ANNALES D'ÉCONOMIE ET DE STATISTIQUE. – N° 22 — 1991

Approximation des identités comptables dans les modèles spécifiés en logarithme

Michel LUBRANO *

RÉSUMÉ. – Dans un modèle économétrique linéaire exprimé en logarithme, la présence d'identités comptables introduit une forte non-linéarité quand on veut simuler le modèle complet. Les algorithmes de simulation que l'on trouve sur les logiciels adaptés aux micro-ordinateurs peuvent souvent être perturbés par la présence de cette non-linéarité. Une solution traditionnelle consiste à linéariser l'identité autour de la moyenne des variables par une approximation de Taylor. Le papier propose une approximation par mécanisme correcteur d'erreur qui tient compte des propriétés statistiques des séries utilisées. La qualité de l'approximation proposée est illustrée sur un petit modèle à trois équations estimé sur des données françaises trimestrielles couvrant la période 1963-1985.

A Note on the Approximation of Identities in Simulation Models Expressed in Logarithms

ABSTRACT. – When a linear econometric model is expressed in logarithms, the presence of identities entails a strong non-linearity for the simulation stage of the complete model. This aspect can be damageable for the simulation algorithms which are implemented on microcomputers. A traditional solution consists in linearizing the identity by a Taylor expansion around the mean of the variables. In this paper we propose an approximation based on an error correction mecanism which takes into account the statistical properties of the series. The quality of the approximation is shown on a three equation econometric model estimated on french quartely data covering the period 1963-1985.

* M. LUBRANO : GREQE-CNRS, 2, rue de la Charité, 13002 Marseille. Cet article a pour origine des discussions menées avec Denis de Crombrugghe, Megnad Desal et Jean-François Richard. Je tiens à remercier Luc Bauwens, Pierre Cartigny, Victor Ginsburgh, Pierre Malgrange, deux rapporteurs anonymes et tout particulièrement Denis de Crombrugghe pour leurs suggestions. Je suis bien sûr seul responsable pour les erreurs qui pourraient demeurer.

1 Introduction

Un modèle macroéconométrique, aussi simple soit-il, se compose d'équations de comportement et d'identités comptables. Il est devenu assez habituel de spécifier les équations de comportement en logarithme, ce qui entre autres avantages rend leurs coefficients directement interprétables. Ce type de spécification, s'il ne pose pas de problème au niveau de l'estimation (le modèle peut rester linéaire en ses paramètres), introduit une non-linéarité fondamentale pour la simulation du modèle. Prenons un exemple pour fixer les idées. Le modèle Keynésien minimal se compose d'une équation de consommation que l'on pourra spécifier par exemple sous la forme suivante :

$$\text{(1)} \qquad \log C_t = \alpha_0 + \alpha_1 \log Y_t . (1 - T_t) + \alpha_2 \log C_{t-1} + u_t$$

où C_t est la consommation, Y_t le revenu et T_t le taux de taxation, et à laquelle il convient de rajouter l'identité comptable :

$$\text{(2)} \qquad Y_t = C_t + I_t$$

avec I_t désignant l'investissement. Ce petit modèle fait donc intervenir les mêmes variables en niveau et en logarithme. Pour le rendre cohérent en vue de sa simulation il faut réécrire l'identité comptable comme :

$$\text{(3)} \qquad \log (Y_t) = \log [\exp (\log (C_t)) + \exp (\log (I_t))]$$

On obtient donc un modèle très non linéaire dans ses variables (même s'il le reste dans ses paramètres). Cette non-linéarité forte devient gênante pour l'étape de simulation car elle peut perturber l'algorithme de résolution. D'autre part si le reste du modèle est linéaire, il est dommage de perdre tous les résultats analytiques dont on dispose pour calculer les multiplicateurs et analyser la dynamique. C'est la raison pour laquelle ces identités sont souvent linéarisées dans la pratique au moyen de développements de Taylor réalisés autour de la moyenne des variables. Le but de ce travail est d'analyser l'influence que peuvent avoir ces linéarisations sur la précision des simulations, et sous quelles conditions on peut en proposer de meilleures en fonction des propriétés statistiques des séries.

