ANNALES D'ÉCONOMIE ET DE STATISTIQUE. - N° 14 — 1989

Information et différenciation du produit sur un marché de duopole

Michel CAVAGNAC *

RÉSUMÉ. – Le rôle joué par l'information est analysé dans le problème de décision suivant : deux duopoleurs choisissent de diversifier ou non leur production en lançant un nouveau produit.

Nous recourons au formalisme de la théorie des jeux non coopératifs et considérons successivement un jeu simultané et un jeu séquentiel. L'analyse est tout d'abord menée sous l'hypothèse d'information complète, puis développée dans un contexte d'information incomplète.

Les résultats sont ensuite exploités dans un modèle de concurrence à la Hotelling.

Information and Product Differentiation in a Duopoly Market

ABSTRACT. – This paper focuses on the role of the information in the following decision problem: two duopolists choose to diversify or not their product line by issuing a new good.

Using the tools of the non cooperative game theory, we examine successively a simultaneous game and a sequential one. In each game the case of the complete information is first resolved: then the analysis is developed in an incomplete information context.

The results are finally extended to a competitive model à la Hotelling.

* M. CAVAGNAC : Université des Sciences Sociales, place Anatole-France, 31042 Toulouse Cedex.

L'auteur remercie Michel Moreaux et Jean-Jacques Laffont pour leurs commentaires lors de la réalisation de ce travail.

1 Introduction

Associer la différenciation des produits aux possibilités stratégiques ouvertes à des duopoleurs n'est pas une idée nouvelle. Hotelling montrait déjà en 1929 que la localisation, la qualité, l'image de marque des produits constituent des variables déterminantes dans la résolution des problèmes de duopole. En revanche, les développements récents de la théorie des jeux non coopératifs en information incomplète (pour une évaluation cf. Milgrom et Roberts [1987]) permettent d'élargir le cadre traditionnel de l'analyse qui jusque-là supposait que chaque concurrent se déterminait en information complète. Et c'est à l'extension du modèle de choix des lignes de produits au contexte d'information incomplète qu'est principalement consacré le présent travail.

Nous considérons deux entreprises en situation de duopole; chacune d'elles doit choisir de diversifier ou non sa production en lançant un nouveau produit.

Il ne s'agit pas uniquement ici d'un problème d'entrée type dont l'analyse, en information incomplète, a récemment fait l'objet de différentes approches (cf. notamment : Kreps et Wilson [1982], Milgrom et Roberts [1982]). En effet, bien que le nouveau produit soit supposé capable de toucher une clientèle nouvelle, nous supposons également ici qu'il peut attirer à lui des consommateurs de l'ancien produit. Par conséquent, rompre le statu quo par la diversification implique pour les décideurs que le marché additionnel, mais aussi l'ancien marché, seront désormais exploités dans de nouvelles conditions.

Il en résulte que les informations à privilégier sont les informations qui portent précisément sur ces conditions; on retiendra ici, du point de vue d'une firme, les coûts de production de la firme rivale ainsi que les intentions de cette dernière car de sa décision dépend la structure de concurrence à considérer pour le nouveau marché : monopole ou duopole.

Le cas le plus simple est celui où chaque firme effectue son choix en connaissant les coûts de production de sa concurrente mais en ignorant la décision prise par celle-ci. On obtient alors une solution caractéristique qui servira de référence aux résultats subséquents.

Lorsque les choix sont effectués de manière séquentielle, les conditions de stabilité exigées par les différents équilibres sont plus restrictives : dans ce cas, la crédibilité des menaces visant tout comportement déviant est déterminante. Cette crédibilité peut être clairement appréciée en information complète, mais son évaluation ne peut être faite, en information incomplète, que par référence à un ensemble de croyances. Or, lorsque les entreprises décident de façon séquentielle, la firme décidant en second peut réviser ses croyances *a priori* en prenant connaissance du choix de sa concurrente. Le choix de la première entreprise constitue de fait un véritable signal adressé à la seconde; ce signal peut être totalement ou partiellement révélateur, neutre, voire mensonger. La nature des solutions est alors considérablement enrichie puisqu'aussi bien sur le sentier d'équilibre qu'hors de ce sentier, croyances et stratégies font conjointement partie des arguments de stabilité de la solution.

Les différents équilibres ainsi obtenus engendrent une diversité notable des états possibles du marché; mentionnons en particulier : le maintien du statu quo malgré les profits potentiels associés à la diversification ou encore, le résultat d'une « sélection inverse » (AKERLOFF [1970]) qui concerne ici non pas les produits mais les firmes elles-mêmes : seule l'entreprise la moins efficace est présente sur le nouveau marché à l'équilibre.

Après avoir décrit la structure du problème de décision à la section 2, nous présentons rapidement, section 3, les résultats obtenus sous l'hypothèse d'information complète. L'analyse, sous l'hypothèse d'information incomplète, est entièrement explicitée à la section 4. Dans chaque cas, le problème de décision est traité en considérant successivement des choix simultanés et des choix séquentiels.

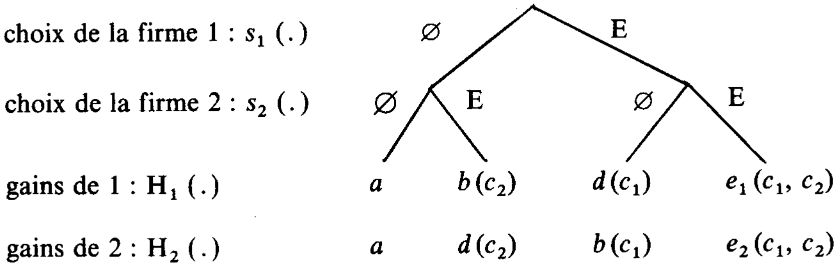
Les résultats sont ensuite exploités, section 5, dans un modèle de concurrence à la Hotelling sur le marché d'un service. Selon les valeurs des paramètres, il apparaît notamment que le contexte d'information incomplète peut tout aussi bien être défavorable ou, au contraire, favorable conjointement aux producteurs et aux consommateurs.

2 Le modèle

Deux entreprises, aux coûts de production identiques, sont initialement en situation de duopole sur un marché donné.

Chacune de ces entreprises a la possibilité de lancer un nouveau produit. La décision ne dépend que des possibilités de profit attendues : le nouveau produit peut attirer une clientèle nouvelle mais il est également susceptible de détourner en sa faveur une partie des consommateurs de l'ancien produit. Le coût marginal de production du nouveau produit, noté c_i, est supposé constant; il peut être différent d'une firme à l'autre et, il prend, pour une firme $i=1$, 2, soit une valeur faible ($c_i=\underline{c}$) soit une valeur élevée ($c_i=\bar{c}$). Les coûts fixes sont supposés identiques pour les deux firmes.

Nous désignons par E la décision d'émettre le produit et par $\varnothing$ celle de ne pas l'émettre. L'arbre du jeu est alors le suivant :



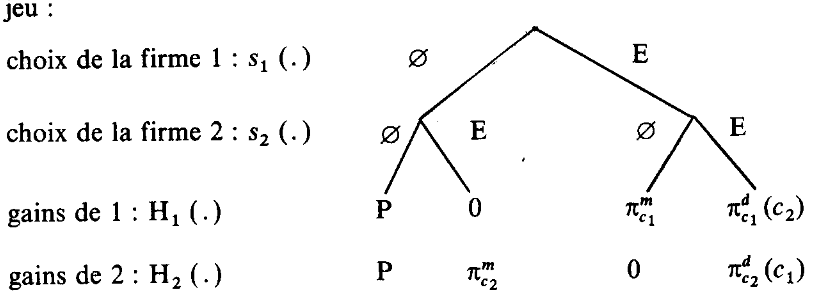
A l'exception du cas où le produit n'est pas émis, les profits associés aux différentes éventualités dépendent du coût marginal de production du nouveau produit.

La section 5 correspond exactement à ce cas général.

Pour les sections 3 et 4, afin d'alléger l'écriture des résultats, nous retenons la simplification suivante : lorsqu'une seule firme (i) lance le produit, le profit de la firme rivale (qui n'est perçu que sur le marché résiduel de l'ancien produit) ne dépend pas du coût auquel la firme i lance le nouveau produit; c'est-à-dire : $b(c_i) = b \; \forall \, c_i = \underline{c}, \bar{c}, \; i = 1, 2$.

Cette hypothèse ne signifie pas que les marchés de l'ancien et du nouveau produit doivent être indépendants. [1] En fait, il s'avère qu'elle ne modifie pas la nature des différents équilibres obtenus; la section 5, où l'hypothèse est relâchée, en fournit incidemment une illustration.

Supposer $b(c_i)$ constant permet d'opérer une translation des différents profits envisageables d'un montant égal à $-b$; on obtient alors l'arbre du jeu :



Dans les notations (où les indices supérieurs m et d ne sont qu'évocateurs respectivement des situations de monopole et de duopole sur le marché du nouveau produit), on a ainsi, à la translation $-b$ près :

π^m_c : profit global d'une firme qui est seule sur le marché du nouveau produit, avec un coût marginal c.

1. L'hypothèse est par exemple vérifiée pour toutes les fonctions de demande du type : $q_A = E - ap_A + bp_N$ et $q_N = F + bp_A - cp_N$ où $q_A(p_A, p_N)$ et $q_N(p_A, p_N)$ désignent les quantités demandées de biens ancien et nouveau en fonction de leurs prix.

$\pi_c^d(c')$: profit global de la firme ayant lancé le produit au coût c, sachant que sa concurrente en a fait autant au coût c'.

P : profit de chaque firme (sur le marché initial) si le produit n'est pas émis. On suppose $P>0$, c'est-à-dire : $b<a$.

Afin de ne pas être conduits à opérer un nombre fastidieux de distinguos nous limitons l'ensemble des valeurs des paramètres devant être pris en considération. La réduction est opérée de façon à obtenir des solutions typiques en information complète; la confrontation de ces résultats avec les résultats obtenus en information incomplète sera par là facilitée.

Nous retenons ainsi l'hypothèse :

$$\text{H.1}\quad \begin{array}{l} \pi_{\underline{c}}^m > P \\ \pi_{\bar{c}}^m < P \\ \pi_{\underline{c}}^d(\underline{c}) < 0 \end{array}$$

Les conditions de demande et de coût sont donc supposées telles que, même dans le cas où une entreprise est seule à émettre le nouveau produit, elle n'augmente son profit que si elle émet au coût $\underline{c}$. De plus, une firme au coût $\underline{c}$ n'augmente pas son profit en lançant le produit si sa concurrente émet au coût $\underline{c}$.

Notons que :

$$\pi_{\underline{c}}^d(\underline{c}) < 0 \text{ implique : } \pi_{\bar{c}}^d(\bar{c}) < 0 \text{ et } \pi_{\bar{c}}^d(\underline{c}) < 0$$

en revanche, $\pi_{\underline{c}}^d(\bar{c})$ n'est pas repéré par rapport aux valeurs 0 et P.

