ANNALES D'ÉCONOMIE ET DE STATISTIQUE. – N° 32 — 1993

Information, stabilité des prix et bien-être

Bruno JULLIEN*

RÉSUMÉ. – Dans le contexte d'une économie stationnaire avec titres réels de durée de vie infinie et ouverture périodique des marchés financiers, nous étudions l'impact sur le bien-être des agents de la structure d'information. A chaque période les agents reçoivent un signal corrélé avec les dividendes futurs des actifs. Lorsque la structure d'information s'affine (du fait par exemple de la présence d'« initiés »), la volatilité des prix augmente. Les dividendes des actifs sont mieux prédits mais le risque en capital augmente, puisque les prix futurs deviennent moins prédictibles. Le risque global sur l'investissement des agents peut alors augmenter. Le papier exhibe un exemple où, en raison de cet effet, l'absence de toute information domine toute autre structure.

Information, Price Stability and Welfare

ABSTRACT. – In the context of a stationary economy, where markets for long-lived real assets open periodically, we analyze the welfare effect of the information structure. At each period, agents receive a signal related to the future dividends of assets. Whenever the quality of the information increases, the price volatility increases. Assets dividends are more predictable but at the expense of a higher capital risk, since future prices are less predictable. The global risk on assets returns may then increase, resulting in a lower welfare level. The paper exhibits an example where, due to this effect, agents prefer a structure where nobody receives any information to any other stationary information structure.

* B. JULLIEN : CEPREMAP et ENSAE-CREST. L'auteur remercie deux rapporteurs anonymes et Jean-Pascal BENASSY pour leurs commentaires.

1 Introduction

Depuis quelques années, l'analyse des marchés financiers a montré l'importance de la prise en compte de l'information privée révélée par les prix pour une bonne compréhension du fonctionnement de ces marchés (voir en particulier Grossman- Stiglitz [1980] et Kyle [1985]). L'impact de l'information révélée sur le bien-être des intervenants reste cependant mal compris [1].

De façon générale, le problème s'inscrit dans le cadre de l'analyse normative des équilibres en anticipations rationnelles avec information asymétrique (voir Laffont [1985], Hirshleifer [1971]). Des travaux spécifiques ont été menés dans le cadre des marchés financiers, en vue de fournir une évaluation de l'externalité que des agents informés exercent sur les autres participants au marché (Leland [1990], Bajeux-Rochet [1991]). Ces travaux étudient l'impact sur le bien-être *ex-ante* (évalué avant que l'information ne soit connue et les prix déterminés) de l'information révélée. Ils mettent en particulier en regard les gains d'efficacité allocative et l'augmentation du risque liée au caractère aléatoire des prix et des transactions. Les gains d'efficacité sont dus au fait que les agents, disposant d'une meilleure information, sont à même de choisir leurs portefeuilles d'actifs de façon à réduire le risque sur leurs placements. Ces travaux sont essentiellement basés sur des analyses de court terme. Cet article prend l'optique inverse en se concentrant sur le long terme.

Plaçons-nous d'un point de vue dynamique avec ouverture régulière des marchés pour des actifs à longue maturité. Les gains en capitaux sur les différents actifs dépendent des prix d'équilibre futurs qui sont endogènes. Un point apparaît alors rapidement : *dans un contexte d'ouverture régulière des marchés, la présomption selon laquelle, lorsque l'information devient plus fine, les agents disposent d'une « meilleure » information leur permettant de diminuer le risque sur leurs investissements, est fausse.* L'ambiguité réside dans ce qui est entendu par « information plus fine ». Considérons par exemple un marché boursier. Sur ce marché un agent privé détermine ses échanges d'actions de différentes entreprises en fonction de son évaluation conjointe des dividendes futurs et des prix futurs des titres. Si très peu d'information est disponible à chaque période, les prix restent relativement stables et sont donc faciles à prévoir. Par contre si à chaque période les individus disposent d'une information très précise sur les dividendes futurs, les prix vont réagir à cette information et devenir très volatils. Comme les prix futurs dépendent de l'information future et non de l'information courante, ils seront alors très difficiles à prévoir. En d'autres termes

1. La question est d'importance si l'on s'intéresse à la législation des « délits d'initiés » (les transactions boursières effectuées par des agents privés sur la base d'informations privilégiées). En effet, lors d'opérations d'initiés, l'information privée des initiés sera au moins partiellement révélée par les prix aux autres intervenants.

accroître l'information sur les dividendes n'aboutit pas automatiquement à une meilleure information sur la rentabilité des actifs, mais à un déplacement de l'incertitude des dividendes vers les prix. Ce type de risque, que nous qualifions de « risque en capital », nous apparaît comme fondamental et peu abordé dans la littérature.

Le problème devient particulièrement sensible si l'on prend en compte les effets cycliques. En effet des évolutions agrégées autocorrélées devraient se traduirent dans l'information, une « bonne nouvelle » aujourd'hui rendant plus probable une « bonne nouvelle » demain. Les fluctuations de prix dues à l'information auront alors tendance à amplifier le risque. L'article montre que l'effet de déstabilisation des prix peut être suffisant pour aboutir à une valeur sociale négative de l'information.

Le risque en capital défini ici s'apparente à la notion de risque de transaction (voir Greenwald-Stein [1991], Ho-Schwartz- Whitcomb [1985]). Le risque de transaction fait référence aux situations où les ordres d'achat et de vente sont formulés avant de connaître parfaitement les prix de transaction [2]. Dans ce cas, Greenwald-Stein [1991] montre que l'incertitude sur les prix de transaction réduit le volume des transactions de façon non efficace.

