i, \theta_i) \\ &V(y_i', \theta_i) \geq V(y_i, \theta_i) - \varepsilon \end{aligned}$$

Hypothèse 2 (H_2) : Pour tout $\varepsilon > 0$ et tout échange $y \in Y$, et pour tout $i \in \{1, 2\}$, il existe un échange $y' \in Y$ tel que :

$$\begin{aligned} &U(y', \theta_i) > U(y, \theta_i) \\ &U(y, \theta_{-i}) > U(y', \theta_{-i}) \\ &V(y', \theta_i) > V(y, \theta_i) - \varepsilon \end{aligned}$$

Hypothèse 3 (H_3) : $y^*(\theta)$ existe.

Hypothèse 4 (H_4): U et V sont deux fonctions concaves de y. Il existe $y \in Y$ tel que $V(y, \theta) > 0$, quel que soit θ.

Hypothèse 5 (H_5): $Y = Z * T$, où $*$ désigne le produit cartésien. S'il existe $i \in \{1, 2\}$, $y = (z, t)$ et $y' = (z', t)$ tels que $U(z, t, \theta_i) > U(z', t, \theta_i)$ alors $V(z, t, \theta_i) < V(z', t, \theta_i)$.

Les trois premières hypothèses sont peu contraignantes. L'hypothèse H_1 implique qu'il est toujours possible pour le principal de proposer un contrat qui augmente l'utilité de l'agent quel que soit son type, mais ceci au dépend d'une perte d'utilité pour le principal. Cependant cette perte peut être rendue aussi petite que possible.

L'hypothèse H_2 assure qu'un contrat mélangeant n'est pas un équilibre du jeu. Pour tout échange y et tout type θ, on peut trouver y' tel que le contrat (y', y) satisfait les contraintes d'incitations et donne au principal une utilité suffisamment proche de celle qu'il obtient si l'agent de type θ_i choisit l'échange y. Dès lors que y' est proche de y et que les fonctions U et V sont continues, cette hypothèse reflète la propriété selon laquelle les surfaces d'indifférence des agents ne sont jamais tangentes.

L'hypothèse H_3 est immédiate si le problème n'est pas trivial. H_4 est une hypothèse standard dans la littérature principal-agent, utile en général pour obtenir l'unicité d'un équilibre.

Enfin remarquons que dès lors que l'échange y n'est pas unidimensionnel, il peut être décomposé en deux éléments, $z \in Z$ et $t \in T$. L'hypothèse H_5 implique qu'il existe un conflit d'intérêt entre le principal et l'agent: si l'agent d'un type donné préfère l'échange (z, t) à l'échange (z', t), alors le principal préfère l'échange (z', t) à l'échange (z, t). La plupart des modèles principal-agent satisfont ces hypothèses. C'est le cas en particulier de celui qu'étudient RS.

• Définition générale de l'équilibre du jeu

$\{C_A^* = \{y_{jA}^*, j = 1, ..., k_A\}, C_B^* = \{y_{jB}^*, j = 1, ..., k_B\}, x^{i*}, i = 1, 2\}$ est un équilibre de Nash du jeu (en stratégies pures pour chaque principal) si :

(i) $x^{i*} = x^i(C_A^*, C_B^*)$ avec $x^i(C_A, C_B)$ solution de :

$$\text{Max} \sum_{j=1}^{k_A} \{x_{j\,A}\, U(y_{j\,A}, \theta_i)\} + \sum_{j=1}^{k_B} \{x_{j\,B}\, U(y_{j\,B}, \theta_i)\}$$

$$x = \{x_{j\,A}, j = 1...k_A; x_{j\,B}, j = 1...k_B\}$$

avec

$$x_{j\,A} \in [0, 1], j = 1, ..., k_A$$

$$x_{j\,B} \in [0, 1], j = 1, ..., k_B$$

$$\sum_{j=1}^{k_A} x_{j\,A} + \sum_{j=1}^{k_B} x_{j\,B} = 1$$

L'agent de type θ choisit l'échange qui lui donne le plus grand niveau de bien-être, quel que soit les échanges offerts et x_{kh}^i est la probabilité qu'il choisisse le k-ième élément du contrat offert par le principal h, $h = A, B$ si son type est $\theta_i \, (i = 1, 2)$.

(ii) C_A^* et C_B^* vérifient :

$$\Pi_A \left(C_A^*, C_B^*\right) \geq \Pi_A \left(C_A, C_B^*\right) \text{ pour tout } C_A$$
$$\Pi_B \left(C_A^*, C_B^*\right) \geq \Pi_B \left(C_A^*, C_B\right) \text{ pour tout } C_B$$

avec pour $i = 1, 2$ et $K = A, B$, $\Pi_K \left(C_A, C_B\right) = \sum_{j,i} \gamma_i \, x_{j\,K}^i \left(C_A, C_B\right)$ $V \left(y_{j\,K}, \theta_i\right)$.

Connaissant la règle de décision de l'agent et le contrat offert par son concurrent B, le principal A maximise son espérance de bien-être. Le principal B fait de même.

• Définition générale de l'efficacité

Dans cet article, on définit l'efficacité d'un échange comme suit : (y_1, y_2) est une allocation optimale de second rang s'il n'existe aucune allocation $(y_1', y_2') \in Y^2$ satisfaisant CI tel que les trois inégalités ci-dessous sont satisfaites, l'une au moins strictement :

. $U \left(y_i', \theta_i\right) \geq U \left(y_i, \theta_i\right)$ $i = 1, 2$.

. $\gamma_1 \, V \left(y_1', \theta_1\right) + \gamma_2 \, V \left(y_2', \theta_2\right) \geq \gamma_1 \, V \left(y_1, \theta_1\right) + \gamma_2 \, V \left(y_2, \theta_2\right)$

Il s'agit donc pour le principal d'un critère d'efficacité “ex ante”, ou évalué avant que l'incertitude ne lui soit révélée. On pourrait aussi s'intéresser à un critère d'efficacité “ex post”, pour lequel il serait nécessaire de remplacer la troisième inégalité par :

. $V \left(y_i', \theta_i\right) \geq V \left(y_i, \theta_i\right), \; i = 1, 2$

Enfin remarquons que notre définition de l'efficacité dépend de la valeur que prend la probabilité γ_1 . Il est possible qu'une allocation soit efficace pour certaines croyances, mais pas pour d'autres.

3 Les résultats

3.1. Le cas où *V* dépend de θ

L'apport central de RS est de montrer qu'à l'équilibre, s'il existe, le marché offre à l'agent le couple d'échanges $(y_1^{\mathrm{RS}}, y_2^{\mathrm{RS}})$ solution du programme suivant $P(\lambda)$, avec $\lambda \in]0, 1[$:

$$\begin{aligned} &\underset{y_1, y_2}{\mathrm{Max}} \, \lambda \, U \left(y_1, \theta_1\right) + (1 - \lambda) \, U \left(y_2, \theta_2\right) \\ &\qquad (y_1, y_2) \text{ vérifie CI} \\ &\qquad V \left(y_i, \theta_i\right) \geq 0, \quad i = 1, 2 \end{aligned}$$

L'allocation d'équilibre [2] rend maximum le bien-être de l'agent quel que soit son type sachant qu'aucun échange ne réalise des pertes à l'équilibre. Autrement dit, si l'agent quand son type est θ_1 préfère y_1 à y_2 (première contrainte d'incitation) le bien-être du principal est au moins nul $(V(y_1, \theta_1) \geq 0)$. De même pour l'agent si son type est θ_2.

Quand le programme ci-dessus admet plusieurs solutions, on retiendra celle qui donne l'espérance d'utilité totale la plus grande pour les principaux.

Plus simplement, le lemme 1 montre que l'allocation RS, notée par la suite $(y_1^{\mathrm{RS}}, y_2^{\mathrm{RS}})$ peut aussi être définie par : y_i^{RS} est la ième composante de la solution du programme P_i,

$$\begin{aligned}&\operatorname*{Max}_{y_1,\, y_2} U(y_i, \theta_i)\\ &\quad \text{sachant que } (y_1, y_2) \text{ satisfait CI et}\\ &\quad V(y_j, \theta_j) \geq 0, \quad \text{pour } j = 1, 2\end{aligned}$$

LEMME 1 : $(y_1^{\mathrm{RS}}, y_2^{\mathrm{RS}})$ est une solution optimale du programme $P(\lambda)$, pour $0 \leq \lambda \leq 1$.

Preuve du lemme 1 : Notons $y_i(\lambda)$, $i = 1, 2$, les échanges solution du programme $P(\lambda)$. Comme le contrat $\{y_i(\lambda),\ i = 1, 2\}$ satisfait toutes les contraintes du programme P_i, on a :

$$\text{Quel que soit } \lambda \in]0, 1[,\ U(y_i^{\mathrm{RS}}, \theta_i) \geq U(y_i(\lambda), \theta_i)$$

Montrons de plus que $(y_1^{\mathrm{RS}}, y_2^{\mathrm{RS}})$ satisfait les contraintes du programme $P(\lambda)$:

– Les deux dernières contraintes sont bien sûr satisfaites, $V(y_i^{\mathrm{RS}}, \theta_i) \geq 0$.

