ANNALES D'ÉCONOMIE ET DE STATISTIQUE. – N° 39 — 1995

La substituabilité monnaie-consommation : un rectificatif

Money-Consumption Substitution: A correction

Patrick VILLIEU*

La simulation numérique effectuée par G. FEMMINIS fait apparaître un renversement des résultats présentés dans mon article de 1992, pour certaines « petites » valeurs du taux de croissance de la masse monétaire, lorsque l'élasticité de substitution monnaie-consommation (σ) est strictement comprise entre 0 et 1. Comme l'indique FEMMINIS, ce renversement provient de ce que la dérivation des résultats tenait implicitement pour donnée la trajectoire du capital.

En conséquence, il convient d'amender la proposition 1 dans le sens suivant :

$$\begin{aligned}\operatorname{Sgn} \frac{d\dot{k}}{d\omega}\bigg|_{\bar{k}<k^*} &= -\operatorname{Sgn} \frac{d\eta^*}{d\omega}\bigg|_{\bar{k}<k^*} \\ &= \operatorname{Sgn}(\sigma - S)(1-S) \begin{cases} \text{Si } \sigma \notin]0,\ 1[\\ \text{pour } \omega > \hat{\omega} \text{ si } \sigma \in]0,\ 1[\end{cases}\end{aligned}$$

où $\hat{\omega}$ est défini comme la valeur critique du taux de croissance de la masse monétaire, au-dessus de laquelle la relation $X(\omega)$ est toujours positive :

$$\begin{aligned} X(\omega) = 1 &+ A\,\sigma\,(\beta+\omega)^{\sigma-1} \\ &- (\sigma-1)\,\sigma\,A\,(\beta+\omega)^{\sigma-2}\,\eta^*(\omega) > 0 \qquad \text{si} \quad \omega > \hat{\omega}. \end{aligned}$$

Pour que la proposition 1 reste valide, il faut donc que le taux de croissance de la masse monétaire soit « suffisamment » fort, si $\sigma \in]0,\ 1[$. L'argument selon lequel une autorité monétaire « friedmanienne » ne rentrerait pas dans le cadre de cette proposition ne semble pas très convaincant, puisqu'on sait qu'une politique proche de la règle de Friedman conduit à une indétermination de la trajectoire d'équilibre (voir BROCK

* P. VILLIEU : Université de Tours, Institut Orléanais de Finance.

[1975], par exemple). De plus, la règle de Friedman suppose une *déflation* monétaire à taux constant, et une politique plus réaliste a toute chance de satisfaire le critère $\omega > \hat{\omega}$ pour des paramétrisations acceptables.

Le point le plus important est d'expliquer pourquoi l'interprétation intuitive de la proposition 2 est invalidée pour certaines valeurs de σ et ω.

L'argument fondamental de cette proposition est que l'on peut décomposer le lien entre taux de croissance de la masse monétaire et accumulation du capital en un effet-prix et une réaction de la consommation à cet effet-prix, réaction qui prend le signe de l'utilité marginale croisée entre consommation et monnaie. Cet argument demeure valide, mais il convient de préciser le prix dont il s'agit.

Pour ce faire, définissons un bien composite Z, regroupant la consommation et la monnaie sous forme CES :

$$Z = [ac^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + (1-a)\, m^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}]^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}.$$

Le véritable indice de prix de ce bien composite est :

$$p = r\,[1 + Ar^{\sigma-1}]^{\frac{1}{1-\sigma}}$$

il évolue suivant la relation : $\dfrac{\dot{p}}{p} = \left[\dfrac{1}{1+Ar^{\sigma-1}}\right] \dfrac{\dot{r}}{r}$.

Le programme de l'agent représentatif est alors de maximiser l'utilité intertemporelle :

$$\text{Max} \int_0^{+\infty} e^{-\beta\, t}\, \frac{S}{S-1}\, (Z)^{\frac{S-1}{S}}\, dt$$

sous des contraintes identiques aux précédentes, en écrivant : $c + rm = p\,Z$.

La règle de consommation optimale de biens et de services de liquidité est :

$$c = \alpha\, p\, Z \qquad \text{et} \qquad rm = (1-\alpha)\, p\, Z \quad \text{où } \alpha = \frac{Ar^{\sigma-1}}{1+Ar^{\sigma-1}}.$$

Les parts de biens de consommation et de monnaie dans la dépense totale sont donc variables, excepté dans le cas d'une fonction COBB-DOUGLAS $(\sigma = 1)$.

La trajectoire optimale pour le bien composite est (on prend $\delta = 0$ pour simplifier les notations) :

$$\frac{\dot{Z}}{Z} = S\,(f'(k) - \beta) - S\,\frac{\dot{p}}{p}$$

soit, pour la dépense totale :

$$\left(\frac{\dot{pZ}}{p\,Z}\right) = S\,(f'(k) - \beta) + (1-S)\,\frac{\dot{p}}{p}.$$

Pour k prédéterminé, le taux de croissance de la dépense totale réagit donc aux variations du taux de croissance de l'indice des prix selon le coefficient $(1-S)$:

$$\frac{d\,(\dot{pZ}/p\,Z)}{d\omega} = (1-S)\,\frac{d\dot{p}/p}{d\omega}.$$

Cet effet s'explique par un mécanisme de substitution intertemporelle. Si l'agent substitue aisément ses dépenses dans le temps $(S > 1)$, il substitue des dépenses présentes aux dépenses futures lorsque le taux de croissance de leur prix s'accroît : le taux de croissance des dépenses diminue. Dans le cas contraire $(S < 1)$, l'agent préfère lisser ses dépenses dans le temps, et ne diminue pas beaucoup ses consommations futures lorsque leur prix augmente : le taux de croissance des dépenses augmente.

