ANNALES D'ÉCONOMIE ET DE STATISTIQUE. – N° 17 — 1990

Contrats de travail répétés : le rôle de la mémoire

Pierre-André CHIAPPORI,
Inés MACHO-STADLER *

RÉSUMÉ. – Cet article étudie un modèle de contrat répété en risque moral pur, sous deux caractéristiques propres au marché du travail (absence d'engagement de l'agent et accumulation de capital humain). La présence de mémoire dans le contrat dynamique optimal dépend des paramètres du modèle. En particulier, pour des utilités de réservation « assez fortes », le contrat peut être sans mémoire.

Repeated Labour Contracts: the Role of Memory

ABSTRACT. – We consider a repeated moral hazard model. We make two assumptions, which are specific of labor markets (no-commitment from the agent, accumulation of human capital). The optimal contract may be with or without memory, depending on parameters. In particular, there is no memory for "high enough" reservation utilities.

---

* P. A. CHIAPPORI : DELTA, Unité mixte de recherche ENS-CNRS-EHESS, 48, boulevard Jourdan, 75014 Paris; I. MACHO-STADLER : Universidad del Pais Vasco, Bilbao. Nous remercions Roger Guesnerie, Jean-Jacques Laffont, J. David-Pérez, Patrick Rey et Bernard Salanié, ainsi qu'un rapporteur anonyme pour de nombreuses suggestions sur une première version de cet article.

1 Introduction

L'objet de cet article est d'étudier les propriétés d'une relation principal-agent qui se répète durant un nombre fini de périodes. Nous nous situons dans un cadre de risque moral pur; toutes les caractéristiques pertinentes de l'agent sont en particulier connues du principal lors de la signature du contrat. Cependant, l'agent doit, au cours de la relation, choisir une action (« fournir un effort »), et ce choix n'est pas observable par le principal; celui-ci ne mesure qu'une « performance », qui dépend à la fois de l'action choisie et de facteurs aléatoires. Un dilemme apparait alors entre les objectifs d'assurance et d'incitation : moins la rémunération de l'agent est sensible au niveau de performance, plus le transfert de risque est assuré de façon efficace, mais moins l'agent aura intérêt à choisir un niveau d'effort élevé.

1.1. Contrats de travail répétés : caractéristiques du problème

Si les propriétés du modèle statique de risque moral sont à présent bien connues, l'analyse dynamique du problème est plus récente. Dans un premier temps, la littérature s'est concentrée sur deux questions particulières, celle de la mémoire (LAMBERT [1983], ROGERSON [1985]) et celle de l'équivalence entre contrats au comptant et contrats de long terme (FUDENBERG-HOLMSTRÖM-MILGROM [1987], HOLMTRÖM-MILGROM [1987], REY-SALANIÉ [1987], MALCOMSON-SPINNEWYN [1988]). Chaque ligne de recherche a utilisé des hypothèses spécifiques, notamment sur l'existence et la structure des marchés du crédit. Une présentation unifiée de ces différentes approches peut être trouvée dans CHIAPPORI-MACHO-REY-SALANIÉ [1989] et dans MACHO [1989]. Le présent article s'intéresse à une *classe particulière* de relations principal-agent : les relations employeur-employé à l'intérieur d'une organisation productive. Cette spécialisation du propos conduit à introduire deux caractéristiques propres au domaine considéré. En premier lieu, *l'engagement* – dont on sait qu'il joue un rôle essentiel dans ces situations de contrats répétés – est *asymétrique*. L'employeur peut proposer des contrats de long terme, en s'engageant – soit de façon juridique, soit pour des raisons de réputation – à poursuivre une stratégie donnée. En revanche, un tel engagement à long terme est interdit au salarié : le droit, dans la quasi totalité des systèmes de marché, ne lui permet pas d'aliéner ou de déléguer sa liberté de choix d'un emploi. Formellement, l'agent peut donc, à tout instant, résilier légalement son contrat; le principal, de plus, ne peut pas lui imposer dans ce cas le paiement d'un dédommagement forfaitaire. [1] Nous

1. Il est clair qu'une telle disposition contractuelle reviendrait à réintroduire de fait un engagement de l'agent, pourvu que la pénalité soit assez élevée. C'est justement pour cela que le législateur interdit toute clause de ce type.

ne nous intéressons pas ici aux explications de telles dispositions; nous remarquerons seulement qu'à chaque période, l'agent ne choisira de poursuivre l'exécution du contrat convenu que si son espérance d'utilité est alors au moins égale à celle que lui garantit par ailleurs l'état du marché.

Une seconde caractéristique du modèle, également liée à son interprétation en termes de contrats de travail, est la *non stationnarité de l'utilité de réservation*. Cette hypothèse est intimement liée à la notion de capital humain. L'exercice d'une activité salariée modifie en général le stock de capital humain du travailleur (« on the job training », ou, en sens inverse, dévalorisation du capital, etc.). La conséquence est que l'utilité de réservation, qui représente la valeur du travailleur pour les autres entreprises, n'est pas constante dans le temps; par exemple, si l'activité salariée a un effet de formation sur l'individu, l'utilité de réservation croîtra en proportion. Ici encore, cette hypothèse est traditionnelle dans le champ de l'économie du travail, mais originale dans celui du risque moral répété. Le but de cet article est précisément de voir en quoi ces deux spécifications particulières – engagement asymétrique, utilités de réservation non stationnaires – modifient les conclusions obtenues jusqu'ici dans ce type de littérature.

1.2. Environnement financier : l'accès au marché du crédit

Comme le soulignent notamment MALCOMSOM-SPINNEWYN [1988] et CHIAPPORI-MACHO-REY-SALANIÉ [1989], les conclusions des modèles de risque moral répété dépendent, de façon tout à fait cruciale, de la formalisation de l'environnement financier retenue dans le modèle, et particulièrement de l'accès éventuel de l'agent à un marché du crédit. Ici encore, la spécification varie d'un modèle à l'autre. Les articles consacrés à l'équivalence contrats courts-contrats longs supposent en général l'existence d'un marché du crédit, auquel l'agent a accès dans les mêmes conditions que le principal. Une variante consiste à supposer que cet accès est *vérifiable*, et peut donc être inclu dans le contrat (FUDENBERG-HOLMSTRÖM-MILGROM [1987], MALCOMSON-SPINNEWYN [1988]). En revanche, tous les travaux consacrés à la mémoire (LAMBERT [1983], ROGERSON [1985]) supposent absence totale de marché du crédit : la consommation de l'agent est alors égale, à chaque période, au salaire qu'il reçoit.

Cette dernière formalisation s'explique probablement par la complexité supplémentaire qu'introduit, pour les problèmes de mémoire, l'existence d'un marché du crédit. Typiquement, il existe alors une infinité de contrats différents qui correspondent à un chemin d'effort et de consommation donné – les contrats se distinguant par la répartition dans le temps des versements; par exemple, on peut parfaitement décider de verser *tous* les revenus à la fin de la dernière période. La définition de la mémoire, dans un tel contexte, est plus délicate. Une synthèse est proposée dans l'article CHIAPPORI-MACHO-REY-SALANIÉ [1989]; celui-ci distingue en particulier une *mémoire en consommation* (la consommation de seconde période – qui est la même pour tous les contrats optimaux – dépend de la performance de première période) et une *mémoire en salaire* (il n'existe aucun contrat optimal pour lequel le salaire de seconde période soit toujours indépendant de la performance initiale). Evidemment, les deux notions coincident en absence de marché du crédit – cas considéré par la littérature. En revanche, si l'agent peut épargner, l'absence de mémoire en consommation est une propriété plus forte que l'absence de mémoire en salaire. [2]

Dans la première partie de l'article, où sera concentrée l'analyse formelle, nous reprendrons l'hypothèse de non accès de l'agent au marché du crédit. Cette hypothèse est particulièrement restrictive dans les modèles traditionnels, où l'on peut montrer que, pour le contrat optimal, l'agent serait désireux d'*épargner;* il faut donc supposer que l'agent n'a accès à aucun placement monétaire ou financier. En revanche, dans le contexte étudié ici d'utilité de réservation non stationnaire, ce résultat n'est plus nécessairement vrai. Dans le cas le plus intéressant (celui où le stock de capital humain croît « suffisamment »), l'agent serait au contraire désireux d'*emprunter;* et l'absence de marché de crédit peut s'interpréter alors comme un contingentement sur l'emprunt maximal possible (dû par exemple à des phénomènes de sélection adverse dans la relation banquier-agent, non considérés ici). Une discussion générale de la validité de ces résultats en présence d'un marché du crédit se trouve dans la dernière partie de l'article.

1.3. Mémoire et tests empiriques

Dans cet article, nous nous intéressons particulièrement au rôle de la mémoire dans les contrats de long terme. Précisément, nous tentons de voir si le paiement contingent que l'agent reçoit à l'issue de chaque période dépend, dans le contrat optimal, de l'histoire passée des relations, ou simplement des résultats de la période.