– Imaginons que l'une des contraintes d'incitation soit violée par $(y_1^{\mathrm{RS}}, y_2^{\mathrm{RS}})$ et que l'on ait par exemple $U(y_1^{\mathrm{RS}}, \theta_2) > U(y_2^{\mathrm{RS}}, \theta_2)$. Il existe alors y_2, avec (y_1^{RS}, y_2) solution de $P(1)$ qui vérifie

$$U(y_2, \theta_2) \geq U(y_1^{\mathrm{RS}}, \theta_2) > U(y_2^{\mathrm{RS}}, \theta_2) \text{ et } U(y_1^{\mathrm{RS}}, \theta_1) \geq U(y_2, \theta_1)$$

Mais alors (y_1^{RS}, y_2) donne à l'agent θ_2 un bien-être strictement plus grand que $(y_1^{\mathrm{RS}}, y_2^{\mathrm{RS}})$, ce qui est impossible. On en déduit que $\{y_i^{\mathrm{RS}},\ i = 1, 2\}$ est solution du programme $P(\lambda)$ pour tout λ. $\square$

Dans le modèle étudié par RS, l'une des contraintes d'incitation du programme $P(\gamma_1)$ est active. Dans ce cas, l'allocation d'équilibre est inefficace au sens du premier rang : l'un des types d'agent au moins souffre de l'asymétrie d'information, et son utilité est inférieure à celle qu'il obtiendrait dans un jeu identique, mais dans lequel l'information serait parfaite.

2. On appelle allocation d'équilibre le couple d'échanges (un échange pour chaque type d'agent) qui se réalise à l'équilibre (les échanges de l'allocation sont proposés par un des principaux et choisis par l'agent).

Mais l'allocation RS n'est pas toujours offerte à l'équilibre. En effet, comme les contraintes d'incitations sont actives, il est possible de donner au moins à l'un des types d'agent une utilité plus élevée en réalisant des gains. Il existe donc un échange y et un type d'agent, θ_i tel que :

$$V(y,\,\theta_i) > 0 \qquad \text{et} \qquad U(y,\,\theta_i) > U(y_i^{\mathrm{RS}},\,\theta_i)$$

Bien sûr, par définition de la solution de RS, si l'un des principaux offre de façon isolée y quand l'autre principal joue le contrat d'équilibre, l'agent de type θ_j préfèrera y et induira par ce choix un profit $V(y,\,\theta_j) < 0$. Mais il existe peut-être un contrat $\{y_1,\,y_2\}$ qui donne une utilité plus grande à l'agent quel que soit son type, réalise des gains sur l'une des catégories d'agents et des pertes sur l'autre catégorie, et qui engendre une espérance de bien-être strictement positive pour le principal. Si un tel contrat existe, le proposer permet d'obtenir une espérance d'utilité strictement positive pour l'un des principaux et la situation étudiée par RS n'admet pas d'équilibre. Dans ce cas, l'une des catégories d'agent a intérêt à financer les pertes faites sur l'autre catégorie et la concurrence ne peut, parce qu'elle refuse de faire des pertes sur l'une des catégories d'agent, réaliser un échange efficace de second rang. Le résultat est important, car il montre que concurrence et efficacité ne vont pas toujours de pair quand le marché est caractérisé par des problèmes d'asymétrie d'information. Il est dès lors souhaitable d'encourager les compagnies d'assurance à se regrouper et d'imposer au monopole ainsi constitué de ne faire aucun profit ou d'imposer une réglementation aux assureurs qui les conduisent à accepter de faire des pertes sur certains clients.

Nous allons préciser ces résultats dans un cadre plus général que celui étudié par RS, et en particulier établir sous quelles conditions ils sont vrais.

Remarquons toutefois que le jeu que nous étudions diffère de celui auquel s'intéressent RS par le fait que les principaux peuvent proposer des contrats, qui dans notre contexte sont des menus d'échanges. Dans l'article de RS, une compagnie d'assurance ne peut proposer qu'un échange, spécifiant le paiement d'une prime contre un remboursement en cas d'accident. Dans notre contexte, un principal peut proposer plusieurs de ces échanges. Cette hypothèse, plus réaliste, permet de s'intéresser à un marché sur lequel sont présents uniquement deux principaux, les résultats obtenus pouvant être généralisés à un nombre plus important d'intervenants. Remarquons que cette hypothèse est aussi celle de MIAZAKI [1977], mais cet auteur s'intéresse au concept d'équilibre de Wilson.

PROPRIÉTÉ 2 : On dit qu'une allocation $(\overline{y}_1,\,\overline{y}_2)$ satisfait la propriété (2) si: Il n'existe aucune allocation $(y_1,\,y_2) \in Y^2$ et satisfaisant CI telle que :

$$U(y_i,\,\theta_i) \geq U(\overline{y}_i,\,\theta_i),\; i = 1,\,2$$
$$\gamma_1\,V(y_1,\,\theta_1) + \gamma_2\,V(y_2,\,\theta_2) > 0$$

Nous dirons que $(\overline{y}_1,\,\overline{y}_2)$ est une allocation d'équilibre si les deux échanges $\overline{y}_1,\,\overline{y}_2$, sont proposés et si $\overline{y}_i$ est choisi avec une probabilité non nulle par l'agent de type θ_i, $i = 1, 2$, à l'un des équilibres de Nash du jeu. La proposition 3 caractérise l'ensemble des allocations d'équilibre du jeu.

PROPOSITION 3 : Si H_1 est vérifiée, on a :
. si $(\overline{y}_1, \overline{y}_2)$ est une allocation d'équilibre du jeu, elle vérifie CI et la propriété 2,
. si $(\overline{y}_1, \overline{y}_2)$ vérifie CI, la propriété 2 et $V(\overline{y}_i; \theta_i) \geq 0$ pour tout $i = 1, 2$, c'est une allocation d'équilibre du jeu.

La preuve de la proposition 3 *est reportée en annexe* 1 : Cette proposition nous donne une condition nécessaire et une condition suffisante. Tout couple d'échanges choisis à l'équilibre par l'agent vérifie la propriété 2 selon laquelle le marché ne peut proposer à l'agent une allocation préférée par l'agent quel que soit son type, et réaliser un gain. L'ensemble des allocations d'équilibre est inclus dans l'ensemble des allocations vérifiant CI et la propriété 2.

Parmi ces allocations, certaines seulement sont proposées à l'équilibre. La seconde condition nous permet d'affirmer que tous les couples d'échanges vérifiant CI, la propriété 2 et engendrant des gains quel que soit le type de l'agent sont des allocations d'équilibre ; le jeu admet au moins un équilibre dans lequel cette allocation est offerte par le marché.

La proposition 3 s'applique directement à l'allocation RS. Si elle vérifie la propriété 2, le jeu admet au moins un équilibre symétrique, dans lequel chaque principal propose le contrat RS. La proposition 3 s'énonce alors ainsi : le jeu admet un équilibre dans lequel l'allocation RS est proposée si et seulement si elle vérifie la propriété 2, c'est-à-dire s'il n'existe aucune allocation satisfaisant CI qui soit préférée par l'agent quel que soit son type, et qui soit profitable – le principal obtient une espérance d'utilité strictement positive –.

Si cette condition n'est pas satisfaite, on peut déduire de l'hypothèse (H_1) qu'il existe un contrat meilleur du point de vue de l'agent qui engendre pour le principal une espérance d'utilité strictement positive. Par conséquent, le contrat RS n'est pas efficace au sens du second rang. L'efficacité du contrat RS implique l'existence de l'équilibre du jeu [3].

Mais la proposition 3 peut être complétée :

PROPOSITION 4 : Si H_1 et H_2 sont vérifiées, toute allocation $(\overline{y}_1, \overline{y}_2)$ d'équilibre du jeu vérifie

$$V(\overline{y}_i, \theta_i) = 0, \qquad i = 1, 2.$$

Preuve de la proposition 4 : Si H_1 est vérifiée, toute allocation (y_1, y_2) proposée et choisie à l'équilibre vérifie

$$\gamma_1 V(y_1, \theta_1) + \gamma_2 V(y_2, \theta_2) \leq 0$$

3. Remarquons que le contrat RS peut correspondre, pour certaines valeurs des types de l'agent, au contrat d'information parfaite. Dans ce cas, l'équilibre du jeu existe et l'échange d'équilibre est celui d'information parfaite, $y^*(\theta)$ si le type de l'agent est θ. Le contrat RS est alors efficace au sens du premier rang.

En effet, si $\gamma_1 V(y_1, \theta_1) + \gamma_2 V(y_2, \theta_2) > 0$, en appliquant H_1 on peut trouver un contrat qui contredit la propriété 2. Dans l'ensemble des échanges proposés à l'équilibre, choisissons pour chaque type d'agent le meilleur échange du point de vue du principal, soit $\overline{y}_i$, $i = 1, 2$. La somme des espérances d'utilités des deux principaux est majorée par :

$$\gamma_1 V(\overline{y}_1, \theta_1) + \gamma_2 V(\overline{y}_2, \theta_2) \leq 0$$

Or, à l'équilibre, l'espérance d'utilité de chaque principal est positive. Par conséquent, à l'équilibre, l'espérance d'utilité de chaque principal est nulle.