3 Le jeu en information complète

Sous l'hypothèse d'information complète, chaque entreprise est informée du coût de production de l'entreprise concurrente; les profits associés aux branches terminales de l'arbre du jeu sont ainsi connus des deux participants. Nous distinguerons :

– le jeu où chaque entreprise prend sa décision dans l'ignorance de la décision prise par son concurrent; on peut alors considérer que les firmes décident de manière simultanée; jeu noté : jeu IC-Sim,

– le jeu où l'entreprise 2 connaît la décision de l'entreprise 1 lorsqu'elle prend sa propre décision; on peut alors considérer que les firmes décident de manière séquentielle; jeu noté : jeu IC-Seq.

3.1. Le jeu IC-Sim

Lorsqu'elle prend sa décision, chaque entreprise connaît son coût de production et celui de son concurrent mais ignore la décision de celui-ci; les stratégies dont disposent les deux firmes sont donc respectivement :

$$s_1 = \varnothing, \mathrm{E} \qquad \text{et} \qquad s_2 = \varnothing, \mathrm{E}$$

Le concept de solution retenu est l'équilibre de Nash (E.N.). Nous considérons tout d'abord les E.N. en stratégies pures; tout couple de stratégies pures $(s_1^*; s_2^*)$ sera un E.N. si :

$$\mathrm{H}_1(s_1, s_2^*) \leqslant \mathrm{H}_1(s_1^*, s_2^*) \qquad \text{et} \qquad \mathrm{H}_2(s_1^*, s_2) \leqslant \mathrm{H}_2(s_1^*, s_2^*)$$

Proposition 1 : L'hypothèse H.1 constitue une condition nécessaire et suffisante pour que, quels que soient c_1 et c_2, tout E.N. en stratégies pures du jeu IC-Sim. soit tel que :

– s'il existe au moins une entreprise au coût $\underline{c}$, une seule entreprise apparaît sur le nouveau marché et cela au coût $\underline{c}$;

– dans le cas contraire, le produit n'est pas lancé.

Preuve : On vérifie rapidement que sous H.1, et pour les différentes valeurs (c_1, c_2), on a les E.N. $(s_1^*; s_2^*)$ suivants :
$(\underline{c}, \underline{c})$: (E; $\varnothing$) et ($\varnothing$; E)
$(\underline{c}, \bar{c})$: (E; $\varnothing$)
$(\bar{c}, \underline{c})$: ($\varnothing$; E)
$(\bar{c}, \bar{c})$: (Φ; $\varnothing$)

Nécessité : Tout E.N. du jeu IC-Sim. serait tel que :

– si $\pi_{\underline{c}}^m < \mathrm{P}$, pour $(\underline{c}, \underline{c})$ le produit serait non émis ou émis par les deux firmes;

– si $\pi_{\bar{c}}^m > \mathrm{P}$, pour $(\bar{c}, \bar{c})$ le produit serait émis par une firme ou les deux;

– si $\pi_{\underline{c}}^d(\underline{c}) > 0$, pour $(\underline{c}, \underline{c})$ le produit serait non émis ou émis par les deux firmes.

Remarque : Il découle des résultats précédents que, sous l'hypothèse H.1, quels que soient c_1 et c_2, tout E.N. en stratégies pures du jeu IC-Sim. correspond à des vecteurs de gains non dominés dans l'ensemble des paiements non coopératifs du jeu.

Équilibres de Nash en stratégies mixtes : Le jeu IC-Sim ne comporte qu'un seul E.N. en stratégies mixtes; cet équilibre apparaît pour les valeurs : $(c_1, c_2) = (\underline{c}, \underline{c})$.

Il s'agit, pour chaque firme, de jouer les stratégies :
$\varnothing$ avec la probabilité : $-\pi_{\underline{c}}^d(\underline{c})/(\pi_{\underline{c}}^m - \pi_{\underline{c}}^d(\underline{c}) - \mathrm{P})$
E avec la probabilité : $(\pi_{\underline{c}}^m - \mathrm{P})/(\pi_{\underline{c}}^m - \pi_{\underline{c}}^d(\underline{c}) - \mathrm{P})$.

En effet, pour une telle stratégie mixte du concurrent, chaque stratégie pure $\varnothing$ et E est une meilleure réponse et permet un gain en espérance de : $(-\mathrm{P}.\pi_{\underline{c}}^d(\underline{c}))/(\pi_{\underline{c}}^m - \pi_{\underline{c}}^d(\underline{c}) - \mathrm{P})$.

Remarquons que contrairement aux équilibres en stratégies pures, l'équilibre en stratégies mixtes fait apparaître chacun des trois états de marché suivants avec des probabilités positives :

– le produit n'est pas émis,

– le produit est émis par l'une ou l'autre des entreprises,

– le produit est émis par les deux entreprises (vecteur de gains dominé).

3.2. Le jeu IC-Seq

Chaque entreprise connaît son coût de production et celui de son concurrent; l'entreprise 1 ignore la décision de l'entreprise 2 cependant que cette dernière connaît la décision de 1 lorsqu'elle choisit d'émettre ou non. Les stratégies dont disposent les deux firmes sont donc respectivement :

$$s_1 = \varnothing, \mathrm{E} \qquad \text{et} \qquad s_2 = \{ s_2(\varnothing) = \varnothing, \mathrm{E},\ s_2(\mathrm{E}) = \varnothing, \mathrm{E}) \}$$

où $s_2(.)$ désigne la fonction de choix de la firme 2 qui connaît la décision de la firme 1 : $\varnothing$ ou E.

Le concept de solution retenu est l'équilibre de Nash parfait (stricto sensu : subgame perfect equilibrium) que l'on notera : E.N.P. Le jeu IC-Seq. ne comporte que des E.N.P. en stratégies pures; tout couple de stratégies pures $(s_1^*; s_2^*(s_1))$ sera un E.N.P. si :

$$\mathrm{H}_1(s_1, s_2^*) \leqslant \mathrm{H}_1(s_1^*, s_2^*) \qquad \text{et} \qquad \mathrm{H}_2(s_1^*, s_2) \leqslant \mathrm{H}_2(s_1^*, s_2^*)$$

et

$$\mathrm{H}_2(\varnothing, s_2(\varnothing)) \leqslant \mathrm{H}_2(\varnothing, s_2^*(\varnothing)) \qquad \text{et} \qquad \mathrm{H}_2(\mathrm{E}, s_2(\mathrm{E})) \leqslant \mathrm{H}_2(\mathrm{E}, s_2^*(\mathrm{E})).$$

Donc, dans notre cas, un E.N. $(s_1^*; s_2^*)$ ne sera un E.N.P. que s'il ne comporte pas de menace non crédible de la part de l'entreprise 2. [2]

Proposition 2 : La proposition 1 peut être étendue aux E.N.P. du jeu IC-Seq. si l'on excepte, dans le cas $(c_1, c_2) = (\bar{c}, \underline{c})$, les valeurs des paramètres vérifiant à la fois : H. 1, $\pi_{\underline{c}}^d(\bar{c}) < 0$, $\pi_{\bar{c}}^m > 0$.

Nécessité de H. 1 : Tout E.N.P. du jeu IC-Seq. serait tel que :

– si $\pi_{\underline{c}}^m < \mathrm{P}$, pour $(\underline{c}, \underline{c})$ le produit ne serait pas émis;

– si $\pi_{\bar{c}}^m > \mathrm{P}$, pour $(\bar{c}, \bar{c})$ le produit serait émis par une firme ou les deux;

– si $\pi_{\underline{c}}^d(\underline{c}) > 0$, pour $(\underline{c}, \underline{c})$ le produit serait non émis ou émis par les deux firmes.

Suffisance : On vérifie que sous H. 1, et pour les différentes valeurs (c_1, c_2), on a les E.N.P. $(s_1^*; s_2^*)$ suivants :

$(\underline{c}, \underline{c})$: $(\mathrm{E};\ s_2^*(\varnothing) = \mathrm{E},\ s_2^*(\mathrm{E}) = \varnothing)$.

Seule la première entreprise émet le produit (au coût $\underline{c}$).

$(\bar{c}, \bar{c})$: $(\varnothing;\ s_2^*(\varnothing) = \varnothing,\ s_2^*(\mathrm{E}) = \varnothing)$.

2. Nous retenons cette définition explicite même si, pour la valeur s_1^*, la deuxième condition comporte ici une redondance avec la première.

Le produit n'est pas émis.

$(\underline{c}, \bar{c}) : (\mathrm{E};\ s_2^*(\varnothing) = \varnothing,\ s_2^*(\mathrm{E}) = \varnothing)$.

Seule l'entreprise 1 au coût $\underline{c}$ émet le produit.

$(\bar{c}, \underline{c})$: les résultats sont différents suivant les valeurs des paramètres :

$$\mathrm{H.1 \text{ et } } \pi_{\underline{c}}^{d}(\bar{c}) > 0.$$

Il existe un seul E.N.P. conforme à la proposition 1 :

$(\varnothing;\ s_2^*(\varnothing) = \mathrm{E},\ s_2^*(\mathrm{E}) = \mathrm{E})$; seule l'entreprise 2 au coût $\underline{c}$ émet le produit.

$$\mathrm{H.1 \text{ et } } \pi_{\underline{c}}^{d}(\bar{c}) < 0 \text{ et } \pi_{\bar{c}}^{m} < 0$$

Il existe un seul E.N.P. conforme à la proposition 1 :

$(\varnothing;\ s_2^*(\varnothing) = \mathrm{E},\ s_2^*(\mathrm{E}) = \varnothing)$; seule l'entreprise 2 au coût $\underline{c}$ émet le produit.

$$\mathrm{H.1 \text{ et } } \pi_{\underline{c}}^{d}(\bar{c}) < 0 \text{ et } \pi_{\bar{c}}^{m} > 0$$

Il existe un seul E.N.P. non conforme à la proposition 1 :

$(\mathrm{E};\ s_2^*(\varnothing) = \mathrm{E},\ s_2^*(\mathrm{E}) = \varnothing)$; seule l'entreprise 1 au coût $\bar{c}$ émet le produit.

Ce dernier équilibre se distingue des équilibres déjà rencontrés car il fait apparaître un état de marché résultant d'une « sélection inverse » : la firme au coût $\bar{c}$ émet le produit cependant que la firme au coût $\underline{c}$ n'est pas présente sur le nouveau marché. Ce résultat est directement lié ici à l'aspect séquentiel du jeu et aux valeurs particulières des paramètres : l'entreprise 1 a intérêt à mettre l'entreprise 2 devant le fait accompli et une réaction de cette dernière n'est pas une menace crédible.