Le modèle est un modèle à générations imbriquées avec titres réels, dont nous étudions les équilibres stationnaires. Dans cette économie, le portefeuille agrégé d'actifs détenu par les agents est fixe. L'utilité espérée d'un agent dépend de la valeur moyenne du portefeuille de marché, et de la volatilité des prix. Nous étudions l'évolution du bien-être des agents lorsque la structure d'information change. Afin de nous centrer sur cet aspect nous supposerons que l'information est totalement révélée par les prix. Nous montrerons alors que l'utilité est maximale en l'absence d'information.

2 Le modèle

Considérons une économie stationnaire avec un bien périssable et des générations imbriquées vivant deux périodes. Chaque génération est composée d'un continuum (de masse 1) d'agents identiques. Chaque individu détient e unités de bien à la naissance et n'a pas de ressources pendant sa seconde période de vie. Lorsqu'un agent consomme c_1 et c_2 durant les deux périodes de sa vie, il obtient une utilité (au sens de von Neumann-Morgenstern) :

$$\mathrm{U}(c_1, c_2) = c_1 + v(c_2)$$

2. Le risque en capital est un risque sur les prix de transaction futurs des actifs. Nous nous intéressons à l'impact de ce risque sur la demande courante de titres. Les articles mentionés s'intéressent par contre à l'impact sur la demande courante du risque portant sur les prix des transactions courantes.

HYPOTHÈSE 1 : i) $v\ (.)$ est croissante, strictement concave et $v'\ (c) < 1$ pour c assez élevé,
ii) $cv'\ (c)$ est strictement croissante,
iii) $v\ (c) - cv'\ (c)$ est concave.

L'hypothèse ii) postule que les consommations de première période et de seconde période sont des substituts. Cela implique que le prix d'équilibre d'un titre croît lorsque le revenu total du titre croît. Cette condition est standard dans les modèles à générations, elle correspond à l'idée que l'épargne croît si le taux d'intérêt croît. Si $r\ (c) = -cv''\ (c)/v'\ (c)$ dénote l'indice relatif d'aversion pour le risque, la condition est équivalente à $r\ (c) \leqq 1$. La dernière condition est plus spécifique mais faible. Elle est équivalente à $cr'\ (c)/r\ (c) \leqq r\ (c)$, il faut donc que $r\ (c)$ ne croisse pas trop vite.

L'économie évolue de façon stochastique. A chaque date, elle peut être dans I états différents :

$$s_t \in \{s_1, \cdots\cdots, s_{\mathrm{I}}\}$$

Il existe J titres réels de durée de vie infinie, chacun en quantité totale 1. Lorsque l'état de l'économie est s_i, le titre J rapporte un dividende en bien $\mathrm{R}_j\ (s_i)$. Nous désignons par $\mathbf{R}\ (s)$ le vecteur de production dans l'état s :

$$\mathbf{R}\ (s) = \{\mathrm{R}_j\ (s)\}_j.$$

Finalement nous désignons par $\mathrm{D}\ (s)$ la production totale dans l'état s :

$$\mathrm{D}\ (s) = \sum_{j=1}^{\mathrm{J}} \mathrm{R}_j\ (s).$$

Les états sont indexés de façon à ce que la production totale croisse avec l'état : $\mathrm{D}\ (s_{i+1}) > \mathrm{D}\ (s_i)$. Nous supposons que les dividendes $\mathrm{R}_j\ (s)$ sont tous positifs ou nuls.

A chaque date t, une fraction $\varepsilon \geq 0$ de la jeune génération observe un signal [3] :

$$\phi_t \in \{\phi_1, \cdots, \phi_{\mathrm{L}}\} \subset \mathbb{R}, \quad \phi_l < \phi_{l+1},$$

corrélé avec les états futurs $s_{t+1}, s_{t+2}, \cdots$ L'hypothèse générale est que $\{s_t, \phi_t\}$ suit un processus stochastique de Markov stationnaire. Les dividendes agrégés sont positivement corrélés dans le temps (ou non corrélés) et nous pouvons classer l'information depuis la plus mauvaise nouvelle vers la meilleure nouvelle.

3. Dans ce modèle la vieille génération a un rôle passif (elle vend tous ses titres) et donc son information n'est pas pertinente. Notons aussi que l'état s_t peut être connu s'il est inclus dans ϕ_t.

HYPOTHÈSE 2 : La loi de D (s_{t+1}) conditionnelle à $\phi_t = \phi_{l+1}$ domine strictement stochastiquement au premier ordre la loi de D (s_{t+1}) conditionnelle à $\phi_t = \phi_l$. La loi de ϕ_t conditionnelle à $s_t = s_{i+1}$ domine faiblement stochastiquement au premier ordre la loi de ϕ_t conditionnelle à $s_t = s_i$.

Pour fixer les idées on pourra penser au cas simple où s_{t+1} est indépendant de s_t et $\phi_t = s_{t+1}$.Les prix seront alors indépendants de l'état courant.