Mais avant d'entamer le vif du sujet il est bon de préciser certains points sur les objectifs visés. Le point de vue adopté dans le papier est celui d'un économètre confronté à certains problèmes pratiques qui tiennent aux logiciels disponibles, en particulier sur micro-ordinateurs. Il en existe deux types :

– les premiers simulent des modèles non linéaires assez gros (de 500 à 1 000 équations), mais déjà spécifiés. Pour modifier ces modèles, il faut avoir la source du logiciel et recompiler celui-ci. On ne s'intéressera pas à ce type de logiciels;

– les seconds traitent des modèles beaucoup plus petits, mais permettent de les estimer, les tester, les respécifier. BRILLET [1988] fait une revue de ce type de logiciels qui n'est pas très encourageante sur les possibilités de simulation.

Parmi les logiciels économétriques bien diffusés dans les universités, certains ne permettent de simuler que des modèles linéaires comme RATS et GIVE. Le logiciel qui a été utilisé dans le papier est TSP. La simulation du modèle non linéaire présenté en section 4 ne convergeait pas [1] avec la version 3.5 et difficilement avec la version 4.0. Il a fallu utiliser la dernière version disponible.

Ces remarques ont pour but de montrer que le problème évoqué dans ce papier a une base pratique bien réelle pour certaines personnes. Bien sûr il ne se pose pas si l'on a accès aux très grands logiciels de simulation comme TROLL ou KAA qui tournent sur gros ordinateurs.

2 L'approximation traditionnelle

Appelons ly, lc et li le logarithme de Y, C et I et prenons ly, lc, li comme les variables de base du modèle, ce qui signifie que nous nous intéressons à la simulation de ly, lc et li et pas à celle de Y, C et I. L'identité comptable doit donc maintenant s'écrire :

$$\text{(4)} \qquad \mathrm{ly} = \log[\exp(\mathrm{lc}) + \exp(\mathrm{li})]$$

Les développements de Taylor réduits au premier ordre de $\log(x)$ et $\exp(z)$ autour de x_0 et z_0 s'écrivent :

$$\text{(5)} \qquad \log(x) \simeq \log(x_0) + (x - x_0)/x_0$$

$$\text{(6)} \qquad \exp(z) \simeq \exp(z_0) + (z - z_0) \,.\, \exp(z_0)$$

En réintroduisant ces expressions génériques dans l'identité initiale (4), on arrive à :

$$\mathrm{ly} \simeq \log[\mathrm{C}_0 + (\mathrm{lc} - \mathrm{lc}_0) \,.\, \mathrm{C}_0 + \mathrm{I}_0 + (\mathrm{li} - \mathrm{li}_0) \,.\, \mathrm{I}_0]$$

d'où l'on obtient :

$$\text{(7)} \qquad \mathrm{ly} \simeq \mathrm{ly}_0 + (\mathrm{lc} - \mathrm{lc}_0) \,.\, \frac{\mathrm{C}_0}{\mathrm{Y}_0} + (\mathrm{li} - \mathrm{li}_0) \,.\, \frac{\mathrm{I}_0}{\mathrm{Y}_0}$$

On prendra habituellement pour les variables indicées par 0 la moyenne de la variable. L'approximation trouvée indique que le logarithme de Y est égal au logarithme de la moyenne de Y plus la moyenne pondérée des écarts entre le logarithme de chaque variable et le logarithme de sa moyenne.

1. Alors que sa version linéarisée convergeait.

Les pondérations sont fournies par les parts de chacune des variables dans Y. Ce résultat est assez classique et très connu chez les praticiens de la construction de modèles macroéconométriques, mais parfois moins connu dans le public plus large des économètres. On peut le trouver par exemple dans KUH *et al.* [1985].