Remarque. — Il découle des résultats précédents que, sous l'hypothèse H.1 : quels que soient c_1 et c_2, tout E.N.P. du jeu IC-Seq. correspond à des vecteurs de gains non dominés dans l'ensemble des paiements non coopératifs du jeu si l'on excepte, dans le cas $(c_1, c_2) = (\bar{c}, \underline{c})$, les valeurs des paramètres vérifiant à la fois : H.1, $\pi_{\underline{c}}^{d}(\underline{c}) < 0$, $\pi_{\bar{c}}^{m} > 0$.

4 Le jeu en information incomplète

Sous l'hypothèse d'information incomplète, chaque entreprise connaît son propre coût de production mais ignore le coût auquel l'entreprise concurrente peut émettre le nouveau produit. Les profits associés aux branches terminales de l'arbre du jeu ne sont ainsi que partiellement appréhendés par les participants.

Nous supposons qu'existe la distribution suivante de probabilités a priori : $p(\underline{c}) = p(\bar{c}) = 1/2$ quelle que soit l'entreprise condisérée.

Cette distribution de probabilités est connaissance commune pour les deux firmes.

Nous distinguerons :

— le jeu où chaque entreprise prend sa décision dans l'ignorance de la décision prise par son concurrent; jeu noté : jeu II-Sim.,

— le jeu où l'entreprise 2 connaît la décision de l'entreprise 1 lorsqu'elle prend sa propre décision; jeu noté : jeu II-Seq.

4.1. Le jeu II-Sim

Lorsqu'elle prend sa décision, chaque entreprise connaît son coût de production mais ne connaît que la distribution de probabilités p concernant les coûts de son concurrent; elle ignore également la décision prise par ce dernier. Chaque firme dispose ainsi des stratégies :

$$s_i = \{ s_i(\underline{c}) = \varnothing, \mathrm{E}, s_i(\bar{c}) = \varnothing, \mathrm{E} \}, \qquad i = 1, 2$$

où $s_i(c)$ désigne le choix de la firme i lorsqu'elle peut émettre au coût c.

Le concept de solution retenu est l'équilibre bayésien (E.B.). Nous considérons tout d'abord les E.B. en stratégies pures; tout couple de stratégies pures $(s_1^*; s_2^*)$ sera un E.B. si :
$\forall i = 1, 2, \forall j = 1, 2, j \neq i, \forall c_i = \underline{c}, \bar{c}$ on a :

$$s_i^*(c_i) \in \arg. \max_{s_i} \sum_{c_j} 1/2\, \mathrm{H}_i(c_i, c_j, s_i, s_j^*(c_j))$$

La proposition 1 ne peut être étendue aux E.B. du jeu II-Sim.; cependant, il est encore possible d'établir la proposition suivante :

Proposition 3 : Sous l'hypothèse H.1 et quels que soient c_1 et c_2, tout E.B. en stratégies pures du jeu II-Sim. correspond à des vecteurs de gains non dominés dans l'ensemble des paiements non coopératifs du jeu si les valeurs des paramètres satisfont : $\pi_{\underline{c}}^m + \pi_{\underline{c}}^d(\underline{c}) < \mathrm{P}$.

Dans le cas contraire, la proposition n'est vérifiée que si l'on exclut le cas $(c_1, c_2) = (\underline{c}, \underline{c})$.

Preuve. — Nous démontrons en annexe les résultats suivants :

— si $\pi_{\underline{c}}^m + \pi_{\underline{c}}^d(\underline{c}) < \mathrm{P}$ seuls existent, en stratégies pures, les deux E.B. :

$$(s_1^*(\underline{c}) = \mathrm{E},\ s_1^*(\bar{c}) = \varnothing;\ s_2^*(\underline{c}) = \varnothing,\ s_2^*(\bar{c}) = \varnothing)$$
$$(s_1^*(\underline{c}) = \varnothing,\ s_1^*(\bar{c}) = \varnothing;\ s_2^*(\underline{c}) = \mathrm{E},\ s_2^*(\bar{c}) = \varnothing)$$

Le produit est ainsi soit émis par une seule entreprise et cela au coût $\underline{c}$, soit non émis.

— si $\pi_{\underline{c}}^m + \pi_{\underline{c}}^d(\underline{c}) > \mathrm{P}$ il existe un seul E.B. :

$$(s_1^*(\underline{c}) = \mathrm{E},\ s_1^*(\bar{c}) = \varnothing;\ s_2^*(\underline{c}) = \mathrm{E},\ s_2^*(\bar{c}) = \varnothing).$$

Nous devons donc exclure le cas $(\underline{c}, \underline{c})$ pour lequel le produit est émis par les deux entreprises.

Equilibres bayésiens en stratégies mixtes. – Le jeu II-Sim. ne comporte qu'un seul E.B. en stratégies mixtes ; cet équilibre apparaît quand les valeurs des paramètres satisfont : $\pi_{\underline{c}}^{m} + \pi_{\underline{c}}^{d}(\underline{c}) < \mathrm{P}$.

Il s'agit, pour chaque firme, de choisir :
$s(\underline{c}) = \varnothing$ avec la probabilité $p_1 = (-\mathrm{P} + \pi_{\underline{c}}^{m} + \pi_{\underline{c}}^{d}(\underline{c}))/(\mathrm{P} - \pi_{\underline{c}}^{m} + \pi_{\underline{c}}^{d}(\underline{c}))$
$s(\underline{c}) = \mathrm{E}$ avec la probabilité $p_2 = (2\,\mathrm{P} - 2\,\pi_{\underline{c}}^{\bar{m}})/(\mathrm{P} - \pi_{\underline{c}}^{m} + \pi_{\underline{c}}^{d}(\underline{c}))$
$s(\bar{c}) = \varnothing$ toujours.

En effet, pour une telle stratégie mixte du concurrent :

– chaque choix $s(\underline{c}) = \varnothing$ et $s(\underline{c}) = \mathrm{E}$ est une meilleure réponse et permet un gain en espérance de :$(-\mathrm{P}.\,\pi_{\underline{c}}^{d}(\underline{c}))/(\pi_{\underline{c}}^{m} - \pi_{\underline{c}}^{d}(\underline{c}) - \mathrm{P})$;

– le choix $s(\bar{c}) = \varnothing$ est une meilleure réponse car il permet un gain espéré de : $1/2\ \mathrm{P}.p_1 + 1/2\ \mathrm{P}$ supérieur au gain permis par $s(\bar{c}) = \mathrm{E} : 1/2\,\pi_{\bar{c}}^{m}.p_1 + 1/2\,\pi_{\bar{c}}^{d}(\underline{c}).p_2 + 1/2\,\pi_{\bar{c}}^{m}$.

Remarquons que contrairement aux équilibres en stratégies pures de la proposition 3, l'équilibre en stratégies mixtes fait apparaître chacun des trois états de marché suivants avec des probabilités positives :

– le produit n'est pas émis,

– le produit est émis par l'une ou l'autre des entreprises et cela au coût $\underline{c}$,

– le produit est émis par les deux entreprises au coût $\underline{c}$ (vecteur de gains dominé).

4.2. Le jeu II-Seq

Lorsqu'elle prend sa décision, chaque entreprise connaît son coût de production mais ne connaît que la distribution de probabilité p concernant les coûts de son concurrent ; cependant, si la firme 1 ignore la décision de la firme 2, cette dernière connaît la décision de 1 lorsqu'elle choisit d'émettre ou non ; de ce fait, elle pourra éventuellement réviser la distribution p en tenant compte de cette information.

Les stratégies ouvertes aux deux firmes sont ainsi respectivement :

$$s_1 = \{\, s_1(\underline{c}) = \varnothing,\ \mathrm{E},\ s_1(\bar{c}) = \varnothing,\ \mathrm{E} \,\}$$
$$s_2 = \{\, s_2(\underline{c}, \varnothing),\ s_2(\underline{c}, \mathrm{E}),\ s_2(\bar{c}, \varnothing),\ s_2(\bar{c}, \mathrm{E}) \,\}$$

où $s_2(.,.) = \varnothing$, E désigne la fonction de choix de la firme 2 qui peut émettre au coût c et qui a appris le choix de 1 : $\varnothing$ ou E.

Le concept de solution retenu est l'équilibre bayésien parfait (noté E.B.P.). Nous considérons tout d'abord les E.B.P. en stratégies pures.

Équilibres bayésiens parfaits en stratégies pures. – Un couple de stratégies pures $(s_1^*; s_2^*)$ et une distribution de probabilités conditionnelles $p^*(c_1/s_1)$ constitueront un E.B.P. si : [3]

— quel que soit le choix s_1 appartenant au support de s_1^*, $p^*(c_1/s_1)$ est obtenue en révisant de façon bayésienne l'a priori p; pour s_1 n'appartenant pas au support de s_1^*, la distribution a posteriori est arbitraire.

— $\forall c_1,\ s_1^*(c_1) \in \arg\max_{s_1} \sum_{c_2} 1/2\, \mathrm{H}_1(c_1, c_2, s_1, s_2^*(c_2, s_1))$

— $\forall c_2, \forall s_1,\ s_2^*(c_2, s_1) \in \arg\max_{s_2} \sum_{c_1} p^*(c_1/s_1)\, \mathrm{H}_2(c_1, c_2, s_1, s_2)$.

Nous devons distinguer différents ensembles de valeurs pour les paramètres :

(A$_1$) $\quad 2\pi_{\bar{c}}^m < \mathrm{P} \quad$ et $\quad \pi_{\underline{c}}^m + \pi_{\underline{c}}^d(\underline{c}) > \mathrm{P}.$

Il existe un seul E.B.P. et cet équilibre est tel que (cf. : proposition 1) :

— s'il existe au moins une entreprise au coût $\underline{c}$, une seule entreprise apparaît sur le nouveau marché et cela au coût $\underline{c}$;

— dans le cas contraire, le produit n'est pas émis.

En effet, nous montrons en annexe qu'il s'agit de l'équilibre révélateur : $(s_1^*; s_2^*)$, $p^*(c_1/s_1)$ suivant :
$(s_1^*(\underline{c}) = \mathrm{E},\ s_1^*(\bar{c}) = \varnothing;\ s_2^*(\underline{c}, \varnothing) = \mathrm{E},\ s_2^*(\underline{c}, \mathrm{E}) = \varnothing,\ s_2^*(\bar{c}, .) = \varnothing)$
$p^*(\underline{c}/\mathrm{E}) = 1,\ p^*(\bar{c}/\varnothing) = 1.$

L'entreprise 1 prend une décision différente selon que son coût est $\underline{c}$ ou $\bar{c}$; par son comportement, elle révèle donc son coût de production à l'entreprise 2 qui passe ainsi de l'a priori : $p(\underline{c}) = p(\bar{c}) = 1/2$ à une information complète.

(A$_2$) $\quad 2\pi_{\bar{c}}^m < \mathrm{P} \quad$ et $\quad \pi_{\underline{c}}^m + \pi_{\underline{c}}^d(\underline{c}) < \mathrm{P}$

Les résultats de A$_1$ sont inchangés si $\pi_{\underline{c}}^d(\bar{c}) < 0$; dans le cas contraire, l'équilibre révélateur précédent existe encore mais un deuxième équilibre apparaît tel que, contrairement au cas ci-dessus, le produit n'est pas émis dans le cas $(c_1, c_2) = (\underline{c}, \bar{c})$.