Un des intérêts de cette question réside dans ses conséquences empiriques, notamment pour l'étude des mécanismes de rémunération et de promotion dans une organisation. La littérature théorique distingue deux cas polaires : l'information cachée (un paramètre pertinent n'est pas connu par une des parties, ou par les deux, lors de la signature du contrat) et l'action cachée (« risque moral »). Il est naturel de se demander s'il est possible de distinguer *empiriquement* entre ces différents cas. Supposons, par exemple, que l'on dispose de données sur les carrières des agents; quels tests peut-on envisager?

Un premier type de test pourrait porter sur les relations entre performances d'une part, rémunérations d'autre part. De fait, la littérature met en relief un certain nombre de conditions caractérisant, dans le contrat optimal, les liens entre résultats et récompenses. Cependant, ce type de vérification, *a priori* envisageable, se heurte en pratique à l'absence de données pertinentes sur les performances. Celles-ci sont certes observées par le principal; mais elles ne sont en général pas accessibles à l'économètre. MALCOMSON

---

2. Techniquement, si c^{ij} est la consommation de seconde période contingente à la séquence de résultats (i, j), la première propriété implique que c^{ij} soit indépendant de i, la seconde que $c^{ij} - c^{ik}$ soit indépendant de i (resp. pour tout i, j et i, j, k).

[1984], résumant un certain nombre de conclusions de la littérature empirique, explique par exemple que « la performance n'est en général définie que de façon subjective, par exemple par l'appréciation d'un supérieur hiérarchique » (p. 407; notre traduction). Or il est très rare que ces appréciations soient disponibles pour l'observation empirique.

Le plus souvent, il sera donc nécessaire de se restreindre aux prédictions concernant la structure des rémunérations, à l'exclusion de toute autre variable endogène. Bien que de telles conclusions soient souvent imprécises, une exception intéressante touche justement la *mémoire* du mécanisme de promotion. Imaginons, par exemple, qu.un certain type de modèle conclue à l'absence de mémoire en salaire dans le contrat optimal. Une telle conclusion est, en droit, tout à fait testable; on peut la ramener, soit à des propriétés d'absence d'autocorrélation des résidus, soit à la non significativité de variables « de mémoire » (carrière passée, . . .). BOURGUIGNON-CHIAPPORI [1988] présentent une approche de ce type dans le cadre, plus complexe, d'un modèle de marché interne de travail.

Il est donc intéressant de connaître les conséquences, en termes de mémoire, des principaux types de modèle. On peut brièvement rappeler quelques conclusions classiques. Dans le cas d'information incomplète et symétrique (ni le principal ni l'agent ne connaissent le paramètre pertinent; ils le découvrent simultanément), on peut montrer (HARRIS-HOLMSTRÖM [1982], PRESCOTT-VISSCHER [1980]) que le contrat prend en compte l'ensemble des performances passées. L'intuition est claire : il s'agit essentiellement d'inférence statistique, et chaque performance passée apporte de l'information sur le paramètre inconnu. A l'inverse, dans le cas pur de sélection adverse (l'agent connaît parfaitement ses caractéristiques, que le principal ignore), le contrat optimal est sans mémoire, au moins si le peincipal peut s'engager; on montre en effet que le mieux que le principal puisse faire est de répéter le contrat statistique, c'est-à-dire de s'engager à ne pas utiliser l'information précédente – faute de quoi l'agent aura intérêt à ne pas la révéler (HOLMSTRÖM [1979], FREIXAS-GUESNERIE-TIROLE [1985]). Enfin, un cas intermédiaire est celui où le paramètre, initialement connu du seul agent, est révélé progressivement au cours du temps, indépendement des décisions de l'agent; on peut penser, par exemple, au risque intrinsèque d'accident automobile, « révélé » par la fréquence empirique des sinistres. Dans ce cas, le contrat optimal est à mémoire, et accorde « le même poids » à chaque observation passée (HENRIET-ROCHET [1986]).

Que devient cette proposition dans le cadre choisi ici – c'est-à-dire avec engagement asymétrique et variation de l'utilité de réservation entre périodes? Nous montrons tout d'abord qu'en l'absence de marché du crédit, le contrat optimal dépend essentiellement de la valeur des utilités de réservation de seconde période. Trois cas sont possibles. Soit le contrat optimal est identique à celui d'engagement bilatéral : la possibilité qu'a l'agent de quitter l'entreprise ne joue aucun rôle, et le contrat optimal est en particulier à mémoire. Soit, à l'inverse, la possibilité qu'a l'agent de quitter l'entreprise est contraignante (au sens où la contrainte correspondante est saturée), quelque soit son résultat en première période; dans ce cas le contrat optimal d'engagement asymétrique est sans mémoire. Le troisième cas est un cas intermédiaire; le contrat optimal est différent (et inférieur) au contrat à engagement bilateral, mais il présente néanmoins de la mémoire. Ces résultats sont montrés dans la seconde partie; leur extension à des contextes plus généraux est envisagée dans la dernière partie.

2 Le modèle

2.1. Hypothèses générales

Le modèle développé dans ce qui suit repose sur quelques hypothèses de base. Tout d'abord, on supposera, de façon classique, que la performance de l'agent est discontinue. Cette hypothèse est essentiellement technique, et peut se justifier par divers arguments. Par exemple, la discontinuité peut être technologique (au sens large) : la « performance » peut n'être soit définie, soit mesurée, que de façon discontinue (contrôle de qualité, par exemple). Par ailleurs, même si la performance est continue, le contrat peut ne la prendre en compte que de façon discrète (c'est par exemple le cas des « tournois » – *voir* MALCOMSON [1984]). En tout état de cause, nous supposerons qu'il existe un nombre fini de performances possibles, chacune réalisée avec une probabilité dépendant du niveau d'effort de l'agent.

Nous introduisons également, au moins dans un premier temps, deux hypothèses de séparabilité. D'une part, on suppose que la structure du modèle est séparable entre les périodes. Plus précisément, on admet que la fonction d'utilité de l'agent est séparable dans le temps et que les performances sont indépendantes d'une période à l'autre. Ces deux hypothèses sont essentielles dans un problème d'aléa moral *pur*. En effet, l'effort de l'agent est connu de lui seul. Si l'effort de première période modifiait les préférences ultérieures, l'information des partenaires en début de seconde période serait asymétrique : l'agent posséderait une information sur l'une de ses caractéristiques (ses préférences), dont le principal serait privé. Ceci introduirait alors un élément d'antisélection dans le contrat. De même, en cas de corrélation des chocs, la connaissance du niveau d'effort de première période fournirait à l'agent une information sur la distribution conditionnelle de la performance future, que le principal n'aurait pas. Là encore, l'hypothèse d'indépendance est nécessaire pour éviter d'introduire dans le modèle des éléments d'antisélection. [3] Par ailleurs, nous supposerons dans un premier temps les préférences de chaque période séparables entre consommation et effort. Cette hypothèse n'est pas nécessaire au résultat, mais elle permet de simplifier notablement l'exposition du modèle et la démonstration des résultats.

3. Cette remarque est faite notamment, dans un contexte différent, par FUDENBERG-HOLMSTRÖM-MILGROM [1987] et REY-SALANIÉ [1987].

2.2. Le modèle

On considère donc une relation principal-agent qui se déroule sur deux périodes. Au cours de chaque période l'agent choisit un niveau d'effort, puis la nature détermine la performance résultante. Le contrat liant le principal et l'agent porte sur le paiement d'une rémunération à la fin de chaque période; la rémunération est contingente à l'information disponible, c'est-à-dire la performance de première période pour la première rémunération, et les deux performances pour la seconde.

L'utilité de l'agent est :

$$U(s_1, s_2, e_1, e_2) = u(s_1) - v(e_1) + u(s_2) - v(e_2)$$

où s_t est le niveau de la rémunération en période t et e_t, appartenant à $[0, 1]$, l'effort. [4] L'absence d'actualisation simplifie les calculs sans modifier les conclusions. De façon classique, on supposera u strictement croissante et strictement concave : l'agent a de l'aversion pour le risque – hypothèse sans laquelle le problème de risque moral est trivial. De plus, on supposera que l'ensemble des valeurs possibles du salaire et de l'utilité est non borné.

La performance de l'agent est discontinue, n résultats étant possibles. On note $P^i(e)$ la probabilité d'obtenir le résultat i lorsque le niveau d'effort est e, avec $\sum_i P^i(e) = 1$. Les probabilités $P^i(e)$, pour tout i, sont supposées identiques dans les deux périodes. [5] De plus, on supposera, comme on l'a vu, les performances indépendantes d'une période à l'autre.