On a donc réalisé une approximation de $\log Y = \log(C+I)$ par $\log Y_t \simeq Cte + \alpha \log C_t + (1-\alpha) \log I_t$. Cette approximation est faite par un développement autour d'un point fixe. Y a-t-il moyen de faire mieux?

3 Approximation et cointégration

L'approximation que l'on vient de rappeler peut s'écrire :

(8) $$\log y_t = Cte + \alpha . \log x_t + (1-\alpha) . \log z_t + R_t$$

où R_t est le reste du développement de Taylor. Si cette approximation est vue comme une régression statique, ses résidus R_t auront toutes les chances d'être autocorrélés. D'où l'idée de lui appliquer la transformation de Koyck en prenant γ comme coefficient d'autocorrélation :

$$\begin{aligned}\log y_t - \gamma . \log y_{t-1} = Cte' + \alpha . \log x_t + (1-\alpha) . \log z_t \\ - \gamma . (\alpha . \log x_{t-1} + (1-\alpha) . \log z_{t-1}) + u_t\end{aligned}$$

Si R_t est autocorrélé à l'ordre 1, u_t est maintenant un bruit blanc. Par simple reparamétrisation on obtient un mécanisme correcteur d'erreurs (ECM) :

(9) $$\begin{aligned}\Delta \log y_t = Cte' + \alpha . \Delta \log x_t + (1-\alpha) . \Delta \log z_t \\ + (\gamma - 1) . (\log y_{t-1} - \alpha . \log x_{t-1} - (1-\alpha) . \log z_{t-1}) + u_t\end{aligned}$$

qui toutefois présente certaines restrictions :

1° la somme des coefficients des variables en Δ est égale à 1;

2° la somme des coefficients des variables en niveau est égale à 0;

3° il y a proportionalité entre les coefficients des variables en Δ et en niveau et elle est égale à $(1-\gamma)$.

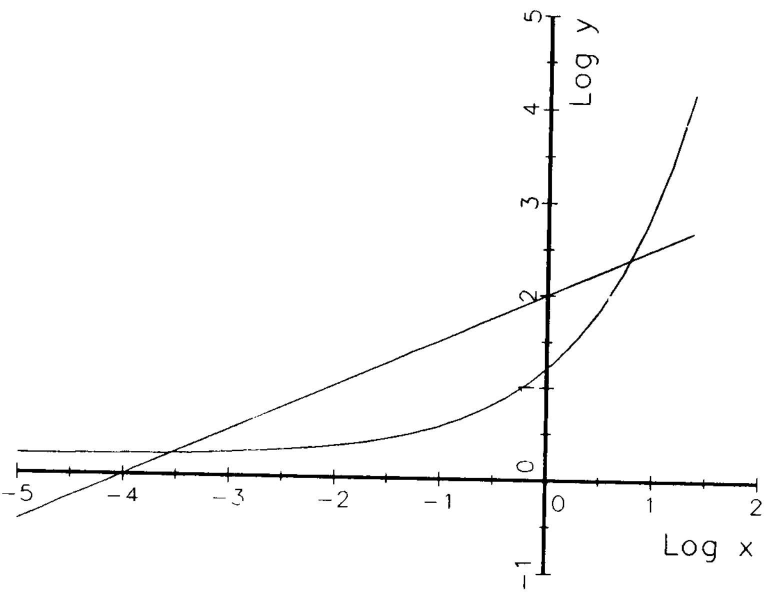
Les deux premières restrictions qui sont linéaires viennent de l'équation initiale (8). La dernière restriction est une restriction de « facteur commun » venant de l'hypothèse faite sur l'ordre d'autocorrélation de R_t.