En effet, nous montrons en annexe qu'apparaît l'équilibre mélangeant : $(s_1^*; s_2^*)$, $p^*(c_1/s_1)$ suivant : [4]
$(s_1^*(\underline{c}) = \varnothing,\ s_1^*(\bar{c}) = \varnothing;\ s_2^*(\underline{c}, \varnothing) = \mathrm{E},\ s_2^*(\underline{c}),\ \mathrm{E}) = \mathrm{E},\ s_2^*(\bar{c}, .) = \varnothing)$
$p^*(\underline{c}/\varnothing) = p(\underline{c}) = 1/2,\ p^*(\bar{c}/\varnothing) = p(\bar{c}) = 1/2$
$p^*(\underline{c})/\mathrm{E}) < -\pi_{\underline{c}}^d(\bar{c})/(\pi_{\underline{c}}^d(\underline{c}) - \pi_{\underline{c}}^d(\bar{c}))$
$p^*(\bar{c}/\mathrm{E}) > \pi_{\underline{c}}^d(\underline{c})/(\pi_{\underline{c}}^d(\underline{c}) - \pi_{\underline{c}}^d(\bar{c})).$

L'entreprise 1 choisit de ne pas émettre quel que soit son coût de production; l'entreprise 2 ne peut donc rien inférer de la connaissance du choix de 1 : $\varnothing$; elle conserve ainsi l'a priori : $p(\underline{c}) = p(\bar{c}) = 1/2$.

Si, hors du sentier d'équilibre, la firme 1 choisit : E, la firme 2 se trouve confrontée à un événement de probabilité nulle; les inégalités ci-dessus

3. Cf. notamment : J. J. Laffont (GREMAQ [1988], chapitre III).
4. Cet équilibre peut également être considéré comme l'élément extrême d'un ensemble d'E.B.P. en stratégies mixtes si les croyances hors équilibre : $p^*(c_1/\mathrm{E})$ ne sont pas caractérisées par les inégalités ci-dessus mais par des égalités : cf. infra.

précisent alors quelles sont les croyances de 2 qui sont compatibles avec le fait que le choix : $s_2^*(\underline{c}, \mathrm{E})=\mathrm{E}$ soit une meilleure réponse.

Remarque. — Il découle des résultats précédents que, sous l'hypothèse H.1 et pour les valeurs des paramètres satisfaisant $2\pi_{\bar{c}}^m<\mathrm{P}$: tout E.B.P. en stratégies pures du jeu II-Seq. correspond, quels que soient c_1 et c_2, à des vecteurs de gains non dominés dans l'ensemble des paiements non coopératifs du jeu.

Les résultats sont différents dès lors que : $2\pi_{\bar{c}}^m>\mathrm{P}$; distinguons :

(B₁) $\quad 2\pi_{\bar{c}}^m>\mathrm{P}, \quad \pi_{\underline{c}}^m+\pi_{\underline{c}}^d(\underline{c})>\mathrm{P}, \quad \pi_{\underline{c}}^d(\underline{c})+\pi_{\underline{c}}^d(\bar{c})<0.$

Il existe un seul E.B.P. dans lequel l'entreprise 1 est la seule à émettre le produit.

Cet équilibre correspond donc à des vecteurs de gains dominés lorsque : $(c_1, c_2)=(\bar{c}, \underline{c})$ ou $(\bar{c}, \bar{c})$.

Remarquons en outre que nous retrouvons ici le phénomène de « sélection inverse » déjà rencontré dans le jeu IC-Seq. : lorsque $(c_1, c_2)=(\bar{c}, \underline{c})$, la firme au coût $\bar{c}$ émet le produit cependant que la firme au coût $\underline{c}$ n'est pas présente sur le nouveau marché.

En effet, nous montrons en annexe qu'il s'agit de l'équilibre mélangeant :
$(s_1^*(\underline{c})=\mathrm{E}, s_1^*(\bar{c})=\mathrm{E}; s_2^*(\underline{c}, \varnothing)=\mathrm{E}, s_2^*(\underline{c}, \mathrm{E})=\varnothing, s_2^*(\bar{c}, .)=\varnothing)$
$p^*(\underline{c}/\mathrm{E})=p(\underline{c})=1/2, p^*(\bar{c}/\mathrm{E})=p(\bar{c})=1/2$
$p^*(\underline{c}/\varnothing)$ et $p^*(\bar{c}/\varnothing)$: quelconques.

L'entreprise 2 ne peut rien inférer de la connaissance du choix de 1 : E; elle conserve donc dans ce cas l'a priori p. Si, hors du sentier d'équilibre, la firme 1 choisit : $\varnothing$, toute croyance de 2 est compatible avec le fait que les choix : $s_2^*(\underline{c}, \varnothing)=\mathrm{E}$ et $s_2^*(\bar{c}, \varnothing)=\varnothing$ soient meilleure réponse.

(B₂) $\quad 2\pi_{\bar{c}}^m>\mathrm{P} \quad$ et $\quad \pi_{\underline{c}}^m+\pi_{\underline{c}}^d(\underline{c})<\mathrm{P}.$

Les résultats de B_1 sont inchangés si $\pi_{\underline{c}}^d(\bar{c})<0$; dans le cas contraire :

— si $\pi_{\bar{c}}^d(\underline{c})+\pi_{\bar{c}}^d(\bar{c})<0$: l'équilibre mélangeant précédent existe encore mais un deuxième équilibre apparaît : l'équilibre mélangeant décrit en A_2;

— si $\pi_{\underline{c}}^d(\underline{c})+\pi_{\underline{c}}^d(\bar{c})>0$: un seul équilibre demeure : l'équilibre mélangeant décrit en A_2.

Pour les valeurs des paramètres restant à considérer, l'E.B.P. du jeu II-Seq. est un équilibre en stratégies mixtes.

Équilibres bayésiens parfaits en stratégies mixtes. — Désignons par :

$x_1(\varnothing/c_1)$ et $x_1(\mathrm{E}/c_1)$: les probabilités respectives avec lesquelles la firme 1 choisit de ne pas émettre ou d'émettre lorsqu'elle peut le faire au coût $c_1=\underline{c}, \bar{c}$.

$x_2(\varnothing/c_2/s_1)$ et $x_2(\mathrm{E}/c_2/s_1)$ les probabilités respectives avec lesquelles la firme 2 choisit de ne pas émettre ou d'émettre lorsqu'elle peut le faire au coût $c_2=\underline{c}, \bar{c}$ et qu'elle connaît le choix de la firme 1 : $s_1=\varnothing$, E.

Un couple de stratégies mixtes $(x_1^*; x_2^*)$ et une distribution de probabilités conditionnelles $p^*(c_1/s_1)$ constitueront un E.B.P. si :

– quel que soit le choix s_1 appartenant au support de x_1^*, $p^*(c_1/s_1)$ est obtenue en révisant de façon bayésienne l'a priori p; pour s_1 n'appartenant pas au support de x_1^*, la distribution a posteriori est arbitraire.

– $\forall c_1$, $\forall s_1$ appartenant au support de $x_1^*(s_1/c_1)$,

$$s_1 \in \arg.\max_{s_1} \sum_{c_2} \sum_{s_2} 1/2\,\mathrm{H}_1(c_1, c_2, s_1, s_2)\, x_2^*(s_2/c_2/s_1)$$

– $\forall c_2$, $\forall s_1$, $\forall s_2$ appartenant au support de $x_2^*(s_2/c_2/s_1)$,

$$s_2 \in \arg.\max_{s_2}. \sum_{c_1} p^*(c_1/s_1)\,\mathrm{H}_2(c_1, c_2, s_1, s_2).$$

Les valeurs des paramètres restant à considérer vérifient :

(C_1) $\qquad 2\pi_{\bar{c}}^m > \mathrm{P}, \qquad \pi_{\underline{c}}^m + \pi_{\underline{c}}^d(\underline{c}) > \mathrm{P}, \qquad \pi_{\underline{c}}^d(\underline{c}) + \pi_{\underline{c}}^d(\bar{c}) > 0.$

Il existe dans ce cas un seul E.B.P. et cet équilibre fait apparaître, suivant les valeurs (c_1, c_2), chacun des états de marché ci-dessous avec des probabilités positives :
$(\underline{c}, \underline{c})$: émis par 1, ou par 1 et 2 (vecteur de gains dominé)
$(\underline{c}, \bar{c})$: émis par 1
$(\bar{c}, \underline{c})$: émis par 1 (sélection inverse), ou par 2, ou par 1 et 2 (dominé)
$(\bar{c}, \bar{c})$: non émis ou émis par 1 (vecteur de gains dominé).

En effet, nous montrons en annexe qu'il s'agit de l'équilibre semi-révélateur : $(x_1^*; x_2^*)$, $p^*(c_1/s_1)$ suivant :

$(x_1^*(\mathrm{E}/\underline{c}) = 1, x_1^*(\varnothing/\bar{c}) = (\pi_{\underline{c}}^d(\underline{c})/\pi_{\underline{c}}^d(\bar{c})) + 1,\ x_1^*(\mathrm{E}/\bar{c}) = -\pi_{\underline{c}}^d(\underline{c})/\pi_{\underline{c}}^d(\bar{c});$
$x_2^*(\mathrm{E}/\underline{c}/\varnothing) = 1,$
$x_2^*(\varnothing/\underline{c}/\mathrm{E}) = (\pi_{\bar{c}}^m + \pi_{\bar{c}}^d(\underline{c}) - \mathrm{P})/(-\pi_{\bar{c}}^m + \pi_{\bar{c}}^d(\underline{c})),$
$x_2^*(\mathrm{E}/\underline{c}/\mathrm{E}) = (-2\pi_{\bar{c}}^m + \mathrm{P})/(-\pi_{\bar{c}}^m + \pi_{\bar{c}}^d(\underline{c})), \qquad x_2^*(\varnothing/\bar{c}/.) = 1)$
$p^*(\underline{c}/\mathrm{E}) = \pi_{\underline{c}}^d(\bar{c})/(\pi_{\underline{c}}^d(\bar{c}) - \pi_{\underline{c}}^d(\underline{c}))$
$p^*(\bar{c}/\mathrm{E}) = -\pi_{\underline{c}}^d(\underline{c})/(\pi_{\underline{c}}^d(\bar{c}) - \pi_{\underline{c}}^d(\underline{c}))$
$p^*(\bar{c}/\varnothing) = 1.$

L'entreprise 1 décide ainsi d'émettre le produit si $c_1 = \underline{c}$; dans le cas contraire, elle décide de ne l'émettre qu'avec la probabilité $x_1^*(\mathrm{E}/\bar{c})$. Par son comportement, elle révèle donc partiellement son coût de production à l'entreprise 2 :

– si la firme 2 apprend : $\varnothing$, elle passe de l'a priori $p(\underline{c}) = p(\bar{c}) = 1/2$ à l'information complète : $p^*(\bar{c}/\varnothing) = 1$

– si la firme 2 apprend : E, elle ne peut que réviser de façon bayésienne l'a priori p :

$p^*(\underline{c}/\mathrm{E}) = p(\underline{c}) . x_1^*(\mathrm{E}/\underline{c})/(p(\underline{c}) . x_1^*(\mathrm{E}/\underline{c}) + p(\bar{c}) . x_1^*(\mathrm{E}/\bar{c}))$

$p^*(\bar{c}/\mathrm{E})$: analogue.