Supposons qu'à l'équilibre un échange y_1 est proposé par le principal A. Il est choisi par l'agent de type θ_1 avec une probabilité non nulle, et il vérifie $V(y_1, \theta_1) > 0$. D'après H_2, pour tout $\varepsilon > 0$, il existe un échange $y(\varepsilon)$ qui satisfait :

$$\begin{aligned} &U(y(\varepsilon), \theta_1) > U(y_1, \theta_1) \\ &U(y_1, \theta_2) > U(y(\varepsilon), \theta_2) \\ &V(y(\varepsilon), \theta_1) \geq V(y_1, \theta_1) - \varepsilon \end{aligned}$$

Si le principal B propose le contrat $(y(\varepsilon), y(\varepsilon))$, $y(\varepsilon)$ et y_1 au moins sont proposés sur le marché, et l'agent de type θ_2 préfère y_1 à $y(\varepsilon)$. Seul l'agent de type θ_1 choisit l'offre du principal B (avec une probabilité égale à 1) et B réalise une espérance d'utilité $\gamma_1 V(y(\varepsilon), \theta_1)$ strictement positive (donc supérieure à son espérance d'utilité d'équilibre), pour ϵ assez petit. Cette situation n'est donc pas un équilibre. Par conséquent, tout échange choisi à l'équilibre annule l'utilité du principal. $\square$

L'hypothèse H_2 transforme la condition suffisante de la proposition 3 en une condition nécessaire et suffisante. Un contrat est proposé à l'équilibre du jeu s'il ne réalise aucune perte et vérifie la propriété 2. L'ensemble des allocations d'équilibre du jeu est donc totalement caractérisé. De même, l'existence d'un équilibre est assuré dès lors que cet ensemble est non vide.

De plus, la proposition 3 implique que *le contrat RS domine au sens de Pareto l'ensemble des allocations d'équilibre* du jeu, puisque tout échange d'équilibre engendre pour le principal une utilité nulle. On a alors :

. si l'allocation RS vérifie la propriété 2, le jeu admet au moins un équilibre en stratégies pures dans lequel l'allocation qu'implique ce contrat est offerte, et cet équilibre domine au sens de Pareto l'ensemble des équilibres ;

. si l'allocation RS ne vérifie pas la propriété 2, le jeu n'admet pas d'équilibre en stratégies pures. En effet, si un contrat vérifie la propriété 2 et réalise des gains quel que soit le type de l'agent, alors l'allocation RS – qui le domine au sens de Pareto – vérifie la propriété 2. Le jeu étudié admet un équilibre en stratégies pures si et seulement si il existe un équilibre dans lequel l'allocation RS est proposée.

Le lien efficacité du contrat RS et existence d'un équilibre peut être précisé :

PROPOSITION 5 : Si H_1 et H_2 sont vérifiées, il existe $i \in \{1, 2\}$ et $\delta \in [0, 1]$ tel que:
. si $\gamma_i < \delta$, l'allocation RS n'est pas un optimum de second rang et le jeu n'admet pas d'équilibre;
. si $\gamma_i > \delta$, l'allocation RS est un optimum de second rang et le jeu admet un équilibre dans lequel les échanges du contrat RS sont proposés.

Preuve de la proposition 5 : Remarquons dans un premier temps que si le contrat RS est efficace au sens du second rang, il vérifie la propriété 2 et le jeu étudié admet un équilibre dans lequel les échanges du contrat RS sont proposés.

Supposons que pour une valeur de la probabilité que l'agent soit de type 1, γ_1, le contrat $(y_1^{\mathrm{RS}}, y_2^{\mathrm{RS}})$ ne soit pas un optimum de second rang. Il existe alors un couple (y_1, y_2) qui vérifie

$$. \, U(y_i, \theta_i) \geq U(y_i^{\mathrm{RS}}, \theta_i) \; i = 1, 2$$
$$. \, \gamma_1 V(y_1, \theta_1) + \gamma_2 V(y_2, \theta_2) \geq 0$$

L'une de ces trois inégalités au moins étant stricte.

Un tel couple vérifie qu'il existe $i \in \{1, 2\}$ tel que $V(y_i, \theta_i) > 0$. En effet, si ceci est faux, on doit avoir $V(y_1, \theta_1) \leq 0$ et $V(y_2, \theta_2) \leq 0$, donc $V(y_1, \theta_1) = V(y_2, \theta_2) = 0$ ce qui est impossible par définition du contrat RS.

Dès lors, on peut affirmer que pour tout $\gamma_i' > \gamma_i$, $\gamma_1' V(y_1, \theta_1) + \gamma_2' V(y_2, \theta_2) > 0$.

Par conséquent, pour toute valeur de la probabilité $\gamma_i' > \gamma_i$, l'allocation RS n'est pas un optimum de second rang et ne vérifie pas la propriété 2, c'est-à-dire que le jeu n'admet pas d'équilibre.

Par conséquent trois cas sont possibles :

. l'allocation RS n'est pas un optimum de second rang quelles que soient les valeurs des croyances et $\delta = 0$;

. l'allocation RS est un optimum de second rang quelles que soient les croyances et $\delta = 1$;

. il existe des valeurs des croyances pour lesquelles l'allocation RS est un optimum de second rang et d'autres valeurs pour lesquelles elle n'est pas optimale et dans ce cas, $\delta \in]0, 1[$. $\square$

Doit-on conclure de la proposition 5 qu'il y a équivalence entre le fait que l'allocation RS vérifie la propriété 2 et le fait qu'elle soit efficace au sens du second rang ? Il est théoriquement possible qu'il existe une valeur des croyances telle que l'une des propriétés soit vérifiée alors que l'autre ne l'est pas. Mais une telle valeur est unique. Si pour un modèle donné, les croyances des principaux sont différentes de cette valeur "pathologique", le contrat RS est un équilibre du jeu *si et seulement si* il est un optimum du second rang. L'existence d'un équilibre du jeu et l'efficacité du contrat RS sont deux problèmes équivalents.

Ce résultat contredit le fait souligné par RS et CROCKER-SNOW [1985] selon lequel un marché avec asymétrie d'information peut admettre un équilibre qui ne soit pas efficace au sens du second rang. En effet, dans l'équilibre étudié par RS, comme une compagnie d'assurance ne peut offrir qu'un échange et pas un menu d'échanges, il peut exister un menu d'échanges qui domine au sens du second rang les échanges du contrat RS mais ce menu ne peut être proposé par une compagnie. Autrement dit, le fait de permettre aux principaux de diversifier leur offre en proposant des contrats comprenant plusieurs échanges possibles restaure le lien entre équilibre d'un jeu sur un marché suffisamment concurrentiel et efficacité au sens du second rang. Ce fait a déjà été remarqué par MIAZAKI [1977], mais dans un contexte d'équilibre à la Wilson. Enfin, remarquons que le lien entre l'allocation RS et l'optimum de second rang a été étudié par HENRIET et ROCHET [1987].

3.2. **Le cas de valeurs privées**

On s'intéresse dans cette partie à l'existence de l'équilibre dans un cas particulier, qui a reçu le nom de valeurs privées. Cette terminologie est en général utilisée en théorie des enchères et désigne le fait que les offreurs évaluent le bien qu'ils cherchent à acquérir de façon indépendante. Ici elle signifie que l'utilité du principal est indépendante de l'information privée de l'agent, à savoir :

Pour tout $y \in Y$, l'utilité du principal est $V(y)$ et l'utilité de l'agent est $U(y, \theta)$ si son type est θ.

Ce cas particulier présente une remarquable propriété. Sous des hypothèses peu restrictives l'équilibre du jeu *existe*, est *unique en termes de paiements* et *efficace au sens du premier rang*. L'asymétrie d'information ne joue aucun rôle sur le contrat offert à l'équilibre du jeu étudié. L'intensité du processus concurrentiel ne rencontre aucun obstacle : chaque principal échange à l'équilibre $y^*(\theta)$ avec un agent de type θ, que l'information soit parfaite ou asymétrique.

PROPOSITION 6 : Dans le cas de valeurs privées, si H_3 est vérifiée, le jeu étudié admet au moins un équilibre. Cet équilibre est efficace au sens du premier rang. Chaque principal propose à l'agent le contrat $C^* = \{y^*(\theta_i),\ i = 1, 2\}$.

La preuve de la proposition 6 est reportée en annexe 2

Le jeu sous nos hypothèses admet donc toujours au moins un équilibre. Cet équilibre est efficace au sens du premier rang : quel que soit le type de l'agent, il n'existe aucun échange qui augmente son utilité et donne une utilité positive au principal. L'équilibre du jeu en asymétrie d'information est un contrat qui rassemble l'échange du même jeu en information parfaite quand le type de l'agent est θ_1 et celui du même jeu en information parfaite quand le type de l'agent est θ_2. On a donc sous l'hypothèse de valeurs privées, à la fois existence et efficacité de l'équilibre. Mais cette efficacité n'est plus une efficacité de second rang, mais de premier rang. Dans le cas de valeurs privées, le problème étudié par RS disparait.