Comment maintenant obtenir les coefficients de cette équation? Dans un développement de Taylor, les termes ne sont pas indépendants entre eux, si bien que le reste de l'équation (8) n'est pas indépendant des régresseurs, de même que u_t dans (9). Une procédure d'estimation par moindres carrés ne donnera pas des estimateurs convergents pour les coefficients de l'approximation de Taylor. Cependant il faut noter deux choses qui peuvent résoudre ce problème :

– dans un modèle de régression le biais de simultanéité est fortement réduit si les régresseurs présentent une tendance, ce qui est le cas en général avec les variables économiques qui nous intéressent (voir par exemple Kramer [1984] ou Stock [1987]);

– le modèle initial (8) présente une restriction linéaire qui se répercute dans l'ECM (9). On peut choisir d'imposer cette contrainte. Le fait qu'elle passe sera pris comme un indice que le biais d'estimation est faible.

Enfin sous quelles conditions le résidu R_t de l'approximation de Taylor (8) sera-t-il autocorrélé ? Un graphique permet de mieux saisir la question. On va représenter dans un même système de coordonnées logarithmiques le nuage de points $y=x+z$ et le plan de regression engendré par (8) qui passe au travers de ce nuage. Pour obtenir un graphique en deux dimensions, on raisonnera à z fixé.



Identité et son approximation linéaire.

On voit que les résidus sont des deux signes à cause de la convexité de l'exponentielle. Ils présentent une structure particulière d'autocorrélation si les points sur les axes sont engendrés de manière croissante avec tendance commune, ou en d'autres termes s'il y a cointégration. [2] Inversement, si les points sur les axes sont engendrés de façon indépendante au cours du temps, les résidus ne présenteront aucun ordre particulier et donc pas

2. Ce résultat semble très simple intuitivement. Toutefois sa preuve formelle paraît difficile.

d'autocorrélation. Pour obtenir la formule (9) on a supposé que les résidus étaient corrélés à l'ordre 1, d'où la restriction de facteurs communs présente. Cette restriction peut être relachée sans problème, à moins que l'on ne désire la tester.

En conclusion si les R_t sont autocorrélés, c'est-à-dire si les séries en logarithme sont cointégrées, on pourra améliorer l'approximation (8) au moyen de l'ECM (9). Si le coefficient d'autocorrélation γ est nul, on ne pourra faire mieux que (8). Si $\gamma = 1$, la partie en niveau de l'ECM disparaît.

4 Évaluation, applications et tests

On a donc proposé dans le paragraphe précédent de remplacer l'approximation linéaire traditionnelle par une forme type mécanisme correcteur d'erreurs et d'estimer cet ECM par moindre carrés sous contraintes. Deux questions se posent maintenant :

– quelle est la qualité de l'approximation proposée, comment interpréter les statistiques usuelles associées à une régression dans ce cas précis ?

– quel est l'impact de l'approximation proposée sur la simulation d'un modèle complet, notamment en terme de stabilité ?

La qualité de l'approximation se mesure directement au moyen de l'écart-type des résidus de la régression dans la mesure où ceux-ci mesurent directement l'écart entre la valeur de y et son approximation.

Il est moins aisé de deviner l'influence de l'approximation sur la simulation de l'ensemble du modèle, en particulier en terme de stabilité dynamique, vu que les approximations proposées compliquent la dynamique du modèle original.

Pour illustrer notre propos, le plus simple est de construire un petit modèle trimestriel de l'économie française couvrant la période 1963-1985. [3] Ce modèle comprend deux équations de comportement expliquant la consommation et les importations et une identité comptable qui s'écrit :

$$Y + Im = C + Res \qquad (10)$$

où Y, Im, C et Res représentent respectivement le PIB, les importations, la consommation et les variables restantes, toutes en volume. On choisit d'abord d'appliquer l'approximation traditionnelle autour de la moyenne

3. Source : Les Comptes Nationaux trimestriels, séries longues 1963-1985, base 1971. *Archives et documents*, n° 176, INSEE, 1986.