La rémunération de chaque période est contingente aux performances présentes et passées. En première période, l'agent reçoit s^i si le résultat observé est i. De même, en seconde période, il reçoit une rémunération s^{ij} s'il a obtenu le résultat i en première période puis le résultat j en seconde période. Un contrat est donc un vecteur $(s^i, s^{ij})_{i,\, j=1,\, \ldots,\, n}$ de rémunérations contingentes. Le contrat est sans mémoire si la rémunération de seconde période ne dépend que de la seconde performance, donc si $s^{ij} = s^{kj}$ pour tout $i, k, j = 1, \ldots, n$.

A chaque période l'agent, nous l'avons vu, peut quitter la firme et s'engager sur le marché du travail. On désignera par $\underline{U}$ l'utilité qu'il obtiendrait sur le marché s'il renonçait à signer le contrat en début de première période et par U^{00} celle qu'il recevrait s'il la quittait en début de seconde période. On notera que U^{00} est indépendante de la performance de première période : en effet, comme on l'a vu, cette performance ne révèle rien sur les caractéristiques de l'agent (pas d'anti-sélection), et il serait donc irrationnel,

4. On peut remarquer à ce sujet que la quasi totalité des modèles à effort continu supposent un space d'efforts compact, et une solution intérieure, sans jamais se demander si l'existence d'une solution de coin modifierait les conclusions (voir par exemple LAMBERT [1983]). Cette remarque ne s'applique pas à l'analyse de ROGERSON [1985].

5. On pourrait supposer que les probabilités varient de période en période comme conséquence de l'accumulation de capital humain. A nouveau, les résultats principaux ne seraient pas affectés par cette complexité supplémentaire.

pour l'entreprise qui accueille l'agent, d'en tenir compte. [6] On notera parfois U^0 la différence $\underline{U} - U^{00}$.

Enfin, le principal est supposé neutre vis-à-vis du risque. [7] Admettons que le principal décide de concrétiser l'effort e_1 à la première période et l'effort e_2^i à la deuxième si le résultat i a été observé dans le passé. Le principal cherchera à minimiser les coûts nécessaires pour inciter l'agent à suivre un tel comportement. Le contrat devra remplir de plus deux types de contraintes, correspondant d'une part à l'incitation de l'agent à chaque période, d'autre part à la contrainte de rationalité individuelle de l'agent – celui-ci à chaque période, n'acceptant de demeurer dans l'entreprise que si l'utilité qu'il retire est, en espérance, au moins égale à celle que lui garantit le marché.

Techniquement, les contraintes d'incitation s'obtiennent en écrivant que l'effort est choisi de façon optimale par l'agent. En seconde période, ceci donne

$$(1\,i) \qquad e_2^i \in \arg\max_{\hat{e}_2} \sum_j P^j(\hat{e}_2)\, u(s^{ij}) - v(\hat{e}_2)$$

pour tout résultat i obtenu auparavant. De même, en première période (en supposant la contrainte de seconde période satisfaite) :

$$(2) \qquad e_1 \in \arg\max_{\hat{e}_1} \sum_i P^i(\hat{e}_1)\left[u(s^i) + \sum_j P^j(e_2^i)\, u(s^{ij}) - v(e_2^i)\right] - v(\hat{e}_1).$$

Dans la classe de contrats vérifiants ces inégalités, la contrainte de rationalité individuelle de seconde période s'écrit :

$$(3\,i) \qquad \sum_j P^j(e_2^i)\, u(s^{ij}) - v(e_2^i) \geqslant U^{00}$$

pour tout résultat i obtenu dans le passé. De même, en première période :

$$(4) \qquad \sum_i P^i(e_1)\left[u(s^i) + \sum_j P^j(e_2^i)\, u(s^{ij}) - v(e_2^i)\right] - v(e_1) \geqslant \underline{U}.$$

6. Remarquons que dans le cadre stationnaire, les conditions de séparabilité sur la fonction d'utilité de l'agent et d'indépendence des distributions de probabilité sont suffisantes pour éviter d'introduire une dimension de sélection adverse. Dans notre cadre une condition additionnelle portant sur l'évolution de l'utilité de réservation s'avère nécessaire : on doit supposer que l'utilité de réservation ne dépend pas de l'effort de l'agent. Une utilité de réservation liée à l'effort introduirait en effet deux difficultés. D'une part, les objectifs du principal et de l'agent ne seraient plus totalement opposés et la condition classique de « conflictualité » ne serait pas nécessairement vérifiée. D'autre part, ceci amènerait un élément d'anti-sélection : une information pertinente (l'utilité de réservation) serait connue de l'agent mais pas du principal. La modélisation de ce dernier point serait d'ailleurs délicate : comme on voit mal pourquoi les autres entreprises pourraient observer une information que le principal n'observe pas, il faudrait supposer que celles-là proposent à l'agent des contrats d'embauche révélateurs; U^{00} serait alors l'utilité espérée de l'agent, compte tenu des pertes de bien-être inhérentes à un tel contrat.

7. Supposer le principal neutre vis-à-vis du risque simplifie la présentation et évite une discussion sur l'accès du principal au marché du crédit lorsque l'agent en est exclu. Cependant les résultats qualitatifs sont encore valables dans le cas d'un principal ennemi du risque (voir CHIAPPORI-MACHO-REY-SALANIÉ [1989]).

La fonction objectif du principal est donnée par :

$$\Pi = I_1 + I_2 - C$$

où I_1 est la productivité de l'agent en première période quand il fournit l'effort maximal, I_2 sa productivité de seconde période et C représente le coût salarial espéré. [8]

$$C = \sum_i P^i(e_1)\, s^i + \sum_{ij} P^i(e_1)\, P^j(e_2^i)\, s^{ij}.$$

Enfin, dans notre cadre la maximisation du profit espéré Π implique la minimisation de la fonction de coût salarial C pour les efforts solution au programme du principal.

Le programme du principal s'écrit :

$$(\mathrm{R}) \left\{ \begin{array}{ll} & \operatorname{Min} C = \sum_i P^i(e_1)\, s^i + \sum_{ij} P^i(e_1)\, P^j(e_2^i)\, s^{ij} \\ (1\,\mathrm{i}) & e_2^i \in \arg\max_{\hat{e}_2} \sum_j P^j(\hat{e}_2)\, u(s^{ij}) - v(\hat{e}_2) \quad \text{pour tout } i \\ (2) & e_1 \in \arg\max_{\hat{e}_1} \sum_i P^i(\hat{e}_1)\, [u(s^i) + \sum_j P^j(e_2^i)\, u(s^{ij}) - v(e_2^i)] - v(\hat{e}_1) \\ (3\,\mathrm{i}) & \sum_j P^j(e_2^i)\, u(s^{ij}) - v(e_2^i) \geqslant U^{00} \quad \text{pour tout } i \\ (4) & \sum_i P^i(e_1)\, [u(s^i) + \sum_j P^j(e_2^i)\, u(s^{ij}) - v(e_2^i)] - v(e_1) \geqslant \underline{U}. \end{array} \right.$$

On peut remarquer, incidemment, que l'absence d'engagement de l'agent est uniquement reflétée par les contraintes (3 i) : il suffit de supprimer celles-ci pour retrouver le programme d'*engagement bilatéral*, caractérisant le contrat optimal si l'agent pouvait effectivement s'engager à long terme. En particulier, les solutions de ces deux programmes ne diffèrent *que si l'une au moins des contraintes* (3 *i*) *est saturée*; nous reviendrons plus loin sur ce point.

Il est commode de réécrire le programme (R) en posant $u^i = u(s^i)$ et $u^{ij} = u(s^{ij})$. Si l'on désigne par ψ la fonction d'utilité réciproque u^{-1}, on remarque que ψ est croissante et strictement convexe. Le programme

8. La différence entre I_1 et I_2 reflète l'effet pour le principal de l'acquisition de capital humain par l'agent. Dans le cas qui nous intéresse $I_2 > I_1$. De plus on suppose que dans ce cas I_2 est assez grand pour que le principal souhaite garder l'agent en deuxième période, même si son utilité de réservation augmente. Cette hypothèse semble raisonnable si l'on admet que la variation de la « valeur » de l'agent due a l'accumulation de capital humain est moins forte sur le marché que dans la firme, en raison de la présence de capital humain partiellement spécifique.

devient :

$$
(\mathrm{R}) \left\{
\begin{array}{ll}
 & \operatorname{Min} \sum\limits_i \mathrm{P}^i(e_1)\,\psi(u^i) + \sum\limits_{ij} \mathrm{P}^i(e_1)\,\mathrm{P}^j(e_2^i)\,\psi(u^{ij}) \\
(1'i) & e_2^i \in \arg\max \sum\limits_j \mathrm{P}^j(\hat{e}_2)\,u^{ij} - v(\hat{e}_2) \quad \text{pour tout } i \\
(2') & e_1 \in \arg\max \sum\limits_i \mathrm{P}^i(\hat{e}_1)\,[u^i + \sum\limits_j \mathrm{P}^j(e_2^i)\,u^{ij} - v(e_2^i)] - v(\hat{e}_1) \\
(3'i) & \sum\limits_j \mathrm{P}^j(e_2^i)\,u^{ij} - v(e_2^i) \geqslant \mathrm{U}^{00} \quad \text{pour tout } i \\
(4') & \sum\limits_i \mathrm{P}^i(e_1)\,[u^i + \sum\limits_j \mathrm{P}^j(e_2^i)\,u^{ij} - v(e_2^i)] - v(e_1) \geqslant \underline{\mathrm{U}}.
\end{array}
\right.
$$

C'est ce programme qui est étudié par la suite.