La proposition 7 nous permet d'affirmer que l'équilibre du jeu est unique.

PROPOSITION 7 : Si H_1, H_3, et H_4 sont vérifiées, les paiements d'équilibre du jeu sont uniques : si y_i est un échange choisi à l'équilibre par l'agent si son type est θ_i avec une probabilité non nulle, alors $U(y_i, \theta_i) = U(y^*(\theta_i), \theta_i)$ et $V(y_i) = V(y^*(\theta_i)),\ i = 1, 2$.

La preuve de la proposition 7 est reportée en annexe 3

Aucun des équilibres du jeu étudié n'est donc inefficace au sens du premier rang : les paiements d'équilibre du jeu sont uniques.

Contrairement à ce que peuvent laisser croire les résultats de RS, un marché caractérisé par une asymétrie d'information entre offreurs et demandeurs peut être aussi efficace qu'un marché d'information parfaite. L'efficacité du marché dépend de la structure de la relation qui s'établit entre le principal et l'agent. En particulier, si l'information dont dispose l'agent n'affecte que sa propre utilité, autrement dit si le principal connaît le gain qu'il tire de l'échange avec l'agent, l'asymétrie d'information n'implique aucune perte de bien-être.

Ainsi, sur le marché de l'assurance, quand le principal ignore la probabilité d'accident de l'agent, la concurrence que se livrent les compagnies d'assurance n'est pas une condition suffisante pour que l'agent obtienne son utilité maximale. En effet, la probabilité d'accident affecte l'espérance de profit qu'une compagnie d'assurance obtient quand elle assure un agent d'un type donné. Mais on pourrait imaginer que les probabilités d'accident des agents sont toutes identiques, et que certains agents subissent des dommages plus importants que d'autres. Les bas risques seraient alors les agents dont le dommage subi en cas d'accident est faible, les hauts risques ceux dont le dommage est le plus important. Avant accident, la compagnie d'assurance ignore le type de l'assuré, et elle ne peut observer le dommage subi qu'après accident. Dans ce cas, le type de l'agent n'affecte pas l'espérance de profit de sa compagnie d'assurance si celle-ci lui propose un échange spécifiant, comme chez RS, le paiement d'une prime et d'un montant remboursé en cas d'accident. Dès lors que la concurrence est suffisamment vive sur le marché de l'assurance, les agents obtiendront des contrats d'assurance parfaite, quel que soit leur type, et aucun d'entre eux ne souffrira de l'asymétrie d'information.

Un autre exemple pourrait être le cas où les agents diffèrent par leur aversion par rapport au risque : les probabilités d'accident sont identiques, mais les fonctions d'utilité des agents sont différentes, et sont bien-sûr une information privée.

3.3. **Structure d'information et efficacité**

Les résultats précédents suggèrent que l'efficacité du marché dépend d'une propriété concernant l'utilité du principal. Si celle-ci est indépendante du type de l'agent, le marché est efficace au sens du premier rang. Quand cette propriété n'est pas vérifiée, l'équilibre (en stratégies pures), s'il existe, est efficace au sens du second rang.

Les remarquables propriétés du cas particulier reposent sur le fait que le contrat "d'information parfaite" $\{y^*(\theta_i),\ i = 1, 2\}$ satisfait les contraintes d'incitation de l'agent. L'agent d'un type donné préfère son échange de premier rang à l'échange de l'autre type. La concurrence que se livrent les principaux fait alors disparaître le problème usuel d'anti-sélection, selon lequel une au moins des contraintes d'incitations rend une solution de premier rang impossible.

En effet, dans un modèle principal-agent où le principal est en position de monopole face à l'agent , le contrat proposé n'est pas en général optimal au sens du premier rang. Cette sous-optimalité de l'échange en asymétrie d'information est due au fait que le principal doit inciter chaque agent à révéler son type par son choix, et pour cette raison doit payer une rente à l'un des types d'agent. Or, dans notre cas de valeurs privées, aucun agent ne reçoit de rente puisqu'aucune contrainte d'incitation n'est active. *La concurrence entre principaux résout les problèmes d'incitation de l'agent.* Cette conclusion repose sur le fait que la concurrence pousse chaque principal à proposer le meilleur contrat pour l'agent quel que soit son type : non seulement le conflit d'intérêt entre principal et agent disparaît mais aussi l'idée de rente d'information. Autrement dit, l'une des conclusions troublantes auxquelles conduit l'analyse de RS est que l'une des contraintes d'incitations de l'agent reste active, bien que les principaux adoptent un comportement concurrentiel.

Reprenons les hypothèses de RS. L'échange de premier rang est une police qui assure totalement l'agent averse au risque si les compagnies d'assurance sont neutres vis à vis du risque et qui fait payer une prime plus élevée aux agents à haut risque qu'aux agents à bas risque. Un contrat proposant les deux polices sur le marché serait déficitaire car les agents à risque élevé choisiraient la police à prime faible, engendrant des pertes pour la compagnie qu'ils ont choisie. Comme le profit du principal dépend du type de l'agent, la prime qui annule ce profit en dépend aussi, et c'est l'opportunité de payer une prime plus faible qui pousse les agents à risque élevé à mentir. Dans ce modèle, c'est parce que l'utilité du principal dépend de façon donnée du type de l'agent que l'ensemble des échanges de premier rang ne satisfait plus les contraintes d'incitations de l'agent.

L'objet de cette partie est de formaliser cette intuition. Pour ce faire, il est nécessaire de comparer les équilibres des jeux concurrentiels pour deux modèles principal-agent différents. Mais bien-sûr, ces modèles principal-agents doivent refléter une réalité identique pour être comparables. Nous proposons une modélisation de ce problème, et une règle de comparaison. La proposition 8 nous permet alors de conclure dans le sens attendu.

Deux individus échangent s'ils y trouvent intérêt et le gain d'utilité qui résulte d'un échange en est la raison d'être. Un individu est capable de choisir s'il connaît l'utilité engendrée par cet échange. Si de plus cet individu connaît la fonction d'utilité de l'autre partie contractante, alors l'information est parfaite. De la même façon, supposer qu'il existe une asymétrie d'information entre un principal et un agent revient à supposer que les niveaux d'utilité résultant de l'échange sont inconnus.

Mais un contrat ne doit spécifier que des variables vérifiables. Un échange en asymétrie d'information est donc lié à l'existence d'une variable, ou un signal, dont l'observation n'informe pas parfaitement l'une des parties contractantes (le principal) de l'utilité obtenue. Cette incertitude est modélisée par le fait que l'agent possède une information (son type θ)

et que pour un signal y les fonctions d'utilité des parties contractantes sont fonctions de y et de θ, $V(y, \theta)$ et $U(y, \theta)$. Connaître (respectivement de pas connaître) θ revient donc à connaître (respectivement ne pas connaître) exactement l'utilité engendrée par l'échange y. La relation fonctionnelle existant entre V et θ dépend alors fondamentalement de ce qu'est y, la variable observée.

Cette remarque conduit à la définition suivante :

On appelle *structure d'information* la donnée de :

– un ensemble d'échanges observables Z et un ensemble de transferts monétaires possibles T

– deux fonctions d'utilité dépendant du type de l'agent $U(z, t, \theta)$ et $V(z, t, \theta)$, fonctions définies de $Z^* T$ dans R.

Une structure d'information est la description d'un modèle principal-agent, dans lequel le principal observe le couple (z, t), qui définit l'échange observé dans cette structure. Les fonctions d'utilité liées à cet échange observable sont U et V.

Mais une relation économique entre deux agents peut être observée au moyen d'outils différents. Ainsi, un employeur mesure l'effort d'un travailleur par le temps d'une journée passée à l'usine, la quantité de biens produits, ou exerce un contrôle sur la qualité de sa production. Ces variables sont des signaux de l'effort choisi, et le contrat d'emploi est contingent au signal observé. De la même façon, supposons qu'il existe une autre façon d'observer l'échange principal-agent. On peut trouver une autre structure d'information :

– $\overline{Z}$ est un ensemble d'échanges observables.

– $\overline{U}(z, t, \theta)$ et $\overline{V}(z, t, \theta)$ sont des fonctions d'utilité définies de $\overline{Z} \star T$ dans R.