des variables, ce qui donne :

$$\text{(11)} \quad \begin{aligned} \log Y = 5.32 + .69(\log C - 4.95) - .21(\log Im - 3.78) \\ + .52(\log Res - 4.66) \end{aligned}$$

Une estimation de cette équation par moindres carrés [4] présente une forte autocorrélation :

$$\text{(12)} \quad \log Y = \underset{(.067)}{.309} + \underset{(.018)}{.61} \log C - \underset{(.013)}{.20} \log Im + \underset{(.012)}{.58} \log Res$$

$$\sigma = .00383, \qquad DW = 0.607$$

ce qui justifie l'étape suivante. L'approximation par mécanisme correcteur d'erreur sans imposer de contrainte (ECML) donne :

$$\text{(13)} \quad \begin{aligned} \Delta\log Y = & \underset{(.013)}{.015} + \underset{(.018)}{.68} \Delta\log C \\ & - \underset{(.007)}{.17} \Delta\log Im + \underset{(.009)}{.47} \Delta\log Res \\ & - \underset{(.038)}{.057} \log Y_{-1} + \underset{(.024)}{.035} \log C_{-1} \\ & - \underset{(.009)}{.013} \log Im_{-1} + \underset{(.023)}{.035} \log Res_{-1} \end{aligned}$$

$$\hat{\sigma} = .00122, \qquad DW = 2.51$$

L'écart-type de la régression est égal à 0.00122 et est donc très inférieur au précédent. [5] Si maintenant on impose les contraintes linéaires (ECMC), c'est-à-dire que la somme des coefficients des trois premiers régresseurs soit égale à un et que la somme des coefficients des quatre derniers régresseurs soit éale à zéro, on arrive à :

$$\text{(14)} \quad \begin{aligned} \log Y = & \underset{(.011)}{.016} + \underset{(.007)}{.70} \Delta\log C \\ & \underset{(.004)}{-.17} \Delta\log Im + .47 \Delta\log Res \\ & \times \underset{(.038)}{.939} \log Y_{-1} + \underset{(.023)}{.038} \log C_{-1} \\ & - \underset{(.008)}{.013} \log Im_{-1} + .037 \log Res_{-1} \end{aligned}$$

$$\hat{\sigma} = .00121, \qquad DW = 2.48, \qquad \chi^2(2) = .704$$

avec un écart-type de la régression de .00121. Donc les contraintes imposées sont acceptées par les données (test du χ^2).

---

4. Si l'on tente d'imposer la restriction que la somme des coefficients est égale à 1, celle-ci est acceptée avec $\hat{\sigma} = .00381$.
5. Le DW est donné à titre indicatif seulement. Il est biaisé vers la valeur 2 quand l'équation comporte une endogène retardée. Il aurait fallu calculer un test en LM non donné par TSP, le logiciel utilisé ici.

Par contre la contrainte de facteurs communs envisagée précédemment ne passe pas quand on en fait l'expérience :

$$
\begin{aligned}
\log Y = {} & \underset{(.031)}{.182} + \underset{(.012)}{.641}\ \Delta \log C \\
(15) \qquad & - \underset{(.010)}{.183}\ \Delta \log Im + .458\, \Delta \log Res \\
& \times \underset{(.025)}{.497}\ (\log Y_{-1} + .641 \log C_{-1} \\
& - .183 \log Im_{-1} + .458 \log Res_{-1}) \\
& \hat{\sigma} .00265, \qquad DW = 0.90, \qquad \chi^2(4) = 139.79
\end{aligned}
$$

étant donné que l'écart-type de la régression est très supérieur (voir en plus le test du χ^2).

Simulons maintenant de manière séparée cinq approximations, à savoir : TAYLOR pour (11), OLS pour (12), ECML pour (13), ECMC pour (14) et ECMCC pour (15) sur la période totale d'estimation. Le coefficient de Theil et sa décomposition sont utilisés pour mesurer la performance relative de ces trois approximations (tableau 1).