Nous nous intéresserons uniquement à des équilibres en anticipations rationnelles, stationnaires, et où les agents consomment des quantités positives durant les deux périodes de leur vie (équilibre dans ce qui suit). Un équilibre est caractérisé par un vecteur de prix $\mathbf{p}(\phi_t) = \{p_j(\phi_t)\}_j$ pour les titres (exprimés en unités de bien) tel que la demande de chaque titre soit 1. Notons :

$$q(\phi_t) = \sum_{j=1}^{J} p_j(\phi_t)$$

Le prix $q(\phi_t)$ représente la *valeur totale du portefeuille de marché* lorsque l'information de la jeune génération est ϕ_t. Nous serons plus particulièrement intéressés par la *valeur espérée inconditionnelle du portefeuille de marché* :

$$q = \mathrm{E}\{q(\phi_t)\}.$$

Supposons qu'un agent reçoive une information I_t à la date t, et notons $x_j(\mathrm{I}_t)$ sa demande de titre j. Celle-ci est solution de :

$$\begin{aligned}
&\operatorname{Max} \mathrm{E}\{\mathrm{U}(c_1, c_2)|\mathrm{I}_t\} = c_1 + \mathrm{E}\{v(c_2)|\mathrm{I}_t\} \\
&st\; c_1 = e - \sum_{j=1}^{J} p_j(\mathrm{I}_t)\, x_j \\
&\quad c_2 = \sum_{j=1}^{J} \{\mathrm{R}_j(s_{t+1}) + p_j(\phi_{t+1})\}\, x_j
\end{aligned}$$

Si $c_1 > 0$ et $x_j > 0$, les conditions de premier ordre donnent :

$$\begin{aligned}
p_j(\phi_t) &= E\{v'(c_2)(\mathrm{R}_j(s_{t+1}) + p_j(\phi_{t+1}))|\mathrm{I}_t\}, \\
&\sum_{j=1}^{J} p_j(\phi_t)\, x_j < e,
\end{aligned}$$

Considérons un équilibre totalement révélateur de l'information privée dans le cas $\varepsilon > 0$. Le prix révèle ϕ_t et donc tous les agents reçoivent $\mathrm{I}_t = \phi_t$. On doit avoir $x_j = 1$ et par conséquent $c_2 = \mathrm{D}(s_{t+1}) + q(\phi_{t+1})$. Nous obtenons :

$$(1) \quad \left\{ \begin{array}{c} \mathbf{p}(\phi_t) \\ = E\{v'(\mathrm{D}(s_{t+1}) + q(\phi_{t+1}))(\mathrm{R}(s_{t+1}) + \mathbf{p}(\phi_{t+1}))|\mathrm{I}_t = \phi_t\}, \\ q(\phi_t) < e. \end{array} \right\}$$

La première équation égalise l'utilité marginale espérée du revenu de chaque titre à son coût pour une quantité 1 de titre. La deuxième inégalité garantit que l'équilibre est intérieur. (1) décrit un équilibre totalement révélateur si $\mathbf{p}(\phi_j) \neq \mathbf{p}(\phi_l)$ pour $j \neq l$.

La valeur espérée du portefeuille de marché est obtenue en sommant (1) sur les titres :

$$(2) \qquad q = \mathrm{E}\left\{v'\left(\mathrm{D}\left(s_{t+1}\right)+q\left(\phi_{t+1}\right)\right)\left(\mathrm{D}\left(s_{t+1}\right)+q\left(\phi_{t+1}\right)\right)\right\}.$$

Si $\varepsilon = 0$, aucun agent n'observe ϕ_t. (1) décrit donc un équilibre si l'on remplace $\mathrm{I}_t = \phi_t$ par l'espérance inconditionnelle $(\mathrm{I}_t = \phi)$. On voit tout de suite que les prix $\mathbf{p}$ ne peuvent alors pas dépendre de ϕ_t.

PROPOSITION 1 : Si e est assez grand :
(i) si $\varepsilon = 0$, il existe un équilibre caractérisé par $\mathbf{p}^0$, q^0 ;
(ii) si $\varepsilon > 0$, il existe un équilibre totalement révélateur caractérisé par $\mathbf{p}\left(\phi_t\right)$, $q\left(\phi_t\right)$, qui vérifie :

$$q\left(\phi_{t+1}\right) > q\left(\phi_t\right).$$

Preuve : voir annexe 1.

En équilibre un agent né à la date t consomme $e - q\left(\phi_t\right)$ lors de sa première période de vie et $\mathrm{D}\left(s_{t+1}\right) + q\left(\phi_{t+1}\right)$ lors de sa seconde période de vie. Considérons l'utilité espérée *ex-ante* par un individu à l'équilibre stationnaire sans information. Sa valeur est :

$$\mathrm{W}^0 = e - q^0 + \mathrm{E}\left\{v\left(\mathrm{D}\left(s_t\right)+q^0\right)\right\}$$

où l'espérance est prise par rapport à la loi inconditionnelle du processus.

Ceci appelle un premier commentaire sur l'équilibre. Un équilibre sous $\varepsilon = 0$ est une allocation obtenue à partir d'un transfert fixe $x = q^0$ de la jeune génération vers la vieille génération. Parmi ces allocations, l'utilité espérée pour un jeune est maximale pour un transfert vérifiant $1 = \mathrm{E}\left\{v'\left(\mathrm{D}\left(s_t\right)+x\right)\right\}$, selon la « règle d'or ». Il est immédiat de vérifier à partir de (2) que $1 > \mathrm{E}\left\{v'\left(\mathrm{D}\left(s_t\right)+q^0\right)\right\}$. L'équilibre de l'économie est donc obtenu à un niveau de transfert q^0 trop élevé. Ceci est lié à la présence de titres de long terme (voir Tirole 1985 sur ce sujet). Si l'équilibre est inefficace dans le long terme, cela n'implique cependant pas qu'il n'est pas Pareto optimal (parmi les allocations à transfert x fixe), puisque baisser q^0 à une date t donnée implique une baisse de la consommation de la vieille génération à cette date. Finalement notons que l'on pourrait améliorer l'efficacité en introduisant de l'assurance intergénérationnelle (conditionner le transfert à la date t sur s_t).