2.3. Un exemple introductif

Comme nous l'avons signalé en introduction, *la répétition du contrat statique n'est jamais optimale.* Nous allons donner une première intuition de ce résultat à partir d'un exemple simple.

Supposons qu'il n'y ait que deux résultats possibles, R (« réussite ») ou E (« échec »), et que l'agent choisisse entre deux efforts possibles ($e \in \{0, 1\}$); posons $v(0)=0$, $v(1)=c$. Soit $\mathrm{P}(e)$ la probabilité de réussite conditionnelle à l'effort e (la probabilité d'échec est donc $1-\mathrm{P}(e)$) et supposons $\mathrm{P}(1) > \mathrm{P}(0) > 0$. Admettons que le principal veuille inciter l'agent à choisir l'effort $e=1$ à chaque période. Nous nous situons dans le cadre statique, $\underline{\mathrm{U}} = 2\,\mathrm{U}^0 = 2\,\mathrm{U}^{00}$. Notons finalement l'espérance du coût du principal :

$$
\mathrm{C} = \mathrm{P}(1)\,[s^{\mathrm{R}} + \mathrm{P}(1)\,s^{\mathrm{RR}} + (1-\mathrm{P}(1))\,s^{\mathrm{RE}}] + (1-\mathrm{P}(1))\,[s^{\mathrm{E}} + \mathrm{P}(1)\,s^{\mathrm{ER}} + (1-\mathrm{P}(1))\,s^{\mathrm{EE}}].
$$

Le contrat optimal statique donnera une utilité $\hat{u}^{\mathrm{R}}$ en cas de réussite et $\hat{u}^{\mathrm{E}}$ en cas d'échec. Considérons à présent la duplication de ce contrat statique, et appliquons la modification indiquée figure 1 : on retire ε à $\hat{u}^{\mathrm{R}}$ pour le reporter en seconde période, et on ajoute ε' à $\hat{u}^{\mathrm{E}}$ de la même façon. Ces transformations sont possibles si ni la fonction d'utilité ni les paiements ne sont bornés. De plus, il est facile de vérifier que toutes les contraintes restent satisfaites. L'espérance d'utilité en période 1 n'a pas changé. L'incitation en période 2 non plus, puisqu'elle ne dépend que de la différence d'utilité entre réussite et échec, qui reste identique. De même, l'utilité espérée en cas de réussite en première période est constante, ainsi que l'utilité espérée en cas d'échec; l'incitation en période 1 est donc satisfaite.

Comment varie alors le coût? Pour ε et ε' petits, la variation du coût est la somme de :

$$
d\mathrm{C} = \{-\psi'(\hat{u}^{\mathrm{R}}) + [\mathrm{P}(1)\,\psi'(\hat{u}^{\mathrm{R}}) + (1-\mathrm{P}(1))\,\psi'(\hat{u}^{\mathrm{E}})]\}\,\varepsilon
$$

et

$$
d\mathrm{C}' = \{\psi'(\hat{u}^{\mathrm{E}}) - [\mathrm{P}(1)\,\psi'(\hat{u}^{\mathrm{R}}) + (1-\mathrm{P}(1))\,\psi'(\hat{u}^{\mathrm{E}})]\}\,\varepsilon'.
$$

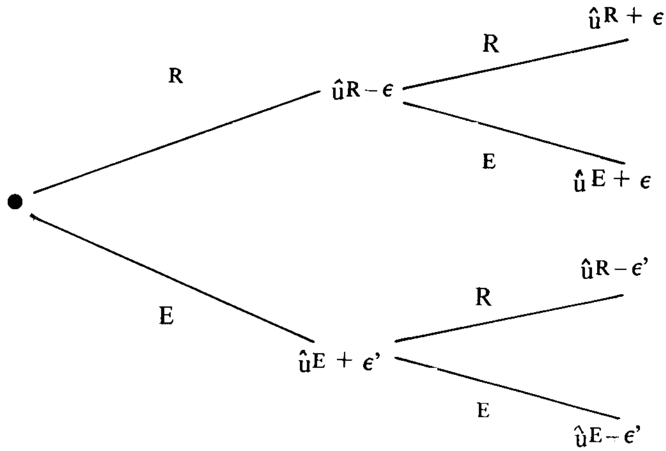

FIGURE 1

Comme ψ est convexe et $\hat{u}^R > \hat{u}^E$, dC et dC' sont négatifs. Ces changements diminuent le coût et améliorent donc le contrat. On en conclut que la répétition du contrat statique ne peut s'avérer optimale, car elle se heurte à la nécessité d'un « lissage » intertemporel des revenus.

L'argument développé ici montre que le contrat à engagement bilatéral domine strictement la répétition du contrat statique optimal. Mais il s'applique aussi au cas de l'engagement asymétrique (toujours dans le cas où l'utilité de réservation de seconde période est identique à celle du contrat statique). L'intuition est simple : si l'agent ne peut pas s'engager à rester dans la relation, les transferts du futur vers le présent ne sont plus réalisables car le contrat, en seconde période, procurerait moins à l'agent (en espérance) que le marché; l'agent quitterait alors l'entreprise. Par contre, les transferts du présent vers le futur restent possibles; l'argument précédent continue donc à s'appliquer pour $\varepsilon' = 0$, $\varepsilon > 0$.

On peut évidemment généraliser cet exemple.

3 Résultats

3.1. Répétition du contrat statique

PROPOSITION 1 (ROGERSON [1985]) : La répétition du contrat optimal statique n'est jamais optimale, en engagement bilatéral comme en engagement asymétrique.

Démonstration : La démonstration est une simple généralisation de l'argument précédent. Soit un contrat $(\hat{u}^i, \hat{u}^{ij})$ qui concrétise les efforts (e_1, e_2^i). Soit le contrat :

$$u^i = \hat{u}^i \quad \text{pour tout } i \neq k$$

$$u_{ij} = \hat{u}^{ij} \quad \text{pour tout } i \neq k \text{ et pour tout } j$$

c'est-à-dire, toutes les branches du jeu restent inchangées sauf celle associée à la k-ième performance, pour laquelle on considère :

$$u^k = \hat{u}^k - \delta$$

$$u^{kj} = \hat{u}^{kj} + \delta \quad \text{pour tout } j$$

ce qui équivaut à transférer de la consommation entre les deux périodes.

Il est facile à vérifier que, comme dans l'exemple présenté ci-dessus, le nouveau contrat appartient à l'ensemble des contrats admissibles. Étant donné que ces transferts sont toujours possibles (tant que ni la fonction d'utilité ni les paiements ne sont bornés), le contrat conçu par le principal doit rendre minimal le coût salarial, ce qui implique qu'aucun transfert entre périodes soit profitable. Formellement, $\delta = 0$ doit être solution de :

$$\underset{\delta}{\text{Min}} \, [\psi(u^i - \delta) + \sum_j \text{P}^j(e_2^i)\, \psi(u^{ij} + \delta)].$$

La condition nécessaire de ce programme est

$$(5) \qquad \frac{1}{u'(s^i)} = \sum_j \text{P}^j(e_2^i) \frac{1}{u'(s^{ij})} \quad \text{pour tout } i.$$

Remarquons maintenant que

(*a*) la répétition du contrat optimal statique ne remplit pas cette condition : si e_2^i et (s^{ij}) sont indépendants de i, la suite des contrats optimaux statiques peut satisfaire (5) seulement si s^i est aussi indépendant de i – mais, dans ce cas, il n'existe plus aucune incitation, ce qui est absurde.

(*b*) Le contrat avec engagement bilatéral est à mémoire; en d'autres termes, si $i, k \in \{1, \ldots, n\}$ sont tels que $s^i \neq s^k$, alors il doit exister au moins un $j \in \{1, \ldots, n\}$ pour lequel $s^{ij} \neq s^{kj}$. Supposons, en effet, que ce ne soit pas le cas et que $s^{ij} = s^{kj}$ pour tout j. Alors l'agent peut fournir le même effort de seconde période $t = 2$ dans les deux situations (*i.e.*, $e_2^i = e_2^k$); ceci mène à une contradiction car (5) implique alors que $s^i = s^k$. De plus, sur le contrat de long terme, l'effort de deuxième période dépend en général de la performance observée dans le passé.