TABLEAU 1

	Taylor	OLS	ECML	ECMC	ECMCC
RMSE	1.47	.792	.450	.435	.900
Theil coef.	0.007	.004	.002	.002	.004
Biais	.563	.000	.005	.006	.000
Variance	.052	.205	.000	.000	.032
Covariance	.386	.980	.995	.994	.968

Toutes les approximations semblent très bonnes vu que le coefficient de Theil est très petit. Si l'on prend le RMSE comme critère de classement des approximations, on obtient un classement identique à celui donné par l'écart-type de la régression. La meilleure approximation est celle fournie par l'ECMC avec contraintes linéaires. L'approximation de Taylor produit un biais qui est assez important. Celui-ci disparaît quasiment dans tous les autres cas.

La spécification empirique des deux équations de comportement a été trouvée à la suite d'une procédure de modélisation à la HENRI-RICHARD [1982] menée par moindres carrés ordinaires. Pour la fonction de consommation, nous avons obtenu :

$$
\begin{aligned}
\Delta \log C = {} & - \underset{(.08)}{.27}\ \Delta \log C_{-2} - \underset{(.09)}{.41}\ \Delta \log C_{-4} - \underset{(.02)}{.11}\ \log C_{-5} \\
(16) \qquad & + \underset{(.06)}{.14}\ \Delta \log YD + \underset{(.02)}{.11}\ \log YD_{-5} \\
& - \underset{(.008)}{.022}\ D68.2 + \underset{(.008)}{.045}\ D68.3 \\
& \hat{\sigma} = .00741
\end{aligned}
$$

où YD désigne le revenu disponible obtenu comme le produit de Y avec un moins le taux de taxation. D68.2 et D68.3 sont deux variables muettes pour les deuxième et troisième trimestres de 1968. L'équation d'importation quant à elle donne :

$$
\begin{aligned}
\Delta \log \mathrm{Im} = & - \underset{(.07)}{.27}\ \Delta \log \mathrm{Im}_{-4} \\
& - \underset{(.04)}{.11}\ \log \mathrm{Im}_{-5} + \underset{(.32)}{1.23}\ \Delta \log \mathrm{Y} \\
& + \underset{(.08)}{.25}\ \log \mathrm{Y}_{-1} + \underset{(.07)}{.17}\ \Delta \log (\mathrm{P}/\mathrm{pm})_{-2} \\
& + \underset{(.07)}{.16}\ \Delta \log (\mathrm{P}/\mathrm{pm})_{-4} \\
& - \underset{(.02)}{.15}\ \mathrm{D68.2} + \underset{(.02)}{.18}\ \mathrm{D68.3} - \underset{(.30)}{.91} \\
& \hat{\sigma} = .0207
\end{aligned}
\tag{17}
$$

TABLEAU 2

Y

	Ident	Taylor	OLS	ECMC	ECMCC
RMSE	1.44	2.08	1.58	1.45	1.71
Theil	.007	.011	.007	.007	.008
Biais	.003	.367	.003	.003	.008
Variance	.038	.000	.031	.028	.030
Covariance	.960	.632	.966	.968	.962

TABLEAU 3

C

	Ident	Taylor	OLS	ECMC	ECMCC
RMSE	1.52	1.65	1.48	1.51	1.48
Theil	.010	.011	.010	.010	.010
Biais	.001	.235	.005	.002	.016
Variance	.099	.088	.069	.093	.051
Covariance	.900	.678	.926	.910	.933

TABLEAU 4

Im

	Ident	Taylor	OLS	ECMC	ECMCC
RMSE	1.25	1.35	1.19	1.28	1.20
Theil	.025	.027	.024	.026	.024
Biais	.000	.193	.000	.000	.001
Variance	.007	.025	.011	.007	.016
Covariance	.993	.783	.989	.993	.983