Notons enfin qu'il existe un ensemble d'E.B.P. en stratégies mixtes dès lors que les valeurs des paramètres satisfont H.1 et :

$$(C_2) \qquad \pi^m_{\underline{c}} + \pi^d_{\underline{c}}(\underline{c}) < P \quad \text{et} \quad \pi^d_c(\bar{c}) > 0.$$

Tout E.N.P. appartenant à cet ensemble fait apparaître les mêmes états de marché que l'équilibre mélangeant décrit en A_2.

En effet, nous montrons en annexe qu'il s'agit des équilibres mélangeants : $(s_1^*; s_2^*)$, $p^*(c_1/s_1)$ suivants :

$$(x_1^*(\varnothing/\underline{c}) = 1,\ x_1^*(\varnothing/\bar{c}) = 1;$$

$$x_2^*(E/\underline{c}/\varnothing) = 1, x_2^*(\varnothing/\underline{c}/E) = y,\ x_2^*(E/\underline{c}/E) = (1-y),\ x_2^*(\varnothing/\bar{c}/.) = 1)$$

où :

$$0 \leqslant y \leqslant (P - \pi^m_{\underline{c}} - \pi^d_{\underline{c}}(\underline{c}))/(\pi^m_{\underline{c}} - \pi^d_{\underline{c}}(\underline{c}))$$

$$p^*(\underline{c}/\varnothing) = p(\underline{c}) = 1/2, \qquad p^*(\bar{c}/\varnothing) = p(\bar{c}) = 1/2$$

$$p^*(\underline{c}/E) = -\pi^d_{\underline{c}}(\bar{c})/(\pi^d_{\underline{c}}(\underline{c}) - \pi^d_{\underline{c}}(\bar{c}))$$

$$p^*(\bar{c}/E) = \pi^d_{\underline{c}}(\underline{c})/(\pi^d_{\underline{c}}(\underline{c}) - \pi^d_{\underline{c}}(\bar{c}))$$

L'entreprise 2 ne peut rien inférer de la connaissance du choix de 1 : $\varnothing$ Si, hors du sentier d'équilibre, la firme 1 choisit : E, les égalités ci-dessus précisent quelles sont les croyances de 2 qui sont compatibles avec le fait que les deux choix : $s_2(\underline{c}, E) = \varnothing$ et $s_2(\underline{c}, E) = E$ appartiennent au support de $x_2^*(s_2/\underline{c}/E)$.

Remarque. — L'E.B.P. correspondant à la valeur $y = 0$ ne diffère de l'équilibre mélangeant décrit en A_2 qu'en ce qui concerne les croyances hors équilibre $p^*(c_1/E)$:

— si $p^*(c_1/E)$ est caractérisé par les égalités ci-dessus, la firme 2 peut mixer les choix : $s_2(\underline{c}, E) = \varnothing$ et $s_2(\underline{c}, E) = E$; l'E.B.P. correspondant à $x_2^*(E/\underline{c}/E) = 1$ apparaît alors comme l'élément extrême d'un ensemble d'E.B.P. en stratégies mixtes ;

— si $p^*(c_1/E)$ est caractérisé par les inégalités de A_2, seul le choix $s_2^*(\underline{c}, E) = E$ est meilleure réponse ; l'E.B.P. correspondant est alors un E.B.P. en stratégies pures.

5 Application au marché d'un service

Les résultats obtenus sont exploités ici dans le modèle de concurrence à la Hotelling suivant :

N individus identiques sont susceptibles de consommer une fois un service L pendant une période de durée unitaire (N : suffisamment grand).

Chaque individu est repéré, à l'intérieur de cette période, par sa date préférée de consommation du service; ces dates sont supposées uniformément réparties sur la période.

Un individu n'achète L que si :

$$(i) \qquad s.d+p \leqslant u$$

u : utilité de L ($u=300$)
$s.d$: désutilité d'un écart d entre la date préférée et la date à laquelle le service est disponible ($s.d=100.d$)
p : prix de L.

Initialement, deux firmes 1 et 2, en situation de duopole, proposent chacune le service L à une date unique, respectivement : $T_1=0{,}2$ et $T_2=0{,}8$.

Les coûts sont supposés identiques pour les deux firmes : coût marginal constant $=c=260$ et coûts fixes $=$ F.

Chaque firme doit décider de proposer ou non le service L à une deuxième date supplémentaire qui ne peut être que : $T'_1=0{,}6$ pour la firme 1 et $T'_2=0{,}4$ pour la firme 2. Les coûts fixes liés à ces dates supplémentaires sont supposés identiques pour les deux firmes ($=$F′). Le coût marginal $c_{T'_i}$ ($i=1{,}2$), supposé constant, peut être différent d'une firme à l'autre : ce coût peut être faible ($c_{T'_i}=c=260=\underline{c}$) ou élevé ($c_{T'_i}=\bar{c}=270$).

5.1. Calcul des profits associés à chaque couple de décisions

Une date t, proposée au prix p_t, permet potentiellement de capter les consommateurs dont les dates préférées de consommation appartiennent aux deux intervalles de temps : avant et après t. Chaque intervalle est d'autant plus bref que p_t est élevé; nous le notons : $d(p_t)$.

Pour caractériser la demande du service offert en t au prix p_t, distinguons les deux cas suivants :

- $d(p_t)$ ne chevauche pas les intervalles afférents aux autres dates auxquelles le service est également disponible (éventualité qui dépend de ces dates et leurs prix) ; on a alors d'après (i) :

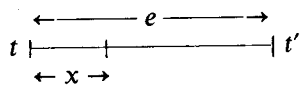
$$d(p_t)=1/100\,(300-p_t)$$

et puisque la répartition des consommateurs est uniforme, $d(p_t)$ correspond à une demande :

$$q(p_t) = N/100(300 - p_t) \qquad \text{pour} \quad p_t < 300, \qquad (= 0 \text{ sinon}).$$

Notons que cette demande peut être réduite par les bornes de la période [0, 1] considérée.

• $d(p_t)$ chevauche un ou plusieurs intervalles afférents à d'autres dates disponibles et vient, par là, concurrencer ces dates. On a alors, entre la date t et une date quelconque t', le partage potentiel suivant : [5]



$100\,x + p_t = 100(e - x) + p_{t'}$ soit : $x = 1/200(p_{t'} - p_t + 100\,e)$.

Par conséquent, la demande potentielle du service offert en t, au prix p_t, est dans ce cas :

$$q(p_t, e, p_{t'}) = N/200(p_{t'} - p_t + 100\,e).$$

Les prix d'équilibre associés à chaque couple de décisions prises sont calculés en considérant chacun des deux types de demande définis ci-dessus et en sélectionnant ensuite le prix p_t^* qui engendre un $d(p_t^*)$ compatible avec le type de demande dont est issu p_t^*.

Les différents prix d'équilibre ainsi obtenus sont portés sur la figure 1 où les couples de décisions prises (s_1, s_2) sont caractérisés par :
$\varnothing$: ne pas proposer de date supplémentaire
E_c : organiser une deuxième date au coût c.

Les cas $(\varnothing, E_{\underline{c}})$, $(\varnothing, E_{\bar{c}})$ et $(E_{\bar{c}}, E_{\underline{c}})$, non représentés, peuvent être obtenus par symétrie.

Sur la base de ces résultats, nous pouvons calculer les profits associés à chaque couple de décisions prises, pour tout couple de coûts : $(c_{T_1'}, c_{T_2'})$. Les résultats sont portés sur la figure 2 après avoir subi une translation de montant : $+F$. [6]

5.2. Le problème de décision

Nous considérons le jeu séquentiel dans lequel la firme 2 connaît la décision prise par la firme 1 lorsqu'elle prend sa propre décision. Nous distinguons le jeu en information complète (jeu : IC-Seq.) où chaque firme est informée des coûts $(c_{T_1'}, c_{T_2'})$ et, le jeu en information incomplète (jeu :

---

5. Le partage n'est que potentiel car il faut tenir compte de toutes les dates t' concurrencées par t.
6. Remarquons qu'à la différence des sections 3 et 4 :

$$b(\underline{c}) = 6\,N \neq b(\bar{c}) = 6{,}5\,N.$$

II-Seq.) où n'existe, en ce qui concerne les coûts de la firme rivale, que la distribution de probabilités a priori : $p(\underline{c}) = p(\bar{c}) = 1/2$.

Nous limitons les valeurs de F′ à considérer : [7]

$$4\,N < F' < 5\,N$$

5.2.1. *Le jeu IC-Seq.*

Pour les différentes valeurs $(c_{T'_1}, c_{T'_2})$, on a les équilibres de Nash parfaits suivants (cf. : section 3.2) :

$(\underline{c}, \underline{c})$: $(T'_1 ; s_2^*(\varnothing) = T'_2, s_2^*(T'_1) = \varnothing)$
$(\bar{c}, \bar{c})$: $(\varnothing ; s_2^*(\varnothing) = \varnothing, s_2^*(T'_1) = \varnothing)$
$(\underline{c}, \bar{c})$: $(T'_1 ; s_2^*(\varnothing) = \varnothing, s_2^*(T'_1) = \varnothing)$
$(\bar{c}, \underline{c})$ et $F' < 4{,}5\,N$: $(\varnothing ; s_2^*(\varnothing) = T'_2, s_2^*(T'_1) = T'_2)$
$(\bar{c}, \underline{c})$ et $F' > 4{,}5\,N$: $(T'_1 ; s_2^*(\varnothing) = T'_2, s_2^*(T'_1) = \varnothing)$.

- Les quatre premières éventualités sont ainsi conformes à la proposition 1 (section 3) étendue aux E.N.P. du jeu IC-Seq. : s'il existe au moins une firme au coût $\underline{c}$, une seule firme propose une date supplémentaire et cela, au coût $\underline{c}$; dans le cas contraire, pas de date supplémentaire.

- La dernière éventualité implique un phénomène de sélection inverse : seule la firme au coût $\bar{c}$ propose une date supplémentaire.