(*c*) Si l'engagement est asymétrique, la minimisation ci-dessus est soumise à la contrainte

$$\sum_j \text{P}^j(e_2^i)(u^{ij} + \delta) - v(e_2^i) \geqslant \text{U}^0 = \text{U}^{00}.$$

Cette contrainte peut empêcher les transferts du futur vers le présent à partir de la répétition du contrat optimal statique; mais dès qu'il existe un

i pour lequel

$$\frac{1}{u'(s^i)} - \sum_j P^j(e_2) \frac{1}{u'(s^j)} > 0$$

les transferts du présent vers le futur restent possibles (et profitables). Un tel i existe puisque étant donné que sur le contrat optimal statique $\sum_j P^j(e_2) u(s^j) - v(e_2) = U^0$, le contraire impliquerait que l'agent est complètement assuré à $t=1$, ce qui contredirait la contrainte d'incitation. □

La proposition 1 permet de conclure que la mémoire joue un rôle important dans le contrat multipériode; aussi bien l'effort de l'agent de deuxième période que son salaire (qui est égal à sa consommation, puisqu'il n'a pas accès au marché de crédit) dépendent du résultat de première période dès que celui-ci détermine le salaire à $t=1$. [9] De plus, l'intuition de l'exemple précédent est conservée : si l'agent réalise une « bonne » performance en première période, correspondant à un salaire « élevé » (techniquement : si l'utilité marginale du salaire est inférieure à la moyenne harmonique des utilités marginales du contrat statique), alors le contrat optimal de long terme lisse sa consommation en transférant une partie du paiement vers la seconde période; on peut noter que ceci impose un engagement du principal, mais évidemment pas de l'agent.

3.2. Formes des solutions de (R).

Des considérations précédentes, on conclut que si l'utilité de réservation est stationnaire, le contrat à engagement asymétrique domine strictement la répétition du contrat optimal de court terme. Le problème est à présent de voir à quelles conditions les solutions de (R) exhibent de la mémoire. La réponse dépend essentiellement des contraintes de rationalité individuelle en deuxième période – donc du niveau d'utilité de réservation U^{00}. Plus précisément :

Proposition 2 : (*a*) Si toutes les contraintes de rationalité individuelle de seconde période sont saturées à l'optimum, alors le contrat optimal au sens de (R) est sans mémoire. Il est strictement dominé par le contrat d'engagement bilatéral.

(*b*) Si certaines contraintes de rationalité individuelle sont non-saturées à l'optimum, le contrat optimal est à mémoire.

(*c*) Si aucune contrainte de rationalité individuelle n'est saturée en seconde période, le contrat optimal est identique au contrat d'engagement bilatéral. En particulier, le contrat d'engagement bilatéral est à mémoire.

Démonstration : (*a*) Supposons tout d'abord que les contraintes de rationalité individuelle soient toutes saturées en seconde période. Le programme

9. Chiappori-Macho-Rey-Salanié [1989] présente la généralisation de ce résultat au cas non séparable.

devient :

$$(\mathrm{R}') \left\{\begin{array}{c} \operatorname{Min} \mathrm{C}=\sum\limits_{i} \mathrm{P}^{i}(e_1) s^{i}+\sum\limits_{ij} \mathrm{P}^{i}(e_1) \mathrm{P}^{j}(e_2^{i}) s^{ij} \\ e_2^{i} \in \arg\max \sum\limits_{j} \mathrm{P}^{j}(\hat{e}_2) u(s^{ij})-v(\hat{e}_2) \quad \text{pour tout } i \\ e_1 \in \arg\max \sum\limits_{i} \mathrm{P}^{i}(\hat{e}_1)[u(s^{i})+\sum\limits_{j} \mathrm{P}^{j}(e_2^{i}) u(s^{ij})-v(e_2^{i})]-v(\hat{e}_1) \\ \sum\limits_{j} \mathrm{P}^{j}(e_2^{i}) u(s^{ij})-v(e_2^{i})=\mathrm{U}^{00} \quad \text{pour tout } i \\ \sum\limits_{i} \mathrm{P}^{i}(e_1)[u(s^{i})+\mathrm{U}^{00}]-v(e_1) \geqslant \underline{\mathrm{U}}. \end{array}\right.$$

Il est équivalent aux $(n+1)$ programmes indépendants :

$$(\mathrm{R}_0'') \left\{\begin{array}{c} \operatorname{Min} \sum\limits_{i} \mathrm{P}^{i}(e_1) \psi(u^{i}) \\ \sum\limits_{i} \mathrm{P}^{i}(e_1) u^{i}-v(e_1)=\mathrm{U}^{0} \\ e_1 \in \arg\max \sum\limits_{i} \mathrm{P}^{i}(\hat{e}_1) u^{i}-v(\hat{e}_1) \end{array}\right.$$

et

$$(\mathrm{R}_i'') \left\{\begin{array}{c} \operatorname{Min} \sum\limits_{j} \mathrm{P}^{j}(e_2^{i}) \psi(u^{ij}) \\ e_2^{i} \in \arg\max \sum\limits_{j} \mathrm{P}^{j}(\hat{e}_2) u^{ij}-v(\hat{e}_2) \\ \sum\limits_{j} \mathrm{P}^{j}(e_2^{i}) u^{ij}-v(e_2^{i})=\mathrm{U}^{00} \end{array}\right.$$

pour tout $i=1, \ldots, n$, où $\mathrm{U}^0=\underline{\mathrm{U}}-\mathrm{U}^{00}$.

En particulier, les programmes (R_i''), $i=1, \ldots, n$, sont exactement les contrats optimaux statiques associés à l'utilité de réservation U^{00}.

Tous ces programmes ont la même solution dès que ψ est strictement convexe. On en déduit que le contrat est sans mémoire.

(*b*) Supposons à présent que l'une des contraintes soit non saturée. Dans ce cas, le contrat optimal a nécessairement de la mémoire. Dans un contrat sans mémoire, en effet, l'effort e_2 et l'utilité espérée $\sum\limits_{j} \mathrm{P}^{j} u^{ij}$ sont indépendants de i; par conséquent, puisqu'il existe un seul schéma qui minimise le coût, ou bien toutes les contraintes sont saturées ou bien aucune l'est. L'argument présenté dans la démonstration de la proposition 1 s'applique. Si le contrat est sans mémoire les u^{ij} ne dépendent pas de i et alors les u^{i} non plus; mais, dans ce cas, la contrainte d'incitation en première période n'est pas satisfaite.

(*c*) Immédiat. □

Le résultat dépend donc essentiellement de la saturation des contraintes. Il est naturel de penser que cette situation a d'autant plus de chances de se produire que l'utilité de réservation de seconde période, U^{00}, est plus élevée (à utilité de réservation de première période $U^0 = \underline{U} - U^{00}$ donnée). Cette intuition est confirmée par le résultat suivant :

Proposition 3 : Supposons que le contrat optimal sur une période soit non aléatoire. Pour U^0 fixée, soit $\underline{U}^{00}$ une utilité de réservation de seconde période telle que toutes les contraintes de rationalité individuelle soient saturées en seconde période. Pour tout $U^{00} > \underline{U}^{00}$, toutes les contraintes de rationalité individuelle sont saturées.

Démonstration : Écrivons le programme du principal comme :

$$F(A, X) = \underset{(u_i, e)}{\mathrm{Min}} \sum_i P^i(e)\,\psi(u^i)$$
$$\left| \begin{array}{l} \sum_i P'^i(e)\,u^i - v'(e) \geqslant A \\ \sum_i P^i(e)\,u^i - v(e) = X \end{array} \right.$$

où X représente l'utilité espérée. F(A, X) est strictement croissante et strictement convexe par rapport à X; dans le cas contraire la solution du programme antérieur serait un contrat optimal statique incluant une loterie sur différents schémas de rémunération, ce qui est exclu par hypothèse. Remarquons maintenant qu'à la deuxième période le contrat peut s'écrire (en notant X^i l'utilité espérée contingeante au résultat i en première période)

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathrm{Min} \sum_j P^j(e^i)\,\psi(u^{ij}) \\ \sum_j P'^j(e^i)\,u^{ij} - v'(e^i) \geqslant 0 \\ \sum_j P^j(e^i)\,u^{ij} - v(e^i) = X^i. \end{array} \right.$$

Le coût correspondant est donc égal à $F(0, X^i)$. Par ailleurs, en première période, le contrat est tel que