Si ces deux structures d'information reflètent un échange identique quand l'information est parfaite, on dit qu'elles sont *comparables* :

. Pour θ et t donné, quel que soit $z \in Z$, il existe $\overline{z} \in \overline{Z}$ tel que :

$$\overline{V}(\overline{z}, t, \theta) = V(z, t, \theta) \qquad \text{et} \qquad U(z, t, \theta) = \overline{U}(\overline{z}, t, \theta)$$

. Quel que soit θ et t, quel que soit $\overline{z} \in \overline{Z}$, alors il existe z appartenant à Z tel que :

$$\overline{V}(\overline{z}, t, \theta) = V(z, t, \theta) \qquad \text{et} \qquad U(z, t, \theta) = \overline{U}(\overline{z}, t, \theta)$$

Cette construction peut être illustrée par le modèle suivant. La production d'une entreprise dépend de l'effort (a) et de la qualité (θ) de son directeur de la façon suivante $q = \theta\, a$. Le directeur subit un coût $C(a, \theta) = a^2/2\,\theta$ s'il prend la décision a et si sa qualité est θ. La marge de l'entreprise, est aléatoire et son espérance est une fonction de θ, $m(\theta)$.

Les actionnaires ont deux possibilités pour inciter le directeur, observer l'effort a ou observer la quantité produite q. L'utilité des parties contractantes (actionnaires, directeur) s'écrit alors :

. pour un contrat contingent à l'effort (a, t) : $m(\theta)\, a\, \theta - t$ et $t - a^2/2\,\theta$

. pour un contrat contingent à la quantité (q, t) : $m(\theta)\, q - t$ et $t - q^2/2\,\theta^2$.

Un modèle de base peut donc engendrer de multiples relations principal-agent, selon le signal que les parties contractantes perçoivent de l'échange. On retrouve ici l'approche développée par MASKIN- RILEY [1985], où le principal a le choix entre deux façons d'observer l'échange, par le résultat de la production ou par le choix de facteur de production.

Deux structures d'information comparables conduisent à des échanges identiques quand le type de l'agent est connu. Mais ceci n'est pas le cas en asymétrie d'information. Quand le principal ne connaît pas le type de l'agent, proposer un échange $(z,\, t)$ dans la structure de signal α lui donne un profit $V\,(z,\, t,\, \theta)$ si le type de l'agent est θ. Dès lors que ces expressions dépendent de θ, son utilité est une variable aléatoire ex ante (avant échange), qui prend la valeur $V\,(z,\, t,\, \theta_i)$ avec la probabilité γ_i. Il en est de même pour la structure $\overline{\alpha}$ et chacune des deux structures d'information engendre pour le principal une utilité aléatoire. Cette variable aléatoire dépend du lien entre V et θ. Ceci est parfaitement clair dans notre modèle à valeurs privées de l'information, dans lequel l'indépendance entre V et θ exprime le fait que le principal connaît l'utilité qu'il obtient pour un signal de l'échange (il ne connaît cependant pas l'utilité de l'agent). Dans ce cas, pour un échange donné, la structure d'information de la relation est telle que l'utilité du principal est une variable aléatoire dont la variance est nulle. Il apparaît ainsi possible que l'une des structures d'information fasse supporter moins de risque au principal que l'autre. Bien entendu, il reste à définir ce que signifie le terme moins risqué.

• Définition de la "précision de structure d'information"

Quel que soit θ, on note $\zeta\,(z,\, \theta) \in \overline{Z}$ l'observable dans la structure $\overline{\alpha}$ qui vérifie :

$$\overline{V}\,(\zeta\,(z,\, \theta),\, t,\, \theta) = V\,(z,\, t,\, \theta) \qquad \text{et} \qquad \overline{U}\,(\zeta\,(z,\, \theta),\, t,\, \theta) = U\,(z,\, t,\, \theta)$$

Quand les deux structures d'information $\overline{\alpha}$ et α sont comparables, $\overline{\alpha}$ est dite plus précise que α, si, quel que soit $(z,\, t) \in Z^{*}\, T$, on a :

$$\text{Inf}\,\{V\,(z,\, t,\, \theta_k),\, k = 1,\, 2\} \leq \overline{V}\,(\zeta\,(z,\, \theta_i),\, t,\, \theta_j)$$

et

$$\overline{V}\,(\zeta\,(z,\, \theta_i),\, t,\, \theta_j) \leq \sup\,\{V\,(z,\, t,\, \theta_k),\; k = 1,\, 2\},$$

pour tout i, tout j.

On ne compare deux structures d'information que pour des échanges qui permettent d'obtenir les mêmes niveaux d'utilité. Ainsi l'échange $(z,\, t)$ dans la structure α est identique (ex post) à l'échange $(\zeta\,(z,\, \theta_i),\, t)$ dans la structure $\overline{\alpha}$ si le type de l'agent est θ_i, puisque les utilités obtenues sont identiques. Ceci bien sûr est faux si le type de l'agent est θ_j. L'asymétrie d'information différencie ces échanges, puisque ex ante l'utilité du principal est une variable aléatoire qui prend les valeurs :

. dans la structure α : $V\,(z,\, t,\, \theta_i)$ et $V\,(z,\, t,\, \theta_j)$ avec des probabilités γ_i et γ_j respectivement, $i = 1,\, 2,\, j = 1,\, 2$

. dans la structure $\overline{\alpha}$: $\overline{V}(\zeta(z, \theta_i), t, \theta_i) = V(z, t, \theta_i)$ avec la probabilité γ_i et $\overline{V}(\zeta(z, \theta_i), t, \theta_j)$ avec la probabilité γ_i, $i = 1, 2$, $j = 1, 2$.

Les deux variables aléatoires correspondant à l'utilité du principal dans les deux structures d'information ne se différencient donc que lorsque le type de l'agent est θ_j. D'après la définition précédente, si α est plus précise que $\overline{\alpha}$, on peut trouver un réel $k \in [0, 1]$ tel que :

$$\overline{V}(\zeta(z, \theta_i), t, \theta_j) - \overline{V}(\zeta(z, \theta_i), t, \theta_i) = k\{V(z, t, \theta_j) - V(z, t, \theta_i)\}$$

Deux propriétés sont donc nécessaires pour satisfaire la définition :

. si l'agent θ_j est le meilleur (il donne au principal une utilité plus élevée que l'agent θ_i) dans l'une des structures, il l'est aussi dans l'autre. $\{\overline{V}(\zeta(z, \theta_i), t, \theta_j) - \overline{V}(\zeta(z, \theta_i), t, \theta_i)\}$ et $\{V(z, t, \theta_j) - V(z, t, \theta_i)\}$ sont du même signe [4] ;

. la variance de l'utilité du principal est plus petite dans la structure d'information la plus précise.

Une structure d'information peut être caractérisée par l'indépendance entre V et θ, on a alors $\overline{V}(\overline{z}, t, \theta_1) = \overline{V}(\overline{z}, t, \theta_2)$. L'information dans cette structure est à valeurs privées. Pour un échange donné, l'utilité du principal n'est pas aléatoire : la variance de l'utilité du principal est nulle. Une structure d'information à valeurs privées est la plus précise des structures. La proposition 8 montre qu'elle est aussi la plus efficace sur un marché.

PROPOSITION 8 : Si H_5 est vérifiée et si la structure d'information $\overline{\alpha}$ est plus précise que la structure α, alors le contrat RS dans la structure d'information $\overline{\alpha}$ donne à l'agent quel que soit son type une utilité plus grande que le contrat RS dans la structure α.

La preuve de la proposition 8 est reportée dans l'annexe 4.

Le contrat RS est meilleur du point de vue de l'agent quand la structure d'information du principal est plus précise. Une structure d'information plus précise conduit à un équilibre RS plus performant du point de vue de l'efficacité. Plus l'utilité du principal dépend du type de l'agent (en un sens défini par la précision d'une structure d'information) moins le contrat RS est efficace (au sens du premier rang). Le cas de valeurs privées apparaît alors comme un cas limite de l'analyse, dans lequel le principal est totalement informé de l'impact de l'échange sur son utilité (V est indépendante de θ).

Ce résultat suggère quelques remarques :

. il est possible que le contrat RS soit un équilibre du jeu avec la structure α, alors que si la structure $\overline{\alpha}$ est utilisée, le jeu n'admette pas d'équilibre. En effet, augmenter l'efficacité de la solution concurrentielle ne signifie pas accroître ses chances d'existence. Modifier la structure d'information modifie les contraintes d'incitation et permet peut-être

4. On peut aisément vérifier que, dans l'exemple actionnaires- manager, la structure d'information qui permet d'observer q est plus précise que celle qui permet d'observer a, dès lors que $m(\theta)$ est une fonction croissante de θ.

d'atteindre une meilleure solution de second rang. Deux structures d'information comparables auront le même optimum de premier rang, mais pas le même optimum de second rang. Le critère d'efficacité du second rang dépend de la structure d'information choisie ;

. une structure d'information plus précise qu'une autre n'est pas toujours plus efficace, le résultat n'est vrai que lorsque les principaux sont en concurrence les uns avec les autres. Ainsi, si l'un des principaux exerçait une position de monopole, la structure la moins précise serait peut-être plus efficace ;

. quand sur un marché plusieurs structures d'information sont possibles, la pression concurrentielle devrait conduire chaque principal à adopter la structure la plus précise, car ceci accroît l'utilité de l'agent.

4 Conclusion

Un marché caractérisé par l'asymétrie d'information peut être aussi efficace qu'un marché sur lequel l'information est parfaite si l'information qui caractérise la relation principal-agent est à valeurs privées. Ce résultat est généralisable au cas où le type de l'agent peut prendre toutes les valeurs d'un intervalle.