5.2.2. *Le jeu II-Seq.*

En fonction de la valeur de F′, on a les équilibres bayésiens parfaits suivants (cf. : section 4.2) :

(A). $4\,N < F' < 4{,}25\,N$: *équilibre semi-révélateur type* C_1

$(x_1^*(T'_1/\underline{c}) = 1, x_1^*(\varnothing/\bar{c}) = (2\,F' - 8{,}5\,N)/(F' - 4{,}5\,N), x_1^*(T'_1/\bar{c})$
$= (-F' + 4\,N)/(F' - 4{,}5\,N) ; x_2^*(T'_2/\bar{c}/\varnothing) = 1,$
$x_2^*(\varnothing/\underline{c}/T'_1) = (F' - 3{,}1\,N)/1{,}4\,N,$
$x_2^*(T'_2/\underline{c}/T'_1) = (4{,}5\,N - F')/1{,}4\,N, x_2^*(\varnothing/\bar{c}/.) = 1)$
$p^*(\underline{c}/T'_1) = (4{,}5\,N - F')/0{,}5\,N$
$p^*(\bar{c}/T'_1) = (F' - 4\,N)/0{,}5\,N$
$p^*(\bar{c}/\varnothing) = 1.$

Ainsi, selon les valeurs $(c_{T'_1}, c_{T'_2})$, chacune des dates supplémentaires ci-dessous apparaît avec une probabilité positive :
$(\underline{c}, \underline{c})$: T'_1 ou $(T'_1$ et $T'_2)$
$(\underline{c}, \bar{c})$: T'_1
$(\bar{c}, \underline{c})$: T'_1 (sélection inverse) ou T'_2 ou $(T'_1$ et $T'_2)$
$(\bar{c}, \bar{c})$: T'_1 ou pas de date supplémentaire.

7. Cet intervalle est suffisamment large pour obtenir les trois catégories d'équilibre rencontrées dans le jeu II-Seq., section 4.

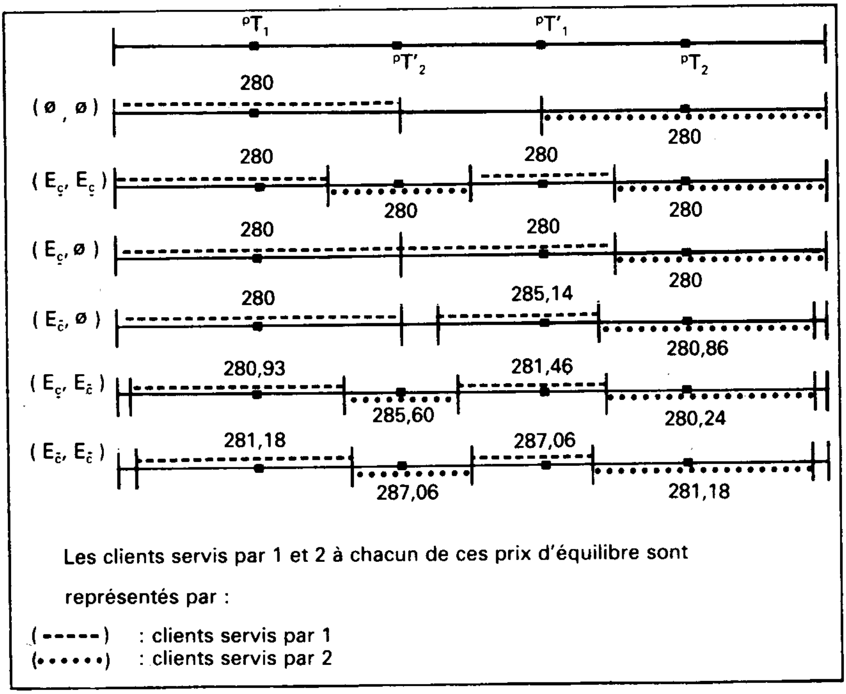


FIGURE 1

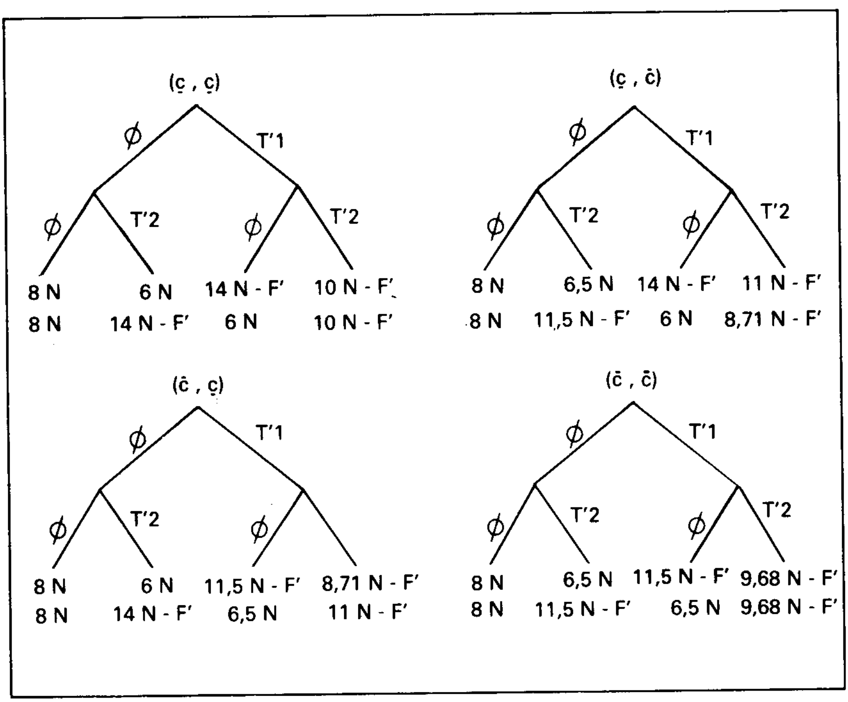


FIGURE 2

(B). $4{,}25\,\mathrm{N} < \mathrm{F}' < 4{,}5\ \mathrm{N}$: *équilibre mélangeant type* B_1

$(s_1^*(\underline{c}) = \mathrm{T}'_1, s_1^*(\bar{c}) = \mathrm{T}'_1 ; s_2^*(\underline{c}, \varnothing) = \mathrm{T}'_2, s_2^*(\underline{c}, \mathrm{T}'_1) = \varnothing, s_2^*(\bar{c}, .) = \varnothing)$

$p^*(\underline{c}/\mathrm{T}'_1) = p(\underline{c}) = 1/2$

$p^*(\bar{c}/\mathrm{T}'_1) = p(\bar{c}) = 1/2$

$p^*(\underline{c}/\varnothing)$ et $p^*(\bar{c}/\varnothing)$: quelconques.

Quelles que soient les valeurs $(c_{\mathrm{T}'_1}, c_{\mathrm{T}'_2})$, nous avons donc T'_1 comme date supplémentaire unique. Remarquons que pour $(c_{\mathrm{T}'_1}, c_{\mathrm{T}'_2}) = (\bar{c}, \underline{c})$, nous retrouvons une sélection inverse.

(C). $4{,}5\,\mathrm{N} < \mathrm{F}' < 5\,\mathrm{N}$: *équilibre révélateur type* A_1

$$(s_1^*(\underline{c}) = \mathrm{T}'_1, s_1^*(\bar{c}) = \varnothing ;\ s_2^*(\underline{c}, \varnothing) = \mathrm{T}'_2)\ s_2^*(\underline{c}, \mathrm{T}'_1) = \varnothing, s_2^*(\bar{c}, .) = \varnothing)$$

$$p^*(\underline{c}/\mathrm{T}'_1) = 1$$

$$p^*(\bar{c}/\varnothing) = 1.$$

Cet équilibre satisfait donc la proposition 1 (section 3) rappelée ci-dessus en 5.2.1 et étendue ici aux E.B.P. du jeu II-Seq.

5.3. Information et bien-être

L'achat de L procure à un client j, subissant l'écart d^j entre sa date préférée et la date possible de consommation du service, un gain d'utilité :

$$\mathrm{S}^j = 300 - 100\,d^j - p.$$

Dans une période d précédant ou suivant une date de consommation, numérotons les individus par ordre décroissant d'écart subi ; l'individu j subit alors un écart :

$$d^j = d - (1/\mathrm{N}.j)$$

Le gain d'utilité perçu par l'ensemble des clients de la période d s'écrit ainsi :

$$\mathrm{S}' = \int_0^{d.\mathrm{N}} (300 - 100\,d^j - p)\,dj = d.\mathrm{N}(300 - p - 50\,d).$$

Pour chaque couple de décisions susceptibles d'apparaître au sein des équilibres obtenus précédemment en 5.2, nous calculons le surplus $\bar{\mathrm{S}}$ de l'ensemble des consommateurs servis ; on obtient :

$(\varnothing, \varnothing)$: $\bar{\mathrm{S}} = 8\ \mathrm{N}$

$(\mathrm{E}_c, \varnothing)$ ou $(\varnothing, \mathrm{E}_{\underline{c}})$: $\bar{\mathrm{S}} = 11\,\mathrm{N}$

$(\mathrm{E}_{\bar{c}}, \varnothing)$: $\bar{\mathrm{S}} = 9{,}38\,\mathrm{N}$

$(\mathrm{E}_c, \mathrm{E}_c)$: $\bar{\mathrm{S}} = 13\,\mathrm{N}$

$(\mathrm{E}_{\bar{c}}, \mathrm{E}_{\underline{c}})$: $\bar{\mathrm{S}} = 11{,}33\,\mathrm{N}$.

Nous calculons ensuite le surplus S, en espérance, de l'ensemble des consommateurs servis dans chacun des équilibres obtenus. Les résultats sont

jeu : IC-Seq.

E.N.P. conformes à la proposition 1 étendue aux ENP		E.N.P. avec sélection inverse pour ($\bar{c}$, $\underline{c}$)
	$S=10{,}25\ N$ $\pi=19\ N-2\ F-3/4\ F'$ $T=29{,}25\ N-2\ F-3/4\ F'$	$S=9{,}84\ N$ $\pi=18{,}5\ N-2\ F-3/4\ F'$ $T=28{,}34\ N-2\ F-3/4\ F'$
$\pi=15{,}92\ N-2\ F$ $T=26{,}17\ N-2\ F$		

$4\ N \qquad 4{,}25\ N \qquad 4{,}5\ N \qquad 5\ N \quad F'$

jeu : II-Seq.

E.B.P. semi-révélateur type C_1	E.B.P. mélangeant type B_1	E.B.P. révélateur type A_1
$S=10{,}41\ N$	$S=10{,}19\ N$	$S=10{,}25\ N$
$\pi=15{,}33\ N-2\ F$	$\pi=19\ N-2\ F-F'$	$\pi=19\ N-2\ F-3/4\ F'$
$T=25{,}74\ N-2\ F$	$T=29{,}19\ N-2\ F-F'$	$T=29{,}25\ N-2\ F-3/4\ F'$

présentés dans le tableau ci-dessus; y figure également le profit global associé des firmes : $\pi=\pi^1+\pi^2$; la ligne T totalise S et π.