P désigne le déflateur du PIB et pm le prix des importations. Nous devons maintenant simuler le modèle en entier, premièrement avec l'identité non linéaire, puis ensuite avec les cinq approximations. En fait nous ne donnerons les résultats que pour quatre étant donné que ECML et ECMC sont quasiment identiques. Comme nous avons trois variables endogènes Y, C et Im, les résultats de la simulation seront caractérisés par trois tableaux séparés et similaires au tableau 1. Nous obtenons :

Quand on considère le modèle dans son ensemble, les résultats de l'approximation sont quasi identiques pour la variable Y. Les tableaux 1 et 2 donnent un classement des approximations identique. Mais pour les autres variables, les différences entre approximations sont moins sensibles. Le développement de Taylor donne toujours des résultats plus mauvais que les autres procédures, surtout en terme de biais. Mais les différences entre les méthodes procédant par estimation ne sont pas très significatives. Elles donnent en outre des résultats très similaires à ceux obtenus avec l'identité comptable exacte.

Pour répondre à la dernière question posée concernant la stabilité, nous allons calculer les valeurs propres associées au modèle pour trois linéarisations étudiées. Il ne sera possible de comparer que les approximations entre elles, étant donné que le modèle original est non linéaire. Toutefois l'approximation traditionnelle permet de se faire une idée de la dynamique du modèle autour de la moyenne des observations. Le modèle comportant trois endogènes et un maximum de cinq retards, on aura donc quinze valeurs propres qui sont pour les trois cas de figure envisagés (tableau 5).

TABLEAU 5

Valeurs propres du modèle (Modules en 3^e^ colonne)

Taylor			ECMC			ECMCC		
−0.493	0.634	0.803	−0.495	0.635	0.805	−0.482	0.600	0.770
−0.493	−0.634	0.803	−0.495	−0.635	0.805	−0.482	−0.600	0.770
−0.444	0.462	0.641	−0.448	0.467	0.647	−0.386	0.490	0.623
−0.444	−0.462	0.641	−0.448	−0.467	0.647	−0.386	−0.490	0.623
0.504	0.607	0.789	0.505	0.611	0.793	0.888	0.000	0.888
0.504	−0.607	0.789	0.505	−0.611	0.793	−0.427	0.000	0.427
0.958	0.000	0.958	0.511	0.349	0.619	0.850	0.000	0.850
0.851	0.000	0.851	0.511	−0.349	0.619	0.500	0.498	0.705
−0.000	0.000	0.001	0.000	0.000	0.000	0.500	−0.498	0.705
−0.000	−0.000	0.001	0.000	0.000	0.000	0.523	0.336	0.622
0.000	0.000	0.001	0.000	0.000	0.000	0.523	−0.336	0.622
0.000	−0.000	0.001	0.000	0.000	0.000	−0.000	0.000	0.000
0.001	0.000	0.001	0.948	0.018	0.949	−0.000	−0.000	0.000
0.505	0.348	0.614	0.948	−0.018	0.949	0.000	0.000	0.000
0.505	−0.348	0.614	0.854	0.000	0.854	0.000	0.000	0.000

Tout d'abord le modèle linéarisé par Taylor possède quatre paires de valeurs propres complexes et sept réelles dont une dominante (0.958) et cinq nulles. Aucune n'est de module supérieur à un. Donc le modèle est stable, du moins autour de la moyenne des trois endogènes. La dynamique supplémentaire introduite par l'approximation ECM laisse inchangée les six premières valeurs propres. Mais la valeur propre dominante est dédoublée en devenant légèrement complexe dans ECMC. Elle redevient réelle avec ECMCC, mais est plus petite.

Le jugement que l'on peut tirer de ce tableau, c'est que l'approximation ECM ne modifie que très légèrement la dynamique du modèle et n'introduit aucune instabilité. Par contre des essais effectués avec des approximations ECM plus compliquées perturbaient plus significativement la dynamique générale. Enfin supprimer les niveaux dans l'approximation ECM pour ne retenir que les différences, introduisait une valeur propre unitaire.