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathrm{Min} \sum_i P^i(e)\,\psi(u^i) \\ \sum_i P'^i(e)\,[u^i + \sum_j P^j(e^i)\,u^{ij} - v(e^i)] - v'(e) \geqslant 0 \\ \sum_i P^i(e)\,[u^i + \sum_j P^j(e^i)\,u^{ij} - v(e^i)] - v(e) = \underline{U} \end{array} \right.$$

ce qui est équivalent au programme

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathrm{Min} \sum_i P^i(e)\,\psi(u^i) \\ \sum_i P'^i(e)\,u^i - v'(e) \geqslant \sum_i P'^i(e)\,[\sum_j P^j(e^i)\,u^{ij} - v(e^i)] \\ \sum_i P^i(e)\,u^i - v(e) = \underline{U} - \sum_i P^i(e)\,[\sum_j P^j(e^i)\,u^{ij} - v(e^i)] \end{array} \right.$$

d'où le coût de $F[-\sum_i P'^i(e)X^i, \underline{U}-\sum_i P^i(e)X^i]$ en première période. Avec cette notation le coût salarial total peut être exprimé comme :

$$C(X^1, \ldots, X^n)=F[-\sum_i P'^i(e)X^i, \underline{U}-\sum_i P^i(e)X^i]+\sum_i P^i(e)F(0, X^i)$$

où X^i est l'utilité espérée en seconde période si le résultat i a été observé en $t=1$ et $\underline{U}-U^{00}=U^0$. Si toutes les contraintes sont saturées en $\underline{U}^{00}$, ceci signifie que, pour tout i,

$$\frac{\delta C}{\delta X^i}(\underline{U}^{00}, \underline{U}^{00}, \ldots, \underline{U}^{00}) \geqslant 0$$

(intuitivement : on aimerait baisser l'utilité espérée X^i pour diminuer le coût). Or :

$$\frac{\delta C}{\delta X^i}(U^{00}, \ldots, U^{00})=-P'^i(e)F'_1(0, U^0)$$

$$-P^i(e)F'_2(0, U^0)+P^i(e)F'_2(0, U^{00}).$$

De plus $P^i(e)F'_2(0, U^{00}) \geqslant P^i(e)F'_2(0, \underline{U}^{00})$ pour tout $U^{00} \geqslant \underline{U}^{00}$, puisque F est convexe. Par conséquent, on en déduit que, pour tout $U^{00} > \underline{U}^{00}$ et pour tout i,

$$\frac{\delta C}{\delta X^i}(U^{00}, U^{00}, \ldots, U^{00}) \geqslant 0$$

et les contraintes sont donc bien toutes saturées pour U^{00}. □

Les résultats précédents peuvent donc être résumés comme suit. Le contrat optimal est sans mémoire seulement si l'utilité de réservation de seconde période est « suffisamment élevée » pour que toutes les contraintes de rationalité individuelle soient saturées. Dans le cas contraire, le contrat a de la mémoire. A l'inverse, il n'est équivalent au contrat à engagement bilatéral que si cette utilité est « suffisamment basse » pour qu'aucune contrainte ne soit saturée; dans le cas contraire, il est strictement inférieur. On a donc trois cas : soit le contrat d'engagement bilatéral; soit un contrat sans mémoire; soit un contrat « intermédiaire », avec mémoire, mais inférieur au contrat d'engagement bilatéral.

Remarque : La proposition 3(*a*) est généralisable au cas général avec fonction d'utilité non-séparable en consommation et effort.

Ceci tient au fait que, dès que toutes les contraintes de participation de deuxième période sont saturées, le programme du principal est séparable.

Formellement le programme du principal peut s'écrire :

$$\operatorname{Min} \sum_i \mathrm{P}^i(e_1)[(x^i - s^i) + \sum_j \mathrm{P}^j(e_2^i)(x^j - s^{ij})]$$

$$e_1 \in \operatorname{Arg\,max} \sum_i \mathrm{P}^i(\hat{e}_1)[\mathrm{U}(s^i, \hat{e}_1) + \mathrm{X}^i]$$

$$\mathrm{X}^i = \sum_j \mathrm{P}^j(e_2^i)\,\mathrm{U}(s^{ij}, e_2^i) \geqslant \mathrm{U}^{00}$$

$$e_2^i \in \operatorname{Arg\,max} \sum_j \mathrm{P}^j(\hat{e}_2^i\,\mathrm{U}(s^{ij}, \hat{e}_2^i)$$

$$\sum_i \mathrm{P}^i(e_1)[\mathrm{U}(s^i, e_1) + \mathrm{X}^i] \geqslant \underline{\mathrm{U}}.$$

Si toutes les contraintes de deuxième période sont saturées, alors $\mathrm{X}^i = \mathrm{U}^{00}$ pour tout i et donc le programme se sépare comme auparavant en deux programmes indépendants. Le contrat optimal avec engagement asymétrique sera par conséquent sans mémoire.

3.3 Le cas de deux efforts et deux résultats

Peut-on préciser davantage les limites des trois cas cités plus hauts? En particulier, à partir de quelle valeur de l'utilité de réservation a-t-on saturation des contraintes? Une réponse à cette question demande une résolution partielle du contrat optimal, qui est extrêmement complexe. Nous allons à présent étudier la situation la plus simple, celle où l'effort ne prend que deux valeurs, 0 ou 1, et où l'ensemble des résultats est limité à deux éléments, réussite, R, et échec, E, avec $\mathrm{P}^{\mathrm{R}}(1) > \mathrm{P}^{\mathrm{R}}(0)$ (la probabilité de réussite est donc supérieure quand l'agent fournit l'effort $e = 1$). La figure 2 résume le contrat.

PROPOSITION 4 : Posons $c' = c/(\mathrm{P}^{\mathrm{R}}(1) - \mathrm{P}^{\mathrm{R}}(0))$.

(*a*) Si les utilités de réservation vérifient la relation

(6) $$\mathrm{U}^0 \leqslant \mathrm{U}^{00} - c'$$

alors, quelles que soient les préférences des agents, le contrat optimal est sans mémoire. De plus, ce contrat est strictement dominé, au sens de Pareto, par le contrat avec engagement bilatéral.

(*b*) Si les utilités de réservation vérifient la relation

(7) $$\mathrm{U}^0 \geqslant \mathrm{U}^{00} + c'$$

alors, quelles que soient les préférences des agents, le contrat optimal sans engagement de l'agent est identique au contrat avec engagement bilatéral. En particulier, le contrat optimal est à mémoire.

(*c*) Si les utilités de réservation vérifient les relations

(8) $$U^{00} - (1 - P^{R}(1))\, c' \leqslant U^{0} \leqslant U^{00} + P^{R}(1)\, c'$$

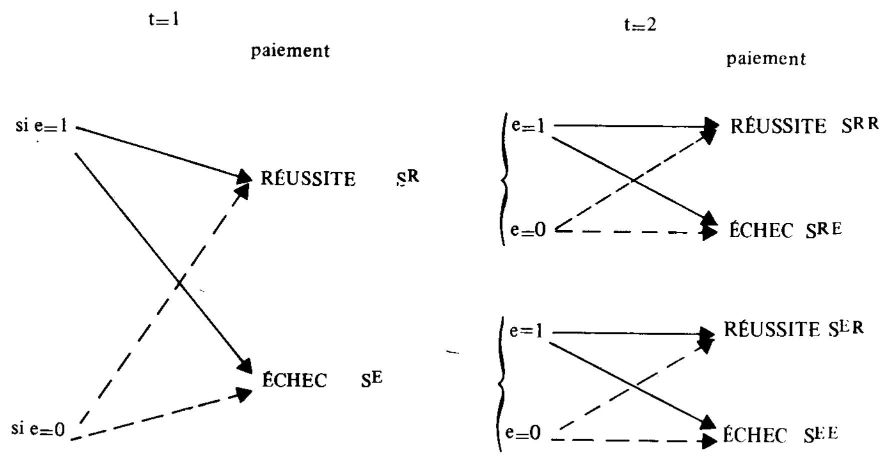

FIGURE 2

alors, quelles que soient les préférences de l'agent, le contrat optimal sans engagement de l'agent est un contrat à mémoire. De plus, ce contrat est strictement inférieur au contrat avec engagement bilatéral.

(*d*) Dans tous les autres cas, le contrat optimal dépend des préférences de l'agent. Plus précisément :

- si $U^{00} - c' < U^{0} < U^{00} - (1 - P^{R}(1))\, c'$, le contrat optimal sans engagement est toujours strictement inférieur au contrat avec engagement. Il existe des préférences telles que le contrat optimal est à mémoire, et des préférences telles que le contrat optimal est sans mémoire.

- si $U^{00} + P^{R}(1)\, c' < U^{0} < U^{00} + c'$, le contrat optimal sans engagement est toujours à mémoire. Il existe des préférences telles que le contrat est identique au contrat optimal avec engagement bilatéral, et d'autres telles qu'il lui est strictement inférieur.