Les résultats du jeu IC-Seq. ont été agrégés en utilisant la distribution de probabilités : $p(\underline{c})=p(\bar{c})=1/2$.

Dans le cas : $F'<4{,}25\,N$, pour alléger la présentation, nous donnons les résultats obtenus pour la valeur particulière : $F'=4{,}1\,N$.

Il faut distinguer :

- $F'<4{,}25\,N$: Le contexte d'information incomplète est favorable aux consommateurs car le gain (en terme de délai) lié à la possibilité de deux dates supplémentaires l'emporte sur la perte (en terme de tarif) liée à la possibilité d'une sélection inverse. Les firmes sont perdantes car elles supportent le coût des bluffs offensifs et défensifs.

- $4{,}25\,N<F'<4{,}5\,N$: Le contexte d'information incomplète est défavorable aux deux catégories d'agents. Pour les consommateurs, la perte liée à la sélection inverse du cas ($\bar{c}$, $\underline{c}$) l'emporte sur le gain procuré par la date supplémentaire du cas ($\bar{c}$, $\bar{c}$); pour les firmes, ces deux éventualités affectent négativement les profits.

- $F'>4{,}5\,N$: Le phénomène de sélection inverse associé au cas ($\bar{c}$, $\underline{c}$) en information complète n'apparaît pas dans le jeu à information incomplète. En effet, la firme 1 a dans ce jeu l'espoir d'avoir une rivale au coût $\bar{c}$ qui n'organisera pas T'_2 même si 1 n'organise pas T'_1; la firme 1 décide ainsi de révéler son coût de production et de ne pas organiser T'_1 lorsqu'elle ne peut le faire qu'à $\bar{c}$.

Le contexte d'information incomplète est donc, dans ce cas, profitable à la fois aux firmes et aux consommateurs : pour les valeurs ($\bar{c}$, $\underline{c}$) les firmes gagnent 2 N et les consommateurs sont tous servis et ceci, au prix unique de 280; en information complète (cf. : Figure 1) ils subissent des prix $p_{T'_1}$ et p_{T_2} plus élevés voire dissuasifs pour certains d'entre eux.

La nature du contexte informationnel est donc ici un argument essentiel de l'analyse menée en terme de bien-être; et la sensibilité des conclusions, face aux valeurs des paramètres, en constitue sans doute le résultat principal.

6 Conclusion

Dans le modèle d'information incomplète considéré, le coût de production constitue, pour chaque entreprise, une information privée dont l'exploitation ne peut être aussi directe qu'en information complète. Et c'est dans le cas où les firmes effectuent leurs choix de façon simultanée que les résultats sont les plus contrastés :

– En information complète, l'hypothèse H. 1 est une condition nécessaire et suffisante pour que tout équilibre de Nash en stratégies pures possède les deux propriétés suivantes :

1. le vecteur de gains des firmes est non dominé dans l'ensemble des paiements non coopératifs du jeu;

2. le produit est lancé s'il existe au moins une firme à coût faible.

– En information incomplète, H. 1 ne suffit plus à assurer que, quels que soient les coûts des firmes, tout équilibre bayésien en stratégies pures satisfait, ex-post, ne serait-ce que l'une de ces deux propriétés.

Les résultats ne sont plus aussi tranchés lorsque les firmes effectuent leurs choix de façon séquentielle :

– L'hypothèse H. 1 n'est plus suffisante, même en information complète, pour que tout équilibre de Nash parfait vérifie la propriété 1 ci-dessus; pour $(c_1, c_2)=(\bar{c}, \underline{c})$ en effet, certaines valeurs des paramètres conduisent à une sélection inverse : la firme 1, au coût élevé lance le produit et une réaction de la firme 2 n'est pas une menace crédible.

– Dans le contexte d'information incomplète, l'aspect séquentiel du jeu oblige la firme 1 à prendre en compte l'information que son comportement transmet quant à son coût de production. Il existe des ensembles de valeurs des paramètres pour lesquels chacun des équilibres bayésiens parfaits ci-dessous apparaît en tant qu'E.B.P. unique; [8] ces équilibres décrivent des

8. Pour le deuxième équilibre cependant, l'unicité n'est satisfaite qu'en ce qui concerne le sentier d'équilibre. Naturellement, plusieurs de ces équilibres coexistent pour d'autres valeurs des paramètres.

options très différenciées de la part de la première entreprise :

– prendre une décision différente pour chaque niveau de coût; l'E.B.P. révélateur correspondant satisfait, pour tout (c_1, c_2), les propriétés 1 et 2;

– quel que soit le coût : ne pas lancer le produit; l'E.B.P. mélangeant ne satisfait pas la propriété 2 lorsque $(c_1, c_2)=(\underline{c}, \bar{c})$;

– quel que soit le coût : lancer le produit; l'E.B.P. mélangeant ne satisfait pas la propriété 1 lorsque $(c_1, c_2)=(\bar{c}, \bar{c})$ ou $(\bar{c}, \underline{c})$ et notons que ce dernier cas implique une sélection inverse;

– utiliser le mécanisme de transmission d'information de manière active et pratiquer la désinformation : lancer le produit avec une probabilité positive, malgré un coût élevé, pour induire chez sa rivale l'idée d'un coût faible. Afin de limiter cette propension au bluff, la firme 2 lance alors son propre produit avec une probabilité positive même si la firme 1 a déjà choisi de lancer le sien. L'E.B.P. semi-révélateur correspondant ne satisfait pas ex-post, pour tout (c_1, c_2), la propriété 1 (il supporte notamment une sélection inverse).

Dans la gestion de leur information privée, les firmes sont ainsi conduites à des comportements beaucoup plus raffinés qu'en information complète; cependant, de tels comportements ne vont pas sans coûts et les deux derniers équilibres décrits ci-dessus peuvent conduire ex-post à des vecteurs de gains dominés.

Si nous raisonnons sur les gains espérés ex-ante, l'application proposée à la section 5 établit que, pour ces deux derniers équilibres, le fait d'avoir à gérer une information privée est défavorable aux firmes (dans l'équilibre mélangeant cela affecte également de façon négative le bien-être des consommateurs). En revanche, il existe une large plage de valeurs des paramètres pour laquelle un phénomène de sélection inverse est présent en information complète (la firme 1 au coût $\bar{c}$ met la firme 2 au coût $\underline{c}$ devant le fait accompli) et disparaît dans le contexte d'information incomplète; ce contexte s'avère par là favorable à la fois aux firmes et aux consommateurs. Dans l'E.B.P. révélateur unique correspondant, la firme 1, qui a l'espoir d'avoir une rivale à coût fort préférant le statu quo, ne lance pas son produit lorsque son propre coût est fort, révélant ainsi son information privée. Curieusement, la firme 1 serait donc amenée ici à révéler son coût de production parce qu'elle se trouve dans l'ignorance du véritable coût de production de sa concurrente. Effectivement, pour les valeurs concernées des paramètres, l'hypothèse de connaissance commune du coût c_2 conduit, pour $c_2=\underline{c}$, à un seul équilibre : un E.B.P. mélangeant.

ANNEXE

I. Équilibres bayésiens en stratégies pures du jeu II-Sim.

En face chaque choix $s_i(c_i)$, nous calculons les gains associés de l'entreprise i lorsque l'entreprise concurrente joue la stratégie s_j^*; les choix meilleure réponse sont repérés par : (∗).

A. Si $\pi^m_{\underline{c}} + \pi^d_{\underline{c}}(\underline{c}) < \mathrm{P}$ il existe les deux E.B. :

$$\text{Eq. } 1: (s_1^*(\underline{c}) = \mathrm{E}, s_1^*(\bar{c}) = \varnothing\, ; s_2^*(\underline{c}) = \varnothing, s_2^*(\bar{c}) = \varnothing)$$

$$\text{Eq. } 2: (s_1^*(\underline{c}) = \varnothing, s_1^*(\bar{c}) = \varnothing\, ; s_2^*(\underline{c}) = \mathrm{E}, s_2^*(\bar{c}) = \varnothing)$$

$$
\begin{aligned}
\text{Eq. } 1: \quad & s_1(\underline{c}) = \varnothing: 1/2\,\mathrm{P} + 1/2\,\mathrm{P} = \mathrm{P} \\
& s_1(\underline{c}) = \mathrm{E}: 1/2\,\pi^m_{\underline{c}} + 1/2\,\pi^m_{\underline{c}} = \pi^m_{\underline{c}} \quad (*) \\
& s_1(\bar{c}) = \varnothing: 1/2\,\mathrm{P} + 1/2\,\mathrm{P} = \mathrm{P} \quad (*) \\
& s_1(\bar{c}) = \mathrm{E}: 1/2\,\pi^m_{\bar{c}} + 1/2\,\pi^m_{\bar{c}} = \pi^m_{\bar{c}} \\
& s_2(\underline{c}) = \varnothing: 1/2.\mathrm{O} + 1/2\,\mathrm{P} = 1/2\,\mathrm{P} \quad (*) \\
& s_2(\underline{c}) = \mathrm{E}: 1/2\,\pi^d_{\underline{c}}(\underline{c}) + 1/2\,\pi^m_{\underline{c}} \\
& s_2(\bar{c}) = \varnothing: 1/2.\mathrm{O} + 1/2\,\mathrm{P} = 1/2\,\mathrm{P} \quad (*) \\
& s_2(\bar{c}) = \mathrm{E}: 1/2\,\pi^d_{\bar{c}}(\underline{c}) + 1/2\,\pi^m_{\bar{c}}
\end{aligned}
$$

Eq. 2 : Les résultats sont identiques à ci-dessus, il suffit de permuter les entreprises 1 et 2.

B. Si $\pi^m_{\underline{c}} + \pi^d_{\underline{c}}(\underline{c}) > \mathrm{P}$ il existe un seul E.B. :

$$
\begin{aligned}
& (s_1^*(\underline{c}) = \mathrm{E}, s_1^*(\bar{c}) = \varnothing\, ; s_2^*(\underline{c}) = \mathrm{E}, s_2^*(\bar{c}) = \varnothing) \\
& s_1(\underline{c}) = \varnothing: 1/2.\mathrm{O} + 1/2\,\mathrm{P} = 1/2\,\mathrm{P} \\
& s_1(\underline{c}) = \mathrm{E}: 1/2\,\pi^d_{\underline{c}}(\underline{c}) + 1/2\,\pi^m_{\underline{c}} \quad (*) \\
& s_1(\bar{c}) = \varnothing: 1/2.\mathrm{O} + 1/2\,\mathrm{P} = 1/2\,\mathrm{P} \quad (*) \\
& s_1(\bar{c}) = \mathrm{E}: 1/2\,\pi^d_{\bar{c}}(\underline{c}) + 1/2\,\pi^m_{\bar{c}}.
\end{aligned}
$$

Entreprise 2 : résultats identiques à ci-dessus.