Dans le cas où le signal est informatif, l'utilité espérée d'un individu en équilibre stationnaire est donnée par :

$$\mathrm{W} = e - q + \mathrm{E}\left\{v\left(\mathrm{D}\left(s_t\right)+q\left(\phi_t\right)\right)\right\}$$

Étant donné que l'équilibre est totalement révélateur, cette utilité ne dépend pas de ϵ.

Nous comparons le niveau d'utilité espéré *ex-ante* par un agent dans chacun des équilibres. L'analyse est valide pour tout équilibre qui vérifie les propriétés de la proposition 1.

3 Structure d'information optimale

Le but de cette section est donc de comparer W et W^0. On peut voir le problème comme suit. Initialement ε est égal à 0. La jeune génération choisit la structure d'information ($\varepsilon = 0$ ou $\varepsilon > 0$) en début de période 0 avant que le signal ne soit généré (sous l'hypothèse que l'équilibre s'établit immédiatement à l'équilibre stationnaire). La vieille génération à la date t évalue alors le changement à l'aide de $\mathrm{E}\,\{v\,(\mathrm{D}\,(s_t) + q\,(\phi_t))\}$ (avant de connaître l'état s_t).

Nous opérons en deux étapes. Dans un premier temps, nous comparons W à l'utilité obtenue lorsque les prix sont stabilisés fictivement à q. Dans deuxième temps nous modifions la valeur totale du portefeuille de marché de q à q^0, modifiant ainsi la valeur moyenne du transfert intergénérationnel sans introduction de risque supplémentaire.

3.1. Stabilisation des prix

L'idée générale est que les fluctuations de prix induisent un accroissement du risque. Ceci n'est évidemment pas toujours le cas. En effet il se peut que les mouvements de prix fournissent de l'assurance contre les fluctuations de dividendes (si la corrélation entre les deux est négative). Ceci semble cependant irréaliste et ce n'est effectivement pas le cas dans notre modèle.

PROPOSITION 2 : La variable aléatoire $\mathrm{D}\,(s_t) + q$ domine stochastiquement au deuxième ordre la variable $\mathrm{D}\,(s_t) + \mathrm{E}\,\{q\,(\phi_t)|s_t\}$.

Preuve : voir annexe 2.

La proposition exprime bien l'idée que les fluctuations de prix ne fournissent pas d'assurance, puisqu'une stabilisation au niveau moyen réduit le risque. Une telle stabilisation améliore donc le bien-être de la jeune génération. Il y a ici deux façons de considérer une stabilisation. La première stabilisation consiste à forcer les échanges à un prix constant q en court-circuitant le marché. Dans ce cas on obtient :

COROLLAIRE 3 : $\mathrm{W} < \mathrm{WS} = e - q + \mathrm{E}\,\{v\,(\mathrm{D}\,(s_t) + q)\}$.

Preuve : Pour des variables aléatoires x et y, nous notons $\mathrm{E}\,\{x|y\}$ l'espérance de x conditionnelle à y.

$$\begin{aligned}
\mathrm{W} &= e - q + \mathrm{E}\,\{v\,(\mathrm{D}\,(s_t) + q\,(\phi_t))\} \\
&= e - q + \mathrm{E}\,\{\mathrm{E}\,\{v\,(\mathrm{D}\,(s_t) + q\,(\phi_t))|s_t\}\} \quad \text{et donc} \\
\mathrm{W} &< e - q + \mathrm{E}\,\{v\,(\mathrm{E}\,\{\mathrm{D}\,(s_t) + q\,(\phi_t)|s_t\})\} \\
\mathrm{W} &< e - q + \mathrm{E}\,\{v\,(\mathrm{D}\,(s_t) + \mathrm{E}\,\{q\,(\phi_t)|s_t\})\}.
\end{aligned}$$

Comme $v\,(.)$ est concave, la proposition 2 implique :

$$\mathrm{E}\,\{v\,(\mathrm{D}\,(s_t) + \mathrm{E}\,\{q\,(\phi_t)|s_t\})\} \le \mathrm{E}\,\{v\,(\mathrm{D}\,(s_t) + q)\}$$

soit $$\mathrm{W} < e - q + \mathrm{E}\,\{v\,(\mathrm{D}\,(s_t) + q)\}. \quad \square$$

Le deuxième type de stabilisation fictive qui peut être envisagé consiste à garantir des prix de revente fixés à leur valeur moyenne (soit q pour le portefeuille de marché) tout en laissant le marché ajuster le prix d'achat. Si le prix de revente en $t+1$ est fixé à q, le prix d'achat du portefeuille de marché à la date t s'établit à un niveau espéré qs (d'après (2)) :

$$qs = \mathrm{E}\,\{v'\,(\mathrm{D}\,(s_{t+1}) + q)\,(\mathrm{D}\,(s_{t+1}) + q)\}.$$

L'utilité serait alors : $\mathrm{W}s = e - qs + \mathrm{E}\,\{v\,(\mathrm{D}\,(s_t) + q)\}$.

Corollaire 4 : $\mathrm{W} < \mathrm{W}s = e - qs + \mathrm{E}\,\{v\,(\mathrm{D}\,(s_t) + q)\}$.