Démonstration : Voir annexe.

Les résultats peuvent se résumer graphiquement (fig. 3).

L'intuition du résultat est claire. Supposons tout d'abord que le capital humain non-spécifique de l'agent diminue suffisamment d'une période à

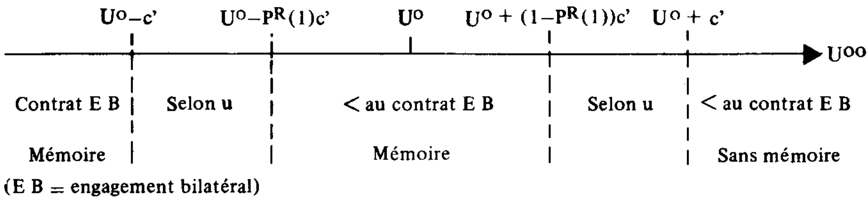

FIGURE 3

l'autre – on peut penser, par exemple, à un joueur de football à la fin de sa vie sportive. Dans ce cas, l'agent ne pourra pas trouver, hors de l'entreprise, un emploi équivalent en seconde période. Les contraintes de rationalité individuelle de seconde période n'ont pas de sens et le contrat optimal est à mémoire. Inversement, si ce capital augmente suffisamment, ces contraintes sont saturées. Mais les salaires de seconde période sont ceux qui minimisent le coût à incitation et utilité de réservation données – ce qui les détermine entièrement, indépendamment du résultat initial. Ils sont donc sans mémoire. [10]

L'intérêt du cas étudié ici – deux résultats – est que l'on peut quantifier les bornes des cas polaires discutés. Celles-ci dépendent de la différence $U^0 - U^{00}$ (donc de la variation de capital humain non spécifique), mais aussi des aspects incitatifs. Si le problème d'incitation est peu génant – le coût de l'effort est faible et la performance révèle « correctement » l'effort, *i.e.* $P^R(1)$ est proche de 1 et $P^R(0)$ de 0 – alors la zône intermédiaire se réduit. Dans le cas inverse, elle s'accroît.

4 Extensions

Les conclusions principales du modèle précédent peuvent être résumées comme suit. En l'absence de marché du crédit, la présence de mémoire

10. Le résultat inverse est aussi vrai. Si c'est le principal qui ne peut pas s'engager sur toute la durée de la relation, seul les transferts du futur vers le présent sont possibles. Si l'utilité de réservation de l'agent diminue « suffisamment » dans le temps, ces transferts peuvent être exclus et le contrat de long terme est alors la suite de contrats optimaux à court terme.

dans le contrat optimal répond essentiellement à une nécessité de *lissage* intertemporel des revenus. Une « bonne » performance en première période traduit, à effort donné, des circonstances (aléatoires) favorables. Sous l'hypothèse de non corrélation dans le temps, le supplément de gain correspondant – nécessaire pour assurer une incitation correcte – est par nature *transitoire;* il n'a aucune raison de se reproduire dans le futur. L'agent cherchera donc à répartir ce gain dans le temps, ce qui, dans ce contexte, n'est possible que par un contrat à mémoire. Cette logique est cependant particulière au cas d'une utilité de réservation stationnaire. Si l'utilité de réservation croît suffisamment d'une période à l'autre, le transfert souhaité par l'agent s'opèrerait toujours (c'est-à-dire quelque soit le résultat de première période) du futur vers le passé. Mais un tel transfert ne peut s'opérer par le biais des salaires, à cause de l'impossibilité pour l'agent de s'engager. Dans ce cas, l'agent reçoit en seconde période l'équivalent *exact* de son utilité de réservation, quelque soit son résultat de première période, et le contrat optimal est donc sans mémoire.

Comment ces conclusions se modifient-elles, si l'agent a accès à un marché du crédit indépendant de l'entreprise qui l'emploie? Supposons tout d'abord que cet accès soit non rationné : l'agent peut emprunter le montant qu'il désire à un taux fixe, identique à celui qu'obtiendrait l'employeur. Dans ce cas, le lissage intertemporel des rémunérations s'obtient par recours à ce marché. Les besoins de lissage continuent donc à expliquer l'existence d'une mémoire en consommation, mais ne sont plus liées à la mémoire en salaire.

Peut-on, cependant, avoir une mémoire en salaire? La réponse est en général positive (CHIAPPORI-MACHO-REY-SALANIÉ [1989]), mais pour une raison particulière. L'idée est l'existence d'un « effet richesse » lié à l'épargne. Un « bon » résultat de première période se traduira en général par une épargne plus forte (ou un emprunt moins élevé). Mais, en général, le niveau d'épargne, en modifiant la richesse de l'agent, modifie également l'allure locale de ses préférences, et notamment son aversion au risque. Selon le résultat de première période, le principal est alors confronté en début de seconde période à un agent *différent;* naturellement, le contrat proposé (en salaire) sera également différent. Ce raisonnement n'est cependant pas possible lorsque les préférences sont telles que les caractéristiques pertinentes de l'agent (aversion au risque, ...) sont indépendantes du niveau de richesse. C'est le cas lorsque l'utilité est de la forme $\mathrm{U}(c, e) = \exp[-k(c - v(e))]$, où k est une constante positive (on peut noter que cette forme n'est pas compatible avec l'hypothèse de séparabilité faite plus haut). Alors (FUDENBERG-HOLMSTRÖM-MILGROM [1987], HOLMSTRÖM-MILGROM [1988]) le contrat optimal de long terme est sans mémoire. [11]

Par ailleurs, il faut souligner que, si l'utilité de réservation croît suffisamment, l'agent aura un comportement d'*emprunt* sur le marché du crédit, ce quelque soit sa performance de première période (même si, évidemment, le *montant* emprunté variera). Si l'on admet l'existence de *contingentements* sur le marché du crédit – liés, par exemple, à des asymétries d'information

---

11. Bien que les deux articles mentionnés ne considèrent pas le cas d'engagement asymétrique, leurs méthodes de démonstration s'étendent de façon simple.

dans la relation entre l'agent et la banque –, il est possible que l'agent recourre à l'endettement maximum, quelque soit son résultat de première période.[12] On est alors dans une situation exactement analogue à celle d'absence de marché du crédit analysée dans la section précédente : au-delà de l'endettement maximal, qui est atteint de toute façon, la seule façon de transférer des ressources du futur vers le présent est par le biais de salaires. Mais, à nouveau, l'absence d'engagement de l'agent interdit de verser à celui-ci un salaire trop faible en seconde période. La solution implique alors une rémunération de seconde période assurant à l'agent son utilité de réservation, compte tenu le cas échéant de l'endettement. Un tel contrat est évidemment sans mémoire.

En résumé, si l'on suppose

- soit un coût monétaire de l'effort et une aversion pour le risque constante, avec un marché du crédit « parfait » au sens habituel,

- soit l'existence de restrictions quantitatives sur le marché du crédit, conjuguées à une croissance suffisante du stock de capital humain,

alors, le contrat optimal est sans mémoire.

12. Techniquement, tel sera le cas dès que l'utilité de réservation de seconde période est suffisamment élevée.

Démonstration de la proposition 4

Quand la performance est dichotomique (réussite/échec), le programme, déjà simplifié, du principal s'écrit :

$$\begin{aligned}
\operatorname{Min} \mathrm{P}^{\mathrm{R}} \psi(u^{\mathrm{R}})+(1-\mathrm{P}^{\mathrm{R}}(1)) \psi(u^{\mathrm{E}})+(\mathrm{P}^{\mathrm{R}}(1))^2 \psi(u^{\mathrm{RR}}) \\
+\mathrm{P}^{\mathrm{R}}(1)(1-\mathrm{P}^{\mathrm{R}}(1))[\psi(u^{\mathrm{RE}})+\psi(u^{\mathrm{ER}})]+(1-\mathrm{P}^{\mathrm{R}}(1))^2 \psi(u^{\mathrm{EE}})
\end{aligned}$$

$$u^{\mathrm{RR}}=u^{\mathrm{RE}}+c'$$

$$u^{\mathrm{ER}}=u^{\mathrm{EE}}+c'$$

$$u^{\mathrm{R}}=-u^{\mathrm{RE}}+\mathrm{U}^0+c'(1-2\mathrm{P}^{\mathrm{R}}(0))$$

$$u^{\mathrm{RE}} \geqslant \mathrm{U}^{00}-\mathrm{P}^{\mathrm{R}}(0) c'$$

$$u^{\mathrm{EE}} \geqslant \mathrm{U}^{00}-\mathrm{P}^{\mathrm{R}}(0) c'$$

$$u^{\mathrm{E}}=-u^{\mathrm{EE}}+\mathrm{U}^0-2\mathrm{P}^{\mathrm{R}}(0) c'.$$

En posant :