Dans ce cas, la concurrence accroît l'efficacité de la relation principal-agent. La présence d'un autre principal pousse chacun des offreurs à se comporter au mieux des intérêts de l'agent, et ceci quel que soit son type.

Quand l'information est à valeurs communes, la concurrence interdit au marché de proposer des échanges engendrant une utilité négative pour le principal. Compte tenu de cette contrainte (identique à celle d'information parfaite) et de la contrainte d'incitation, le marché propose à l'agent un contrat efficace au sens de Pareto (second rang). Les problèmes d'existence et d'efficacité soulignés par RS sont étroitement liés, et c'est parce qu'un contrat admissible pour les principaux n'est pas efficace (au sens du second rang) que le jeu n'admet pas d'équilibre. Remarquons toutefois que ces résultats concernent les équilibres en stratégies pures, il reste à explorer l'efficacité des équilibres en stratégies mixtes.

Enfin nous avons montré que l'efficacité du marché dépend crucialement de l'information disponible au sein de la relation. Améliorer la précision d'une structure permet d'augmenter l'utilité des agents à l'équilibre. La technologie d'observation de la relation joue donc un rôle non négligeable sur le marché. Mais on peut penser que la relation inverse est vraie : en effet, dans la réalité une structure d'information résulte souvent d'une technologie mise en place par le principal pour observer un échange. Comme certaines structures sont plus performantes que d'autres sur les marchés, la présence d'un principal concurrent devrait conduire au choix des structures les plus précises : la concurrence affecte dès lors les choix de structure d'information.

• Condition suffisante : Si $(\overline{y}_1, \overline{y}_2)$ vérifie la propriété 2 et $V(\overline{y}_i, \theta_i) \geq 0$ $i = 1, 2$, alors le jeu admet un équilibre symétrique tel que cette allocation est proposée par les deux principaux.

Remarquons que si la propriété 2 est vraie et $V(\overline{y}_i, \theta_i) \geq 0$, quel que soit i, alors $V(\overline{y}_i, \theta_i) = 0$, $i = 1, 2$, grâce à l'hypothèse H_1.

Montrons que le jeu admet un équilibre de Nash symétrique, tel que les deux principaux proposent $C = \{\overline{y}_1, \overline{y}_2\}$, et notons $\overline{x}_K(\theta_i)$,$i = 1, 2$, la règle de décision de l'agent quand les deux principaux proposent le contrat C. Supposons que l'un des principaux (par exemple A) propose ce contrat . Quel profit peut réaliser le principal B ?

Notons C_B la proposition de B : $C_B = \{y_1, y_2, ..., y_n\}$. Soit y_i l'échange de ce contrat préféré par l'agent de type θ_i, $i = 1, 2$.

Choisissons la règle de décision de l'agent $x_B(\theta_i)$ de la façon suivante, si le principal B dévie :

– si $U(y_i, \theta_i) > U(\overline{y}_i, \theta_i)$, $x_B(\theta_i) = 1$

– si $U(y_i, \theta_i) = U(\overline{y}_i, \theta_i)$, $x_B(\theta_i) = \overline{x}_B(\theta_i) \in [0, 1]$

– si $U(y_i, \theta_i) < U(\overline{y}_i, \theta_i)$, $x_B(\theta_i) = 0$

Plusieurs cas sont possibles :

(i) si $U(y_i, \theta_i) < U(\overline{y}_i, \theta_i)$, $i = 1, 2$, alors en proposant C_B, le principal B réalise un gain nul. En effet, l'agent quel que soit son type préfère le contrat du principal A. Il préfère donc (faiblement) proposer le contrat C au contrat C_B.

(ii) si $U(y_i, \theta_i) > U(\overline{y}_i, \theta_i)$, $i = 1, 2$, alors le principal B réalise un gain

$$\gamma_1 V(y_1, \theta_1) + \gamma_2 V(y_2, \theta_2) \leq 0$$

d'après la propriété (P). Proposer C_B pour le principal B n'est pas plus avantageux que proposer le contrat C.

(iii) si $U(y_1, \theta_1) > U(\overline{y}_1, \theta_1)$ et $U(y_2, \theta_2) \leq U(\overline{y}_2, \theta_2)$,

Le principal en proposant un tel contrat obtient une espérance d'utilité :

$$\gamma_1 V(y_1, \theta_1) + \gamma_2 x_B(\theta_2) V(y_2, \theta_2)$$

. Montrons que $V(y_1, \theta_1) \leq 0$

En effet, supposons que $V(y_1, \theta_1) > 0$. Comme les contraintes d'incitations sont satisfaites pour (y_1, y_2), on a :

$$U(y_1, \theta_1) > U(\overline{y}_1, \theta_1) \geq U(\overline{y}_2, \theta_1)$$
$$U(\overline{y}_2, \theta_1) \geq U(y_2, \theta_2) \geq U(y_1, \theta_2)$$

Mais alors si $V(y_1, \theta_1) > 0$, le contrat $(y_1, \overline{y}_2)$ viole le fait que C vérifie P, ce qui est impossible.

. Montrons que $\gamma_1 V(y_1, \theta_1) + \gamma_2 x_B(\theta_2) V(y_2, \theta_2) \leq 0$. Si $x_B(\theta_2) = 0$, l'inégalité est immédiate, il en est de même si $x_B(\theta_2) > 0$ et $V(y_2, \theta_2) \leq 0$. Si $x_B(\theta_2) > 0$, et $V(y_2, \theta_2) > 0$, y_2 vérifie $U(y_2, \theta_2) = U(\overline{y}_2, \theta_2)$. Il vient d'après P :

$$\gamma_1 V(y_1, \theta_1) + \gamma_2 V(y_2, \theta_2) \leq 0$$

Comme $V(y_2, \theta_2) > 0$ par hypothèse, on a $\gamma_1 V(y_1, \theta_1) + \gamma_2 x_B(\theta_2) V(y_2, \theta_2) \leq 0$.

(iv) Il nous reste à étudier le cas où $U(y_1, \theta_1) = U(\overline{y}_1, \theta_1)$ et $U(y_2, \theta_2) < U(\overline{y}_2, \theta_2)$. Seul l'agent de type θ_1 échange avec le principal B. En appliquant P, il vient, comme $(y_1, \overline{y}_2)$ satisfait CI, $\gamma_1 V(y_1, \theta_1) + \gamma_2 V(\overline{y}_2, \theta_2) \leq 0$ et comme $V(\overline{y}_2, \theta_2) \geq 0$,

$$V(y_1, \theta_1) \leq 0.$$

Par conséquent le principal B préfère proposer le contrat C plutôt que C_B. $\square$

• Condition nécessaire : si $(\overline{y}_1, \overline{y}_2)$ ne vérifie pas la propriété 2, alors ce n'est pas une proposition d'équilibre du jeu

Supposons que la propriété 2 soit fausse et que $C = (\overline{y}_1, \overline{y}_2)$ soit une proposition d'équilibre du jeu. Dire que C est une proposition d'équilibre du jeu signifie que chaque échange de C est choisi avec une probabilité non nulle à l'équilibre. Si l'on note $C^* = \{y_1, y_2, y_3, y_4 ...\}$ l'ensemble des échanges offerts à l'équilibre et choisis par l'agent avec une probabilité non nulle, alors pour tout $y \in C^*$, $U(y, \theta_i) \leq U(\overline{y}_i, \theta_i)$, $i = 1, 2$.

Si la propriété 2 est fausse, et si C est proposé à l'équilibre alors on est sûr que l'espérance d'utilité de chaque principal est strictement positive à l'équilibre. En effet, si la propriété 2 est fausse il existe $(y_1, y_2) \in Y^2$ et satisfaisant CI qui vérifie :

$$U(y_i, \theta_i) \geq U(\overline{y}_i, \theta_i), \; i = 1, 2$$
$$\gamma_1 V(y_1, \theta_1) + \gamma_2 V(y_2, \theta_2) > 0$$

D'après H_1, il existe $(y_1', y_2') \in Y^2$ et $\varepsilon > 0$ satisfaisant CI et :

$$U(y_i', \theta_i) > U(y_i, \theta_i), \; i = 1, 2$$
$$\gamma_1 V(y_1', \theta_1) + \gamma_2 V(y_2', \theta_2) \geq \gamma_1 V(y_1, \theta_1) + \gamma_2 V(y_2, \theta_2) - \varepsilon > 0$$

Or, si l'un des principaux dévie et propose (y_1', y_2'), l'agent quel que soit son type choisit ce contrat et le principal réalise une espérance d'utilité strictement positive. Par conséquent, *chaque principal réalise une espérance d'utilité strictement positive à l'équilibre.*

Appelons $\hat{y}_i \in C^*$ l'échange d'équilibre qui donne au principal l'utilité la plus grande si le type de l'agent est θ_i. En appelant C_i^* l'ensemble des échanges de C^* choisis par l'agent de type θ_i à l'équilibre, $\hat{y}_i$ rend maximum $V(y, \theta_i)$ pour $y \in C_i^*$.