Preuve : D'après la condition d'équilibre :

$$q = \mathrm{E}\,\{v'\,(\mathrm{D}\,(s_t) + q\,(\phi_t))\,(\mathrm{D}\,(s_t) + q\,(\phi_t))\}, \text{ et donc}$$

$$\mathrm{W} = e + \mathrm{E}\,\{v\,(\mathrm{D}\,(s_t) + q\,(\phi_t)) - v'\,(\mathrm{D}\,(s_t) + q\,(\phi_t))\,(\mathrm{D}\,(s_t) + q\,(\phi_t))\}.$$

Comme $v\,(c) - cv'\,(c)$ est concave, le même raisonnement que celui du corollaire 3 donne :

$$\mathrm{W} < e + \mathrm{E}\,\{v\,(\mathrm{D}\,(s_t) + q) - v'\,(\mathrm{D}\,(s_t) + q)\,(\mathrm{D}\,(s_t) + q)\}, \text{ soit}$$
$$\mathrm{W} < e - qs + \mathrm{E}\,\{v\,(\mathrm{D}\,(s_t) + q)\}. \quad \square$$

Dans ce qui suit nous utiliserons la moins performante des stabilisations, ce qui nous amène à comparer q et qs :

Lemme 5 : Si $q < q^0$ alors $q < qs$,
Si $q > q^0$ alors $q > qs$.

Preuve : voir annexe 3.

3.2. Évolution du prix moyen

A l'effet de déstabilisation il faut ajouter la variation de prix moyen. Ce second effet peut être positif ou négatif. Etant donné que le prix q^0 est déjà trop élevé dans la classe des allocations obtenues par un transfert fixe d'une génération à l'autre, il est clair que la variation de prix aura un effet négatif sur l'utilité si le prix croît, positif s'il décroît. De ce fait on obtient immédiatement :

Proposition 6 : Si $q \ge q^0$ alors $\mathrm{W} < \mathrm{WS} \le \mathrm{W}^0$.

Preuve : $f(x) = e - x + \mathrm{E}\{v(\mathrm{D}(s_t) + x)\}$ est concave en x et sa pente est $f'(x) = \mathrm{E}\{v'(\mathrm{D}(s_t)+x)\} - 1$. Comme $q^0 = \mathrm{E}\{v'(\mathrm{D}(s_t)+q^0)(\mathrm{D}(s_t)+q^0)\}$: $1 = \mathrm{E}\left\{v'\left(\mathrm{D}\left(s_t\right) + q^0\right)\left(\frac{D\left(s_t\right)}{q^0} + 1\right)\right\} > \mathrm{E}\left\{v'\left(\mathrm{D}\left(s_t\right) + q^0\right)\right\}$.

La pente de f en $x = q^0$ est négative de sorte que, d'après le corollaire 3 :

$$\mathrm{W} < \mathrm{WS} = f\,(q) \leq f\,(q^0) = \mathrm{W}^0. \quad \square$$

Il faut cependant remarquer que lorsque $q > q^0$, l'équilibre de l'économie sans signal ne domine pas *a priori* (au sens de Pareto) l'équilibre de l'économie avec signal puisque la vieille génération bénéficie d'une consommation plus élevée dans cette dernière. De plus le résultat est moins dû à la déstabilisation des prix qu'à la hausse du prix total. Le cas inverse nous intéresse donc plus.

PROPOSITION 7 : Si $q \leq q^0$ alors $\mathrm{W} < \mathrm{W}s \leq \mathrm{W}^0$.

Preuve : D'après le corollaire 4 :

$\mathrm{W} < \mathrm{W}s = g\,(q) = e + \mathrm{E}\,\{v\,(\mathrm{D}\,(s_t) + q) - v'\,(\mathrm{D}\,(s_t) + q)\,(\mathrm{D}\,(s_t) + q)\}$, tandis que $\mathrm{W}^0 = g\,(q^0)$. Mais la fonction $g\,(.)$ est croissante :

$$g'\,(x) \;=\; \mathrm{E}\,\{-v''\,(\mathrm{D}\,(s_t) + x)\,(\mathrm{D}\,(s_t) + x)\} \;>\; 0,$$

puisque $v\,(.)$ est concave. On a donc :

$$\mathrm{W} < \mathrm{W}s \;=\; g\,(q) \;\leq\; g\,(q^0) \;=\; \mathrm{W}^0. \quad \square$$

Dans le cadre de la proposition 7, la variation du prix moyen a un effet positif sur le bien-être des agents. Cependant cet effet est toujours contrebalancé par l'augmentation de la volatilité des prix futurs. Dans ce cas nous pouvons en déduire que tous les agents seraient d'accord pour maintenir en place une structure non-informative avec $\varepsilon = 0$. En effet le corollaire 3 montre que $\mathrm{E}\{v(\mathrm{D}(s_t)+q(\phi_t))\} \leq \mathrm{E}\{v(\mathrm{D}(s_t)+q)\} < \mathrm{E}\{v(\mathrm{D}(s_t)+q^0)\}$, de sorte que la vieille génération préfère aussi rester dans une situation sans information.

Au vu des résultats se pose la question de savoir si q est supérieur ou inférieur à q^0. D'après (2), ceci est lié à la courbure de $cv'\,(c)$.

PROPOSITION 8 : Si $cv'\,(c)$ est concave pour $v'\,(c) < 1$ alors $q < q^0$.
Si $cv'\,(c)$ est convexe pour $v'\,(c) < 1$ alors $q > q^0$.