II. Équilibres bayésiens parfaits du jeu II-Seq.

A. E.B.P. en stratégies pures.

Nous calculons les gains associés à chaque choix $s_1(c_1)$ de l'entreprise 1 et $s_2(c_2, .)$ de l'entreprise 2, lorsque l'entreprise concurrente joue la stratégie s^*; les choix meilleure réponse sont repérés par : (∗).

Equilibre révélateur A_1

$$s_1(\underline{c}) = \emptyset : 1/2 . O + 1/2\, P = 1/2\, P$$
$$s_1(\underline{c}) = E : 1/2\, \pi^m_{\underline{c}} + 1/2\, \pi^m_{\underline{c}} = \pi^m_{\underline{c}} \quad (*)$$
$$s_1(\bar{c}) = \emptyset : 1/2 . O + 1/2\, P = 1/2\, P \quad (*)$$
$$s_1(\bar{c}) = E : 1/2\, \pi^m_{\bar{c}} + 1/2\, \pi^m_{\bar{c}} = \pi^m_{\bar{c}}$$
$$\left.\begin{array}{l} s_2(\underline{c}, \emptyset) = \emptyset : P \\ s_2(\underline{c}, \emptyset) = E : \pi^m_{\underline{c}} \quad (*) \end{array}\right\} \text{vrai pour tout équilibre}$$
$$s_2(\underline{c}, E) = \emptyset : O \quad (*)$$
$$s_2(\underline{c}, E) = E : \pi^d_{\underline{c}}(\underline{c}) . 1 + \pi^d_{\underline{c}}(\bar{c}) . O = \pi^d_{\underline{c}}(\underline{c})$$
$$\left.\begin{array}{l} s_2(\bar{c}, \emptyset) = \emptyset : P \quad (*) \\ s_2(\bar{c}, \emptyset) = E : \pi^m_{\bar{c}} \end{array}\right\} \text{vrai pour tout équilibre}$$
$$s_2(\bar{c}, E) = \emptyset : O \quad (*)$$
$$s_2(\bar{c}, E) = E : \pi^d_{\bar{c}}(\underline{c}) . 1 + \pi^d_{\bar{c}}(\bar{c}) . O = \pi^d_{\bar{c}}(\underline{c}).$$

Équilibre mélangeant A_2

$$s_1(\underline{c}) = \emptyset : 1/2 . O + 1/2\, P = 1/2\, P \quad (*)$$
$$s_1(\underline{c}) = E : 1/2\, \pi^d_{\underline{c}}(\underline{c}) + 1/2\, \pi^m_{\underline{c}}$$
$$s_1(\bar{c}) = \emptyset : 1/2 . O + 1/2\, P = 1/2\, P \quad (*)$$
$$s_1(\bar{c}) = E : 1/2\, \pi^d_{\bar{c}}(\underline{c}) + 1/2\, \pi^m_{\bar{c}}$$
$$s_2(\underline{c}, E) = \emptyset : O$$
$$s_2(\underline{c}, E) = E : p^*(\underline{c}/E) . \pi^d_{\underline{c}}(\underline{c}) + p^*(\bar{c}/E) . \pi^d_{\underline{c}}(\bar{c}) \quad (*)$$
$$s_2^*(\underline{c}, E) = E \text{ implique} : p^*(\underline{c}/E) < -\pi^d_{\underline{c}}(\bar{c}) / (\pi^d_{\underline{c}}(\underline{c}) - \pi^d_{\underline{c}}(\bar{c}))$$
$$s_2(\bar{c}, E) = \emptyset : O \quad (*)$$
$$s_2(\bar{c}, E) = E : p^*(\underline{c}/E) . \pi^d_{\bar{c}}(\underline{c}) + p^*(\bar{c}/E) . \pi^d_{\bar{c}}(\bar{c}).$$

Équilibre mélangeant B_1

$$s_1(\underline{c}) = \emptyset : 1/2 . O + 1/2\, P = 1/2\, P$$
$$s_1(\underline{c}) = E : 1/2\, \pi^m_{\underline{c}} + 1/2\, \pi^m_{\underline{c}} = \pi^m_{\underline{c}} \quad (*)$$
$$s_1(\bar{c}) = \emptyset : 1/2 . O + 1/2 . O + 1/2\, P = 1/2\, P$$
$$s_1(\bar{c}) = E : 1/2\, \pi^m_{\bar{c}} + 1/2\, \pi^m_{\bar{c}} = \pi^m_{\bar{c}} \quad (*)$$
$$s_2(\underline{c}, E) = \emptyset : O \quad (*)$$
$$s_2(\underline{c}, E) = E : 1/2\, \pi^d_{\underline{c}}(\underline{c}) + 1/2\, \pi^d_{\underline{c}}(\bar{c})$$
$$s_2(\bar{c}, E) = \emptyset : O \quad (*)$$
$$s_2(\bar{c}, E) = E : 1/2\, \pi^d_{\bar{c}}(\underline{c}) + 1/2\, \pi^d_{\bar{c}}(\bar{c}).$$

B. E.B.P. en stratégies mixtes.

Nous calculons les gains associés à chaque choix $s_1(c_1)$ de l'entreprise 1 et $s_2(c_2, .)$ de l'entreprise 2, lorsque l'entreprise concurrente joue la stratégie

x_1^*; les choix $s_.$ pouvant appartenir, respectivement, au support de $x_1^*(s_1/c_1)$ et au support de $x_2^*(s_2/c_2/s_1)$ sont repérés par : (∗).

Équilibre semi-révélateur C_1

$$s_1(\underline{c}) = \varnothing : 1/2 . O + 1/2\,P = 1/2\,P$$

$$s_1(\underline{c}) = E : 1/2\,(\pi^m_{\underline{c}}\, x_2^*(\varnothing/\underline{c}/E) + \pi^d_{\underline{c}}(\underline{c})\, x_2^*(E/\underline{c}/E)) + 1/2\,\pi^m_{\underline{c}} \quad (*)$$

$$s_1(\bar{c}) = \varnothing : 1/2 . O + 1/2\,P = 1/2\,P \quad (*)$$

$$s_1(\bar{c}) = E : 1/2\,(\pi^m_{\bar{c}}\, x_2^*(\varnothing/\underline{c}/E) + \pi^d_{\bar{c}}(\underline{c})\, x_2^*(E/\underline{c}/E)) + 1/2\,\pi^m_{\bar{c}} = 1/2\,P \quad (*)$$

$$s_2(\underline{c}, E) = \varnothing : O \quad (*)$$

$$s_2(\underline{c}, E) = E : p^*(\underline{c}/E) . \pi^d_{\underline{c}}(\underline{c}) + p^*(\bar{c}/E) . \pi^d_{\underline{c}}(\bar{c}) = O \quad (*)$$

$$s_2(\bar{c}, E) = \varnothing : O \quad (*)$$

$$s_2(\bar{c}, E) = E : p^*(\underline{c}/E) . \pi^d_{\bar{c}}(\underline{c}) + p^*(\bar{c}/E) . \pi^d_{\bar{c}}(\bar{c}).$$

Équilibres mélangeants C_2

$$s_1(\underline{c}) = \varnothing : 1/2 . O + 1/2\,P = 1/2\,P \quad (*)$$

$$s_1(\underline{c}) = E : 1/2\,(\pi^m_{\underline{c}} . y + \pi^d_{\underline{c}}(\underline{c})\,(1-y)) + 1/2\,\pi^m_{\underline{c}}$$

$$x_1^*(\varnothing/\underline{c}) = 1 \text{ implique} : 0 \leqslant y \leqslant (P - \pi^m_{\underline{c}} - \pi^d_{\underline{c}}(\underline{c}))/(\pi^m_{\underline{c}} - \pi^d_{\underline{c}}(\underline{c}))$$

$$s_1(\bar{c}) = \varnothing : 1/2 . O + 1/2\,P = 1/2\,P \quad (*)$$

$$s_1(\bar{c}) = E : 1/2\,(\pi^m_{\bar{c}} . y + \pi^d_{\bar{c}}(\underline{c})\,(1-y)) + 1/2\,\pi^m_{\bar{c}}$$

$$s_2(\underline{c}, E) = \varnothing : O \quad (*)$$

$$s_2(\underline{c}, E) = E : p^*(\underline{c}/E) . \pi^d_{\underline{c}}(\underline{c}) + p^*(\bar{c}/E) . \pi^d_{\underline{c}}(\bar{c}) \quad (*)$$

pour que ces deux derniers choix appartiennent au support de $x_2^*(s_2/\underline{c}/E)$, la dernière expression doit avoir une valeur nulle, ce qui implique :

$$p^*(\underline{c}/E) = -\pi^d_{\underline{c}}(\bar{c})/(\pi^d_{\underline{c}}(\underline{c}) - \pi^d_{\underline{c}}(\bar{c}))$$

$$s_2(\bar{c}, E) = \varnothing : O \quad (*)$$

$$s_2(\bar{c}, E) = E : p^*(\underline{c}/E) . \pi^d_{\bar{c}}(\underline{c}) + p^*(\bar{c}/E) . \pi^d_{\bar{c}}(\bar{c}).$$

• Références bibliographiques

AKERLOF, G. (1970). – « The Market for "Lemons": Qualitative Uncertainty and the Market Mechanism », *Quarterly Journal of Economics*, vol. 84, p. 488-500.

FUDENBERG, D. et TIROLE, J. (1983). – « Sequential Bargaining with Incomplete Information », *Review of Economic Studies*, vol. L (2), p. 221-247.

GREMAQ, A. A. (1988). – *Dynamique, information incomplète et stratégies industrielles* chez Economica.

HARSANYI, J. (1967-1968). – « Games with Incomplete Information played by Bayesian Players », Parts I, II, III ; *Management Science*, vol. 14, p. 159-182, 320-334, 486-502.

HOTELLING, H. (1929). – « Stability in Competition », *Economic Journal*, vol. XXXIX, p. 41-47.

KREPS, D. et WILSON, R. (1982). — « Reputation and Imperfect Information », *Journal of Economic Theory*, vol. 27, p. 253-279.

KUHN, H. W. (1953). — « Extensive Games and the Problem of Information », *Contribution to the Theory of Games*, vol. II, *Annals of Mathematics Studies*, n° 28, p. 193-216.

MILGROM, P. et ROBERTS, J. (1982). — « Limit Pricing and Entry under Incomplete Information: An Equilibrium Analysis », *Econometrica*, vol. 50, p. 443-459.

MILGROM, P. et ROBERTS, J. (1987). — « Informational Asymmetrie, Strategic Behavior, and Industrial Organisation », *The American Economic Review*, vol. 77, p. 184-193.

NASH, J. F. (1951). — « Non-Cooperative Games », *Annals of Mathematics*, vol. 54, p. 286-295.

PONSARD, J. P. (1976). — « On the Concept of the Value of Information in Competitive Situations », *Management Science*, vol. 22, p. 739-747.