5 Conclusion

On a donc montré sur un exemple qu'une simple linéarisation de Taylor introduisait un certain biais dans les simulations. Sur une base théorique on a justifié une approximation dynamique de type ECM. Celle-ci réduit considérablement le biais et la variance dans les simulations au point de rendre équivalents les résultats avec ou sans approximation. De plus si la dynamique propre de l'approximation est maintenue simple, la dynamique générale du modèle ne semble pas significativement perturbée, du moins sur cet exemple.

Il semble intéressant de conclure sur certaines remarques d'ordre général ayant trait à la dynamique et aux linéarisations et qui se situent à la frontière entre les domaines de l'économétrie et de la théorie des systèmes dynamiques.

Il est vrai que qu'une simple relation non linéaire dans un modèle peut modifier la dynamique de celui-ci de façon totalement imprévisible. Si l'on considère par exemple le modèle dynamique très simple suivant $x_{t+1} = \lambda . x_t . (1 - x_t)$ avec $x_t \in [0,1]$, pour de faibles valeurs de λ on obtient une apparente stabilité autour de deux points attracteurs, mais le chaos apparaît pour une valeur de λ comprise entre 3 et 4. Que dire d'un modèle économétrique où une identité comptable introduirait une telle dynamique et où sa linéarisation la ferait disparaître ? Le point de vue d'un économètre qui est celui exposé dans cet article, serait de dire que le modèle est mal spécifié. Si une dynamique très particulière doit apparaître, elle doit être justifiée par la formalisation d'un comportement économique, soit d'anticipation, soit de maximisation intertemporelle. Le modèle de GRANDMONT [1985] par exemple repose sur mécanisme particulier de substitution intertemporelle dans un modèle à générations imbriquées.

Quand on veut étudier un système dynamique non linéaire en le linéarisant, on prend soin d'effectuer la linéarisation autour d'un sentier d'équilibre. Ce que montre le papier, du moins sur un exemple, c'est qu'une linéarisation autour de la moyenne des variables, d'un strict point de vue économétrique, introduit un biais dans les simulations. Le point de vue du dynamicien (voir par exemple MALGRANGE [1981]) est similaire, mais les arguments sont différents. Ce que propose le papier, c'est d'utiliser une relation de cointégration pour linéariser une identité comptable non linéaire. Par simple définition de la cointégration, si une telle relation existe entre le logarithme des variables de l'identité, c'est qu'une combinaison linaire de celles-ci (celle qui est donnée par l'estimation) décrit un état stationnaire. Les deux points de vue se rejoignent encore une fois.

• Références bibliographiques

BRILLET, J. L. (1988). – « Econometric Modelling on Micro-Computers: a Review of Major Software Options », *INSEE ronéoté*.

GRANDMONT, J. M. (1985). – « On Endogenous Competitive Business Cycles », *Econometrica*, 53, p. 995-1045.

HENDRY, D. F. et RICHARD, J. F. (1982). – « On the Formulation of Empirical Models in Dynamic Econometrics », *Journal of Econometrics*, 20, p. 33.

KRAMER, W. (1984). – « On the Consequences of Trends for Simultaneous Equation Estimation », *Economic Letters*, 14, p. 23-30.

KUH, E., NEESE et HOLLINGER P. (1985). – *Structural Sensitivity in Econometric Models*, John Willey and Sons, New York.

MALGRANGE, P. (1981). – « Note sur le calcul des valeurs propres d'un modèle macroéconométrique », *Annales de l'INSEE*, 41, p. 67-77.

STOCK, J. H. (1987). – « Asymptotic Properties of Least Squares Estimators of Cointegrated Vectors », *Econometrica*, 55, p. 1035-1056.