Preuve : voir annexe 4.

3.3. **Un exemple :**

Considérons le cas d'une fonction d'utilité $v\,(.)$ ayant un indice relatif d'aversion pour le risque constant :

$$v\,(x) = \delta\,\frac{x^{1-\sigma}}{1-\sigma} \qquad \text{avec} \quad 1 > \sigma > 0$$

L'hypothèse 1 est bien vérifiée et les propositions 6 et 7 sont valables. La condition d'équilibre s'écrit :

$$q = \mathrm{E}\left\{\delta \left(\mathrm{D}\left(s_t\right) + q\left(\phi_t\right)\right)^{1-\sigma}\right\}.$$

A partir de cette relation, on peut réécrire le bien-être d'un agent de la façon suivante :

$$\begin{aligned} \mathrm{W} &= e + \frac{\sigma}{1-\sigma} q \\ \mathrm{W}^0 &= e + \frac{\sigma}{1-\sigma} q^0 \end{aligned} \tag{3}$$

On obtient donc comme corollaire immédiat :

COROLLAIRE 9 : Si v (.) a un indice relatif d'aversion pour le risque constant et inférieur à 1, alors :

$$\mathrm{W} < \mathrm{W}^0, \quad \text{et} \quad q < q^0.$$

Preuve : Si $q \geq q^0$, (3) nous dit que $\mathrm{W} \geq \mathrm{W}^0$, ce qui contredit la proposition 6. Donc $q < q^0$ et $\mathrm{W} < \mathrm{W}^0$, d'après la proposition 7 ou (1). □

Nous pouvons donc dans ce cas prédire le mouvement des prix : le prix moyen baisse si les agents n'ont pas trop d'aversion pour le risque. En début de période *t*, la vieille génération et la jeune génération seront d'accord pour préférer l'absence d'information.

4 Commentaires

Nous avons supposé que l'utilité était linéaire en consommation de première période. Cela permet de bien isoler les deux effets recherchés. En particulier un agent ne subit aucune perte d'utilité du fait de la volatilité des prix de première période, comme ce serait le cas dans les modèles à 1 période traditionnellement utilisés pour l'analyse des marchés financiers. Les seuls effets à l'œuvre du point de vue d'un agent lorsque l'on passe de l'équilibre p^0 à l'équilibre $\mathrm{p}\left(\phi_t\right)$ sont une variation du prix moyen, et une augmentation de la volatilité des prix futurs. Les deux effets sont illustrés par les propositions 6 et 7 dont les mécanismes économiques diffèrent. Dans le cas de la proposition 6, l'utilité des agents baisse parce que le niveau moyen des transferts intergénérationnelles augmente à partir d'un niveau déjà trop important ($\mathrm{WS} < \mathrm{W}^0 < \mathrm{W}s$). Dans le cadre de la proposition 7, la cause de la baisse de l'utilité est l'augmentation de la volatilité des prix ($\mathrm{W}s < \mathrm{W}^0 < \mathrm{WS}$) et n'est pas lié au fait que q^0 est supérieur au niveau de la règle d'or.

Tant que les agents ne peuvent pas obtenir une assurance totale contre les risques agrégés, une structure d'information telle que décrite ici devrait amplifier le risque. Le point important de l'analyse est le lien entre l'hypothèse 2 et la proposition 2 qui devrait se retrouver dans des cas plus généraux. De ce fait, l'analyse nous semble robuste.

Considérons par exemple le cas où les générations vivent $n > 2$ périodes. Appelons générations adultes à t les générations présentes à $t-1$ et t. Alors la richesse totale des générations adultes doit être $w + \mathrm{D}(s_t) + q(\phi_t)$ (où w est la dotation totale de biens de ces générations). Si la proposition 2 est valable, le risque agrégé (en terme de richesse) subi par ces générations est plus important que si l'on stabilisait les prix à $q = \mathrm{E}\{q(\phi_t)\}$. Les comparaisons de bien-être seront évidemment plus ambiguës puisqu'elles dépendront de la façon dont ce risque est réparti.

Au vu de l'interprétation ci-dessus, l'analyse dépend plus de l'absence de marché d'assurance que de la structure à générations, et devrait s'étendre à des modèles à horizon infini avec marchés incomplets. Le modèle utilisé ici peut d'ailleurs s'interpréter de façon standard comme un modèle à horizon infini avec un agent représentatif soumis à des contraintes financières (voir Woodford [1986] par exemple). Il peut aussi s'interpréter comme un modèle avec des agents hétérogènes, mais de façon un peu artificielle [4].

5 Conclusion

Cet article s'est attaché à mettre en évidence comment une information trop abondante peut s'avérer nuisible en introduisant trop d'incertitude sur les rendements futurs des actifs en raison de la forte volatilité des gains en capitaux. Pour ce faire nous avons choisi un cadre où les agents présents sur un marché ne disposent d'aucune posssibilité d'assurance. L'analyse apparaît donc complémentaire de l'analyse des problèmes d'information en terme de destruction de marchés d'assurance potentiels, initiée par Hirshleifer [1971]. Elle apporte quelques clarifications sur le problème des délits d'initiés, en suggérant qu'un aspect complémentaire de la manipulation stratégique des prix par des agents disposant d'informations privilégiées (voir Kyle [1985]) est le risque en capital introduit par la révélation de cette information sur le marché. Le bon niveau de transparence des marchés peut alors résulter d'un compromis entre la prévention des manipulations et la stabilité des prix.