Le taux de croissance de la consommation n'est pas directement celui des dépenses totales, excepté dans le cas de COBB-DOUGLAS. Dans le cas général, il faut tenir compte de la modification des parts α et $(1-\alpha)$:

$$\frac{\dot{c}}{c} = \left(\frac{\dot{pZ}}{p\,Z}\right) + \frac{\dot{\alpha}}{\alpha}.$$

Le taux de croissance de la part de la consommation dans la dépense totale réagit aux variations du taux de croissance de l'indice des prix selon le coefficient $(\sigma - 1)$:

$$\frac{d\dot{\alpha}/\alpha}{d\omega} = (\sigma - 1)\,\frac{d\dot{p}/p}{d\omega}.$$

Cet effet provient d'un mécanisme de substitution entre monnaie et consommation. Toute augmentation de l'indice des prix provient d'une variation du prix relatif de la monnaie r, puisque le prix réel du bien de consommation est fixé (à l'unité) dans l'indice des prix. Si l'agent substitue facilement la consommation à la monnaie $(\sigma > 1)$, il augmente le taux de croissance de la part de la consommation, tandis qu'il le réduit s'il ne substitue pas facilement consommation et monnaie $(\sigma < 1)$.

Au total, la réaction du taux de croissance de la consommation, sera la somme de l'effet sur la dépense totale et sur la part de cette dépense affectée à la consommation :

$$\frac{d\dot{c}/c}{d\omega} = \frac{d\,(\dot{pZ}/p\,Z)}{d\omega} + \frac{d\dot{\alpha}/\alpha}{d\omega} = (\sigma - S)\,\frac{d\dot{p}/p}{d\omega}.$$

Dans le cas COBB-DOUGLAS étudié par FISCHER [1979], seul le premier effet subsiste, et $\dfrac{d\dot{c}/c}{d\omega} = (1 - S)\,\dfrac{d\dot{p}/p}{d\omega}$.

Dans le cas général, la relation inflation-accumulation se décompose donc comme un effet-prix et une réaction de la consommation à cet effet-prix, qui prend le signe de l'utilité marginale croisée consommation-monnaie, signe résultant de l'addition d'un effet de substitution intertemporel et d'un effet de substitution instantané consommation-monnaie.

Il reste à s'enquérir de la valeur de l'expression $\dfrac{d\dot{p}/p}{d\omega}$. L'analyse est ici plus complexe que ne le laissait croire mon papier de 1992. En effet, la relation entre le prix relatif de la monnaie (r) et l'indice des prix (p) n'a un sens clairement défini que lorsque $\sigma \geq 1$.

Le taux de croissance de l'indice des prix est relié au taux de croissance du taux d'intérêt par la formule :

$$\frac{\dot{p}}{p} = (1 - \alpha)\,\frac{\dot{r}}{r}.$$

Le terme $(1-\alpha)$ représente l'effet du changement de structure du panier de consommation Z lorsque le taux d'intérêt varie, cet effet de structure peut aller, ou non, dans le même sens que l'effet prix-relatif :

$$\frac{d\dot{p}/p}{d\omega} = (1-\alpha)\,\frac{d\dot{r}/r}{d\omega} + \frac{\dot{r}}{r}\,\frac{d\,(1-\alpha)}{d\omega}$$

avec : $\dfrac{d\,(1-\alpha)}{d\omega} = \left[\dfrac{(1-\sigma)\,Ar^{\sigma-2}}{1+Ar^{\sigma-1}}\right]\dfrac{dr}{d\omega}$.

Cet effet a la même interprétation que l'impact sur α décrit plus haut. Si la monnaie et la consommation sont fortement substituables $(\sigma > 1)$, le rapport $\dfrac{rm}{p\,Z}$ diminue lorsque le prix relatif de la monnaie s'accroît, tandis qu'il augmente dans le cas contraire $(\sigma < 1)$.

Si $\sigma \geq 1$, $\mathrm{Sgn}\,\dfrac{d\dot{r}/r}{d\omega} = \mathrm{Sgn}\,(1-S)$ et $\mathrm{Sgn}\,\dfrac{\dot{r}}{r} = \mathrm{Sgn}\,(S-1)$ (voir VILLIEU [1992]) ; dès lors, le signe de la réaction du taux de croissance de l'indice des prix est :

$$\mathrm{Sgn}\,\frac{d\dot{p}/p}{d\omega} = \mathrm{Sgn}\,(1-S) \Rightarrow$$

$$\mathrm{Sgn}\,\frac{d\dot{k}}{d\omega}\bigg|_{\bar{k}<k^*} = \frac{d\dot{c}/c}{d\omega}\cdot\frac{d\dot{p}/p}{d\omega} = \mathrm{Sgn}\,(\sigma-S)\,(1-S).$$

Si $\sigma < 1$, l'effet de structure dans l'indice de prix joue en sens opposé de l'effet prix relatif, et le signe de la réaction du taux de croissance de l'indice des prix peut alors s'inverser, pour certaines « petites » valeurs du taux de croissance de la masse monétaire, ce qui explique le résultat de la simulation numérique effectuée par FEMMINIS.

• Références bibliographiques

BROCK (1975). – "A Simple Perfect Foresight Monetary Model", *Journal of Monetary Economics.*

FEMMINIS, G. (1995). – "Money Consumption Substitution: Some Numerical Results", *Annales d'Economie et de Statistique,* ce numéro.

VILLIEU, P. (1992). – "Inflation et accumulation du capital : le rôle de la substituabilité entre consommation et encaisses réelles", *Annales d'Economie et de Statistique*, 27, pp. 73-89.