$$\mathrm{A} \equiv \mathrm{U}^0+c'(1-2\mathrm{P}^{\mathrm{R}}(0)), \qquad \mathrm{B} \equiv \mathrm{U}^{00}-\mathrm{P}^{\mathrm{R}}(0) c'$$

et

$$\mathrm{D} \equiv \mathrm{U}^0-2\mathrm{P}^{\mathrm{R}}(0) c',$$

on obtient

$$\begin{aligned}
\operatorname{Min} \mathrm{P}^{\mathrm{R}}(1) \psi(\mathrm{A}-u^{\mathrm{RE}})+(1-\mathrm{P}^{\mathrm{R}}(1)) \psi(u^{\mathrm{EE}})+(\mathrm{P}^{\mathrm{R}}(1))^2 \psi(u^{\mathrm{RE}}+c') \\
+\mathrm{P}^{\mathrm{R}}(1)(1-\mathrm{P}^{\mathrm{R}}(1))[\psi(u^{\mathrm{RE}})+\psi(u^{\mathrm{EE}}+c')]+(1-\mathrm{P}^{\mathrm{R}}(1))^2 \psi(u^{\mathrm{EE}})
\end{aligned}$$

$$u^{\mathrm{RE}} \geqslant \mathrm{B}$$

$$u^{\mathrm{EE}} \geqslant \mathrm{B}.$$

Les premières dérivées de la fonction de coût du principal sont :

$$\text{(9)} \quad \frac{1}{\mathrm{P}^{\mathrm{R}}(1)} \frac{\delta \mathrm{C}}{\delta u^{\mathrm{RE}}}=\mathrm{P}^{\mathrm{R}}(1)[\psi'(u^{\mathrm{RE}}+c')-\psi'(\mathrm{A}-u^{\mathrm{RE}})] +(1-\mathrm{P}^{\mathrm{R}}(1))[\psi'(u^{\mathrm{RE}})-\psi'(\mathrm{A}-u^{\mathrm{RE}})]$$

$$\text{(10)} \quad \frac{1}{1-\mathrm{P}^{\mathrm{R}}(1)} \frac{\delta \mathrm{C}}{\delta u^{\mathrm{EE}}}=\mathrm{P}^{\mathrm{R}}(1)[\psi'(u^{\mathrm{EE}}+c')-\psi'(\mathrm{D}-u^{\mathrm{EE}})] +(1-\mathrm{P}^{\mathrm{R}}(1))[\psi'(u^{\mathrm{EE}})-\psi'(\mathrm{D}-u^{\mathrm{EE}})].$$

Maintenant, nous pouvons distinguer les quatre cas suivants :

a. Si $\mathrm{A} < 2\mathrm{B}$, alors, pour tout $u^{\mathrm{RE}} \geqslant \mathrm{B}$ et $u^{\mathrm{EE}} \geqslant \mathrm{B}$,

$$\frac{\delta \mathrm{C}}{\delta u^{\mathrm{RE}}}(u^{\mathrm{RE}}, u^{\mathrm{EE}})>0 \qquad \text{et} \qquad \frac{\delta \mathrm{C}}{\delta u^{\mathrm{EE}}}(u^{\mathrm{RE}}, u^{\mathrm{EE}})>0$$

ce qui mène à une solution de coin $u^{RE} = u^{EE} = B$. Le contrat n'exhibe pas de mémoire et la contrainte de rationalité individuelle (CRI) sera serrée, ce qui à son tour implique que ce contrat est dominé par celui associé à la situation avec engagement bilatéral. On trouve donc la partie (*a*) de la proposition 4, puisque $A < 2B$ est équivalente à $U^0 < 2U^{00} - c'$.

b. Si $D > 2B + c'$, alors on trouve

$$\frac{\delta C}{\delta u^{RE}}(B, B) < 0 \quad \text{et} \quad \frac{\delta C}{\delta u^{EE}}(B, B) < 0.$$

La solution est nécessairement intérieure. La CRI n'est pas contraignante, en conséquence on a équivalence avec la situation d'engagement bilatéral. On a aussi que si u^{RE} est une solution de $\delta C/\delta u^{RE} = 0$ alors, comme $A > D$, u^{RE} ne peut pas être solution de $\delta C/\delta u^{EE} = 0$. Le contrat optimal est donc asymétrique. Cela prouve la sous-partie (*b*).

c. Si $A > 2B + P^R(1)c'$ mais $D < 2B + P^R(1)c'$, alors pour tout u^{RE}, $u^{EE} > B$,

$$\frac{\delta C}{\delta u^{RE}}(u^{RE}, u^{EE}) > 0 \quad \text{mais} \quad \frac{\delta C}{\delta u^{EE}}(B, B) < 0$$

alors, la solution doit être telle que $u^{RE} > B$, $u^{EE} = B$, ce qui suppose l'inclusion de la mémoire dans le contrat. On a aussi que l'une des CRI est saturée, ce qui implique à son tour le résultat d'infériorité présenté dans le paragraphe (*c*).

d. Enfin, supposons $2B < A < 2B + P^R(1)c'$; cela implique

$$2B - c' < D < 2B - (1 - P^R(1))c'.$$

D'une part, pour tout $u^{EE} \geqslant B$, $\frac{\delta C}{\delta u^{EE}}(u^{RE}, u^{EE}) > 0$ et la solution doit être telle que $u^{EE} = B$; on a donc le résultat d'infériorité. Si ψ' est linéaire, alors $\frac{\delta C}{\delta u^{EE}}(u^{RE}, u^{EE}) > 0$ et $u^{RE} = B$, le contrat étant en conséquence sans mémoire. Si ψ' est constante pour $x > A - B$ on a $\frac{\delta C}{\delta u^{EE}}(B, B) < 0$ et $u^{RE} > B$; le contrat est donc à mémoire. L'obtention de l'autre cas présenté dans le (*d*) de la proposition est exactement symétrique.

• Références bibliographiques

Bourguignon, F. et Chiappori, P. A. (1988). — « Un modèle économétrique de marché interne de travail », *Mélanges économiques, Essais en l'honneur de E. Malinvaud*, Economica, p. 755-786.

Chiappori, P. A., Macho-Stadler, I., Rey, P. et Salanie, B. (1989). — « Repeated Moral Hazard: Memory, Commitment and Acces to Credit Markets ». doc. DELTA 89-18.

FELLINGHAM, J. C., NEWMAN, D. P. et SUH, Y. S. (1985). – « Contrats without Memory in Multiperiod Agency Problems », *Journal of Economic Theory*, 37, p. 340-355.

FREIXAS, X. GUESNERIE, R. et TIROLE, J. (1985). – « Planning under Incomplete Information and the Ratchet Effect », *Review of Economic Studies*, 52, p. 173-191.

FUDENBERG, D., HOLMSTRÖM B. et MILGROM, B. (1987). – « Short Term Contracts and Long Term Agency Relationships », *mimeo*.

HARRIS, M. et HOLMSTRÖM, B. (1982). – « A Theory of Wage Dynamics », *Review of Economic Studies*, 46, p. 315-333.

HENRIET, D. et ROCHET, J. C. (1986). – « La logique des systèmes bonus-malus en assurance automobile : Une approche théorique », *Annales d'Économie et de Statistique*, p. 133-152.

HOLMSTRÖM, B. (1979). – « Moral Hazard and Observability », *Bell Journal of Economics*, 10, (1).

HOLMSTRÖM, B. et MILGROM, P. (1987). – « Aggregation and Linearity in the Provision of Intertemporal Incentives », *Econometrica*, 55, p. 303-328.

LAMBERT, R. (1983). – « Long Term Contrats and Moral Hazard », *Bell Journal of Economics*, 14, p. 441-452.

MACHO-STADLER, I. (1989). – « Réflexions sur trois dimensions du problème de risque moral », *thèse doctorat*, doc. DELTA 89-11.

MACHO-STADLER, I. et PEREZ-CASTRILLO, J. D. (1988). – « Sobre los compromisos multiperiodo en los modelos de riesgo moral repetido », *Revista Española de Economía*, 5, p. 143-158.

MALCOMSOM, J. M. (1984). – « Work Incentives, Hierarchy and Internal Labor Markets », *Journal of Political Economics*, 92, p. 486-507.

MALCOMSOM, J. M. et SPINNEWYN, F. (1988). – « The Multiperiod Principal-Agent Problem », *Review of Economic Studies*, 55, p. 391-408.

PRESCOTT, E. C. et VISSCHER, M. (1980). – « Organization Capital », *Journal of Political Economy*, 88, (3), p. 446-461.

REY, P. et SALANIE, B. (1987). – « Long Term, Short Term and Renegotiation », à paraître dans *Econometrica*.

ROGERSON, W. (1985). – « Repeated Moral Hazard », *Econometrica*, 53, p. 69-76.