4. Au lieu de générations on peut supposer qu'il y a deux agents de durée de vie infinie, l'agent pair et l'agent impair. L'agent pair a une dotation e si $t = 2s$ et 0 sinon. Son utilité est la somme escomptée à taux δ de $\mathrm{U}_s = c_{2s} + v(c_{2s+1})$. L'agent impair est symétrique sur t impair. Pour δ grand, il existe un équilibre stationnaire identique à celui du modèle à générations, où l'agent pair détient tous les titres en t pair et aucun en t impair.

Preuve de la proposition 1.

Supposons $\varepsilon > 0$. Considérons la fonction de $[0, d]^{\mathrm{JL}}$ dans $\mathbf{R}^{\mathrm{JL}}$, $d = e/\mathrm{J}$, qui à $\mathbf{P} = \{p_j(\phi_l)\}_{jl}$ associe $\psi(\mathbf{P}) = \{\tilde{p}_j(\phi_l)\}_{jl}$ défini par :

$$\tilde{p}_j(\phi_l) = \mathrm{E}\{v'(\mathrm{D}(s_{t+1}) + \sum_k p_k(\phi_{t+1}))(\mathrm{R}_j(s_{t+1}) + p_j(\phi_{t+1}))|\phi_t = \phi_l\},$$

Soit $\mathrm{R} = \sup \mathrm{R}_j(s_i)$ et $r = \inf \mathrm{R}_j(s_i)$, alors

$$0 \leq \tilde{p}_j(\phi_l) < \sup_{r<x<\mathrm{R}+d} v'((\mathrm{J}-1)\,r + x)\,x$$

Soit $y \geq r$ tel que $v'((\mathrm{J}-1)\,r + y) < 1$. Notons

$$\alpha = \sup_{r<x<y} v'((\mathrm{J}-1)\,r + x)\,x, \qquad \beta = \frac{v'((\mathrm{J}-1)\,r + y)\,\mathrm{R}}{1 - v'((\mathrm{J}-1)\,r + y)}$$

Alors si $d > \sup\{\alpha, \beta, y - \mathrm{R}\}$:

$$\begin{aligned} &\sup_{r<x<\mathrm{R}+d} v'((\mathrm{J}-1)\,r + x)\,x \\ &< \sup\{\sup_{r<x<y} v'((\mathrm{J}-1)\,r + x)\,x,\ \sup_{y<x<\mathrm{R}+d} v'((\mathrm{J}-1)\,r + x)\,x\} \\ &< \sup\{\alpha,\ v'((\mathrm{J}-1)\,r + y)\,(\mathrm{R}+d)\} < d. \end{aligned}$$

Donc ψ admet un point fixe qui est un équilibre intérieur, $q(\phi_j) < \mathrm{J}d = e$.

A tout système de prix $\mathbf{P}$ on associe le vecteur de prix du portefeuille de marché $\mathbf{q} = \{q(\phi_1)\}$. Le vecteur $\tilde{\mathbf{q}} = \chi(\mathbf{P})$ est alors associé à $\psi(\mathbf{P})$:

$$\tilde{q}(\phi_l) = \mathrm{E}\{v'(\mathrm{D}(s_{t+1}) + q(\phi_{t+1}))(\mathrm{D}(s_{t+1}) + q(\phi_{t+1}))|\phi_t = \phi_l\},$$

Considérons $\mathbf{P}$ et le vecteur associé $\mathbf{q}$, tel que : $q(\phi_{l+1}) \geq q(\phi_l)$. Alors la loi de $\mathrm{D}(s_{t+1}) + q(\phi_{t+1})$ conditionnelle à $\phi_t = \phi_{l+1}$ domine strictement stochastiquement au premier ordre la loi de $\mathrm{D}(s_{t+1}) + q(\phi_{t+1})$ conditionnelle à $\phi_t = \phi_l$. Comme $v'(c)\,c$ est strictement croissante, l'image $\tilde{\mathbf{q}} = \chi(\mathbf{P})$ vérifie la propriété $\tilde{q}(\phi_{l+1}) > \tilde{q}(\phi_l)$. La propriété est donc vérifiée pour au moins un point fixe.

Supposons maintenant $\varepsilon = 0$. La preuve est la même mais avec $\mathbf{P} = \{p_j\}_j$ et $\psi(\mathbf{P}) = \{\tilde{\mathbf{P}}_j\}_j$ défini par :

$$\tilde{\mathbf{P}}_j = \mathrm{E}\{v'(\mathrm{D}(s_{t+1}) + \sum_k p_k))(\mathrm{R}_j(s_{t+1}) + \mathrm{P}_j)\}. \quad \square$$

Preuve de la proposition 2 :

Soit $\mathrm{H}_i = \text{prob}\,\{\mathrm{D}\,(s_t) \leq \mathrm{D}\,(s_i)\} = \text{prob}\,\{s_1, \cdots, s_i\}$.