La somme des espérances d'utilité des principaux est inférieure ou égale à l'équilibre à :

$$\gamma_1 V(\hat{y}_1, \theta_1) + \gamma_2 V(\hat{y}_2, \theta_2).$$

Cette expression est strictement positive, puisque l'espérance d'utilité de chaque principal est strictement positive à l'équilibre. Si l'on note v_K l'espérance d'utilité du principal K à l'équilibre, $K = A, B$, on obtient :

$$v_K < \gamma_1 V(\hat{y}_1, \theta_1) + \gamma_2 V(\hat{y}_2, \theta_2),\ K = 1, 2$$

D'après H_1, pour tout $\varepsilon \in]0, v_B[$, il existe $(y_1', y_2') \in Y^2$, vérifiant CI, tel que :

. $U(y_1', \theta_1) > U(\hat{y}_1, \theta_1)$ et $U(y_2', \theta_2) > U(\hat{y}_2, \theta_2)$

. $\gamma_1 V(y_1', \theta_1) + \gamma_2 V(y_2', \theta_2) > \gamma_1 V(\hat{y}_1, \theta_1) + \gamma_2 V(\hat{y}_2, \theta_2) - \varepsilon > v_A$.

Autrement dit, si A dévie et propose le contrat (y_1', y_2'), il obtient une espérance d'utilité supérieure à son utilité d'équilibre, ce qui est impossible. □

ANNEXE 2

On note $u\,(C,\,\theta)$ l'utilité qu'obtient l'agent si son type est θ quand il a le choix entre deux échanges d'un contrat $C = (y_1,\,y_2)$, $u\,(C,\,\theta) = \text{Max}\,(U\,(y_1,\,\theta),\,U\,(y_2,\,\theta))$. De la même façon, on note $v\,(C,\,\theta)$ le profit qu'obtiendrait le principal qui propose le contrat C quand l'agent de type θ choisit ce contrat. On a :

. si $U\,(y_i,\,\theta) \geq U\,(y_j,\,\theta)$, $v\,(C,\,\theta) = V\,(y_i)$, $i = 1,\,2,\; j = 1,\,2.$

Si l'agent de type θ est indifférent entre les deux échanges du contrat offert par l'un des principaux, on suppose, comme il est usuel de le faire, que l'agent choisit l'échange que préfère le principal. Enfin on note $x_K\,(\theta) \in [0,\,1]$ la probabilité pour que l'agent de type θ préfère un échange du contrat C_K proposé par le principal K, $K = A,\,B$, à un échange du contrat offert par le principal concurrent. On a bien-sûr $x_A\,(\theta) + x_B\,(\theta) = 1$.

Remarquons que $C^* = \{y^*\,(\theta_i),\; i = 1,\,2\}$ satisfait CI. S'il n'en était pas ainsi, on aurait par exemple $U\,(y^*\,(\theta_1),\,\theta_1) < U\,(y^*\,(\theta_2),\,\theta_1)$. Mais alors, comme $V\,(y^*\,(\theta_2)) \geq 0$, il est possible de proposer à l'agent de type θ_1 l'échange $y^*\,(\theta_2)$ et de réaliser des gains. Comme $y^*\,(\theta_1)$ maximise l'utilité de l'agent de type θ_1 dans l'ensemble S des échanges induisant une utilité positive ou nulle pour le principal, $y^*\,(\theta_2) \in S$ et donc $U\,(y^*\,(\theta_1),\,\theta_1) \geq U\,(y^*\,(\theta_2),\,\theta_1)$, d'où une contradiction.

Supposons que l'un des principaux (B) offre le contrat C^* et montrons qu'il existe une règle de décision de l'agent, séquentiellement rationnelle, qui garantit que la meilleure réponse du principal concurrent (A) est d'offrir le même contrat. Dans ce cas l'utilité d'équilibre du principal A s'écrirait :

$$\Pi_A\,(C^*,\,C^*) = \gamma_1\,x_A^*\,(\theta_1)\,V\,(y^*\,(\theta_1)) + \gamma_2\,x_A^*\,(\theta_2)\,V\,(y^*\,(\theta_2))$$

avec $x_A^*\,(\theta_i) \in [0,\,1]$, $i = 1,\,2$

Considérons l'ensemble de tous les contrats C possibles et montrons que

$$\Pi_A\,(C,\,C^*) \leq \Pi_A\,(C^*,\,C^*).$$

avec $\Pi_A\,(C,\,C^*) = \gamma_1\,x_A\,(\theta_1)\,v\,(C,\,\theta_1) + \gamma_2\,x_A\,(\theta_2)\,v\,(C,\,\theta_2)$

avec pour $i = 1,\,2$:

. si $u\,(C,\,\theta_i) > u\,(C^*,\,\theta_i)$, $x_A\,(\theta_i) = 1$

. si $u\,(C,\,\theta_i) = u\,(C^*,\,\theta_i)$, on choisit $x_A\,(\theta_i) = x_A^*\,(\theta_i)$

. si $u\,(C,\,\theta_i) < u\,(C^*,\,\theta_i)$, $x_A\,(\theta_i) = 0$.

Montrons que, quel que soit $i = 1,\,2$, $x_A\,(\theta_i)\,v\,(C,\,\theta_i) \leq x_A^*\,(\theta_i)\,v\,(C^*,\,\theta_i)$.

En effet,

. si $u\,(C,\,\theta_i) > u\,(C^*,\,\theta_i)$, $x_A\,(\theta_i) = 1$, mais la définition de C^* impose $v\,(C,\,\theta_i) < 0$,

. si $u\,(C,\,\theta_i) = u\,(C^*,\,\theta_i)$, $x_A\,(\theta_i) = x_A^*\,(\theta_i)$ mais par définition $v\,(C,\,\theta_i) \leq v\,(C^*,\,\theta_i)$ donc $x_A\,(\theta_i)\,v\,(C,\,\theta_i) \leq x_A^*\,v\,(C^*,\,\theta_i)$

. si $u\,(C,\,\theta_i) < u\,(C^*,\,\theta_i)$, $x_A\,(\theta_i) = 0$, $x_A\,(\theta_i)\,v\,(C,\,\theta_i) = 0$ $\square$

Supposons que $C^* = \{y_1, y_2, y_3, ...\}$ soit l'ensemble d'échanges offerts à l'équilibre et choisis avec une probabilité non nulle par l'agent. Dans cet ensemble choisissons pour chaque type d'agents l'échange $\overline{y}_i$ qui donne au principal l'utilité la plus élevée et qui est choisi par l'agent de type θ_i. Si l'on note C_i^* le sous-ensemble de C^* comprenant les échanges choisis par l'agent de type θ_i avec une probabilité non nulle, on a :

$\overline{y}_i$ est l'échange qui rend maximum $V(y)$ dans C_i^*

Soit $C = (\overline{y}_1, \overline{y}_2)$. Montrons qu'alors :

$$V(\overline{y}_i) = V(y^*(\theta_i)) \qquad \text{et} \qquad U(\overline{y}_i, \theta_i) = U(y^*(\theta_i), \theta_i), \quad i = 1, 2$$

1) $\gamma_1 V(\overline{y}_1) + \gamma_2 V(\overline{y}_2) \leq 0$.

En effet, si H_1 est vérifié, et si C est choisi à l'équilibre, alors il vérifie la propriété (2) (proposition 3), ce qui est incompatible avec l'inégalité :

$$\gamma_1 V(\overline{y}_1) + \gamma_2 V(\overline{y}_2) > 0.$$

2) L'espérance d'utilité de chaque principal est nulle à l'équilibre.

Par définition de C, l'expression $\gamma_1 V(\overline{y}_1) + \gamma_2 V(\overline{y}_2)$ majore la somme des utilités des deux principaux à l'équilibre. Mais, à l'équilibre, chaque principal peut proposer le contrat $\{y^*(\theta_i),\ i = 1, 2\}$, qui lui assure quelle que soit l'offre de son concurrent une espérance d'utilité positive ou nulle. Par conséquent, si C^* est offert à l'équilibre, chaque principal réalise un gain positif. Comme la somme de deux nombres positifs est positive, on en déduit qu'à l'équilibre, chaque principal obtient une espérance d'utilité nulle.

3) $V(\overline{y}_i) = 0,\ i = 1, 2$.

Supposons que $V(\overline{y}_1) < 0$. Tout contrat choisi par l'agent θ_1 réalise des pertes. On a alors $V(\overline{y}_2) > 0$, puisque l'espérance d'utilité de chaque principal est nulle. Appliquer H_1 au contrat $(\overline{y}_2, \overline{y}_2)$, nous permet d'affirmer qu'il existe un contrat (y, y') satisfaisant CI qui donne à l'agent quel que soit son type une utilité plus grande (strictement) que $\overline{y}_2$, et qui engendre une utilité pour le principal strictement positive quel que soit le type de l'agent. Par conséquent, si le principal propose le contrat (y, y'), il est sûr que l'agent si son type est θ_2 choisit sa proposition avec une probabilité égale à 1. De plus, si l'agent est θ_1, le contrat engendre des gains. Par conséquent, si l'un des principaux propose un tel contrat, son espérance d'utilité est strictement positive. Ceci est impossible.