Soit F_1 la cumulée de $\mathrm{D}(s_t)+q$, et F_2 la cumulée de $\mathrm{D}(s_t)+\mathrm{E}\{q(\phi_t)|s_t\}$. Les deux variables sont de mêmes moyenne. D'après la proposition 1 et l'hypothèse 2, $\mathrm{E}\,\{q\,(\phi_t)|s_t\}$ est faiblement croissant en s_t tandis que $\mathrm{D}\,(s_t)$ est strictement croissant en s_t. On a donc :

$$\mathrm{F}_1\,(x) = \mathrm{H}_i \qquad \text{pour} \quad x \in [\mathrm{D}\,(s_i) + q,\ \mathrm{D}\,(s_{i+1}) + q[,$$
$$\mathrm{F}_2\,(x) = \mathrm{H}_i \text{ pour } x \in [\mathrm{D}\,(s_i) + \mathrm{E}\,\{q\,(\phi_t)|s_i\},\ \mathrm{D}\,(s_{i+1}) + \mathrm{E}\,\{q\,(\phi_t)|s_{i+1}\}[.$$

Soit τ tel que $\mathrm{E}\,\{q\,(\phi_t)|s_\tau\} \leq q \leq \mathrm{E}\,\{q\,(\phi_t)|s_{\tau+1}\}$.

Si $x < \mathrm{D}\,(s_\tau) + q$, soit i tel que $x \in [\mathrm{D}\,(s_i) + q,\ \mathrm{D}\,(s_{i+1}) + q[$:

$$i < \tau \text{ et } x \geq \mathrm{D}\,(s_i) + \mathrm{E}\,\{q\,(\phi_t)|s_i\}, \quad \text{donc :} \quad \mathrm{F}_2\,(x) \geq \mathrm{H}_i = \mathrm{F}_1\,(x).$$

Si $x \geq \mathrm{D}\,(s_\tau) + q$, soit i tel que $x \in [\mathrm{D}\,(s_i) + q,\ \mathrm{D}\,(s_{i+1}) + q[$:

$$i \geq \tau \text{ et } x < \mathrm{D}\,(s_{i+1}) + \mathrm{E}\,\{q\,(\phi_t)|s_{i+1}\}, \text{ donc : } \mathrm{F}_2\,(x) \leq \mathrm{H}_i = \mathrm{F}_1\,(x). \quad \square$$

Preuve du lemme 5 :

Notons $l\,(q) \;=\; \mathrm{E}\left\{v'\,(\mathrm{D}\,(s_{t+1})+q)\left(\frac{\mathrm{D}\,(s_{t+1})}{q}+1\right)\right\}$. $l\,(.)$ est décroissante et $l\,(q^0)=1$. On a alors $q<q^0$ ssi $l\,(q)>1$, soit :

$$q>\mathrm{E}\left\{v'\,(\mathrm{D}\,(s_{t+1})+q)\,(\mathrm{D}\,(s_{t+1})+q)\right\}=qs.$$

Le raisonnement est inverse pour $q>q^0$. □

Preuve de la proposition 8 :
Comme $cv'(c)$ est croissant :

$$q(\phi_1) = \mathrm{E}\{v'(\mathrm{D}(s_{t+1}) + q(\phi_{t+1}))(\mathrm{D}(s_{t+1}) + q(\phi_{t+1}))|\phi_t = \phi_1\}$$
$$> v'(q(\phi_1))\, q(\phi_1).$$

Donc $1 > v'(q(\phi_1)) \geq v'(\mathrm{D}(s_i) + q(\phi_j))$ pour tous i, j. D'après (2) :
$$q = \mathrm{E}\{v'(\mathrm{D}(s_{t+1}) + q(\phi_{t+1}))(\mathrm{D}(s_{t+1}) + q(\phi_{t+1}))\}.$$

Supposons que $cv'(c)$ est concave sur $v'(c) < 1$, le même raisonnement que pour les corollaires 1 et 2 montre que :

$$q < \mathrm{E}\{v'(\mathrm{D}(s_{t+1}) + q)(\mathrm{D}(s_{t+1}) + q)\}.$$

Donc $l(q) > 1$ ($l(.)$ est défini au dessus), ce qui implique $q < q^0$. Si $cv'(c)$ est convexe : $q > \mathrm{E}\{v'(\mathrm{D}(s_{t+1}) + q)(\mathrm{D}(s_{t+1}) + q)\}$ et $q > q^0$. □

• Références bibliographiques

BAJEUX, I., ROCHET, J.C. (1991). – "Opérations d'initiés : une analyse de surplus", *Finance*.

GREENWALD, B., STEIN, J. (1991). – "Transactional Risk Market Crashes, and the Role of Circuit Breakers", *Journal of Business*, vol. 64, n° 4, pp. 443- 462.

GROSSMAN, S.J., STIGLITZ, J.E. (1980). – "On the Impossibility of Informationally Efficient Markets", *American Economic Review*, vol. 70, n° 3, pp. 393-408.

HIRSHLEIFER, J. (1971). – "The Private and Social Value of Information and the Reward to Inventive Activity", *American Economic Review*, pp. 561-574.

HO, T., SCHWARTZ, R., WHITCOMB, D. (1985). – "The Trading Decision and Market Clearing under Transaction Price Uncertainty", *Journal of Finance*, 40, pp. 21-42.

KYLE, A. (1985). – "Continuous Auctions and Insider Trading", *Econometrica*, vol. 53, n° 6, pp. 1315-1336.

LAFFONT, J.J. (1985). – "On the Welfare Analysis of Rational Expectations Equilibria with Asymmetric Information", *Econometrica*, vol. 53, n° 1, pp. 1-29.

LELAND, H.E. (1990). – "Insider Trading : Should It Be Prohibited", *Mimeo*.

TIROLE, J. (1985). – "Asset Bubbles and Overlapping Generations", *Econometrica*, vol. 53, n° 5, pp. 1071-1100.

WOODFORD, M. (1986). – "Stationary Sunspot Equilibria in a Finance Constrained Economy", *Journal of Economic Theory*, 40, pp. 128-137.