Si $V(\overline{y}_1) > 0$, le raisonnement est identique.

Par conséquent, on est assuré que l'utilité de l'agent vérifie, à l'équilibre :

$$U(\overline{y}_i, \theta_i) \leq U(y^*(\theta_i), \theta_i), \qquad i = 1, 2.$$

En effet, si $U(\overline{y}_i, \theta_i) > U(y^*(\theta_i), \theta_i)$, alors $V(\overline{y}_i) < 0$, ce qui est impossible.

4) $U(\overline{y}_i, \theta_i) = U(y^*(\theta_i), \theta_i),\ i = 1, 2$.

Supposons que $U(\overline{y}_1, \theta_1) < U(y^*(\theta_1), \theta_1)$. On sait d'après H_4 qu'il existe un échange y tel que $V(y) > 0$.

Soit

$$0 < \lambda < \frac{U(y^*(\theta_1), \theta_1) - U(\overline{y}_1, \theta_1)}{U(y^*(\theta_1), \theta_1) - U(y, \theta_1)}$$

Définissons $y' = \lambda y + (1 - \lambda) y^*(\theta_1) \in Y$. D'après la concavité de U et de V, y' engendre pour le principal une utilité strictement positive et donne à l'agent de type θ_1 une utilité strictement plus grande que celle qu'il obtient à l'équilibre $U(\overline{y}_1, \theta_1)$. Si l'un des principaux propose le contrat (y', y'), il réalise une espérance d'utilité strictement positive, ce qui est impossible. $\square$

Dans la structure d'information α, le contrat RS est la solution du programme $P(\lambda)$ suivant, quelle que soit la valeur de $\lambda \in [0, 1]$:

$$\underset{z_1, z_2, t_1, t_2}{\text{Max}} \ \lambda U(z_1, t_1, \theta_1) + (1-\lambda) U(z_2, t_2, \theta_2)$$

sachant que pour $i = 1, 2, -i = 1, 2$:
. $U(z_i, t_i, \theta_i) \geq U(z_{-i}, t_{-i}, \theta_i)$
. $V(z_i, t_i, \theta_i) \geq 0$
. $(z_i, t_i) \in Z \star T$.

De la même façon, le contrat RS dans la structure d'information $\overline{\alpha}$ est la solution du programme $\overline{P}(\lambda)$:

$$\underset{z_1, z_2, t_1, t_2}{\text{Max}} \ \lambda \overline{U}(z_1, t_1, \theta_1) + (1-\lambda) \overline{U}(z_2, t_2, \theta_2)$$

sachant que pour $i = 1, 2, -i = 1, 2$:
. $\overline{U}(z_i, t_i, \theta_i) \geq \overline{U}(z_{-i}, t_{-i}, \theta_i)$
. $\overline{V}(z_i, t_i, \theta_i) \geq 0$
. $(z_i, t_i) \in \overline{Z} \star T$.

Soit $(z_1^{RS}, t_1^{RS}, z_2^{RS}, t_2^{RS})$ la solution du programme $P(\lambda)$ et $(z_1^*, t_1^*, z_2^*, t_2^*)$ celle du programme $\overline{P}(\lambda)$.

Supposons que $U(z_1^{RS}, t_1^{RS}, \theta_1) > \overline{U}(z_1^*, t_1^*, \theta_1)$ et montrons que ceci est impossible.

. Si le contrat $\{(\zeta(z_1^{RS}, \theta_1), t_1^{RS}), (\zeta(z_2^{RS}, \theta_2), t_2^{RS})\}$ satisfait les contraintes d'incitations de $\overline{P}(\lambda)$, ce que l'on cherche à montrer est prouvé, puisque

$$\overline{V}(\zeta(z_i^{RS}, \theta_i), t_i^{RS}, \theta_i) = V(z_i^{RS}, t_i^{RS}, \theta_i) \geq 0, \qquad i = 1, 2.$$

. Supposons donc que la contrainte d'incitation de l'agent θ_1 ne soit pas respectée c'est-à-dire :

$$\overline{U}(\zeta(z_1^{RS}, \theta_1), t_1^{RS}, \theta_1) < \overline{U}(\zeta(z_2^{RS}, \theta_2), t_2^{RS}, \theta_1)$$

Montrons que le contrat $\{(\zeta(z_2^{RS}, \theta_2), t_2^{RS}), (\zeta(z_2^{RS}, \theta_2), t_2^{RS})\}$ satisfait les contraintes d'incitations, donne à l'agent quel que soit son type un bien-être plus grand que le contrat RS, et dégage pour le principal un bien-être positif ou nul quel que soit le type de l'agent (donc est un contrat possible pour $\overline{P}(\lambda)$) :

On a :

$$\overline{U}(\zeta(z_2^{RS}, \theta_2), t_2^{RS}, \theta_1) > \overline{U}(\zeta(z_1^{RS}, \theta_1), t_1^{RS}, \theta_1) = U(z_1^{RS}, t_1^{RS}, \theta_1) \geq U(z_2^{RS}, t_2^{RS}, \theta_1)$$

Comme les structures d'information sont comparables, il existe $z \in Z$ qui vérifie :

$$\overline{U}\,(\zeta\,(z_2^{RS},\,\theta_2),\,t_2^{RS},\,\theta_1) = U\,(z,\,t_2^{RS},\,\theta_1)$$

et

$$\overline{V}\,(\zeta\,(z_2^{RS},\,\theta_2),\,t_2^{RS},\,\theta_1) = V\,(z,\,t_2^{RS},\,\theta_1),$$

z vérifie :

$$U\,(z,\,t_2^{RS},\,\theta_1) > U\,(z_2^{RS},\,t_2^{RS},\,\theta_1),$$

donc d'après H_5,

$$\overline{V}\,(\zeta\,(z_2^{RS},\,\theta_2),\,t_2^{RS},\,\theta_1) = V\,(z,\,t_2^{RS},\,\theta_1) < V\,(z_2^{RS},\,t_2^{RS},\,\theta_1).$$

En appliquant le fait que la structure d'information $\overline{\alpha}$ est plus précise que la structure d'information α, on obtient

$$V\,(z_2^{RS},\,t_2^{RS},\,\theta_1) > \overline{V}\,(\zeta\,(z_2^{RS},\,\theta_2),\,t_2^{RS},\,\theta_1) \geq \overline{V}\,(\zeta\,(z_2^{RS},\,\theta_2),\,t_2^{RS},\,\theta_2) \geq 0. \quad \square$$

• Références bibliographiques

Crocker, K., Snow, A. (1985). – "The Efficiency of Competitive Equilibria in Insurance Markets with Asymmetric Information", *Journal of Public Economics*, 26, pp. 207-219.

Dasgupta, P., Maskin, E. (1986). – "The Existence of Equilibrium in Disontinous Economic Games, II : Applications", *Review of Economic Studies*, 53, pp. 27-41.

Grossman, H. I. (1979). – "Adverse selection, Dissembling, and Competitive Equilibrium", *Bell Journal of Economics*, 10, pp. 336-343.

Hellwig, M. F. (1987). – "Some recent Developements in the Theory of Competition in Markets with Adverse Selection", *European Economic Review*, 31, pp. 319-325.

Henriet D., Rochet, J. C. (1988). – "Équilibres et optima sur les marchés d'assurance : une illustration des phénomènes d'anti-sélection", Mélanges en l'honneur d'E. Malinvaud, *Economica*, EHESS.

Henriet, D., Rochet, J. C. (1987). – "Some Reflections on Insurance pricing", *European Economic Review*, vol 31, n°4 , pp. 863-885.

Maskin, E., Riley, J. (1985). – "Input Versus Output Incentive Shemes", *Journal of Public Economics*, 28, pp. 1-23.

Maskin, E., Tirole, J. (1990). – "The Principal-Agent Relationship with an Informed Principal : The Case of Private Values", *Econometrica*, 58, pp. 379-409.

Miazaky, H. (1977). – "The Rate Race and Internal Labour Markets", *Bell Journal of Economics*, 8, pp. 394-418.

Rosenthal, R. W., Weiss, A. (1984). – "Mixed Strategy Equilibrium in a Market with Asymetric Information", *Review of Economic Studies*, LI, pp. 333-342.

Rothschild, M., Stiglitz, J. (1976). – "Equilibrium in Competitive Insurance Markets : An Essay on the Economics of Imperfect Information", *Quaterly Journal of Economics*, 90, pp. 629-650.

Rothschild, M., Stiglitz, J. (1970). – "Increasing risk I : A Definition", *Journal of Economic Theory*, 2, pp. 315-329.

RILEY, J. (1979). – “Informational Equilibrium”, *Econometrica*, pp. 331-359.

WILSON, C. (1977). – “A model of Insurance Market with Incomplete Information”, *Journal of Economic Theory*, pp. 167-207.

WILSON C. (1979). – “Equilibrium and Adverse Selection”, *American Economic Review*, pp. 313-317.