ANNALES D'ÉCONOMIE ET DE STATISTIQUE. – N° 1-1986

Une théorie normative des contrats État-entreprises

Jean-Jacques LAFFONT, Jean TIROLE *

RÉSUMÉ. – Nous développons progressivement une modélisation permettant de caractériser les contrats État-entreprises optimaux en présence d'incertitude et de diverses asymétries d'information (de type risque moral et sélection adverse). Nous parvenons à des contrats normatifs proches des contrats typiques observés avec partage linéaire des écarts entre coûts annoncés et coûts observés.

A Normative Theory of State-Firms Contracts

ABSTRACT. – We develop progressively models enabling us to characterize optimal contracts between government and firms when uncertainty and various types of asymmetric information (moral hazard and adverse selection) are present. We obtain normative contracts which are close to commonly used contracts with a linear sharing of overruns.

* J.-J. LAFFONT : GREMAQ, Université des Sciences Sociales, Toulouse; J. TIROLE : Massachusetts Institute of Technology, USA. Nous remercions deux rapporteurs pour leurs remarques, le Commissariat Général du Plan et la Direction de la Prévision pour leur soutien financier.

1 Introduction

Depuis longtemps les spécialistes de l'économie industrielle ont accumulé des observations sur les contrats entre les ministères et les entreprises privées ou publiques (voir par exemple Scherer [1964] pour les États-Unis, Ponssard et Pouvourville [1982] pour la France).

Parallèlement il existe une longue tradition d'études théoriques portant sur des schémas particuliers de régulation sensés être proches des contrats effectivement pratiqués. [1] L'intérêt essentiel de ces travaux réside dans la simplicité des schémas étudiés que l'on peut facilement relier à ce qui est observé dans les économies planifiées ou dans la régulation des grandes entreprises. Toutefois, ces mécanismes avancés intuitivement sont *ad hoc.* On ressent le besoin d'une théorie normative qui dériverait des mécanismes de contrôle optimaux par rapport auxquels on pourrait alors étudier les performances des mécanismes observés ou du moins tester le bien fondé des intuitions sur lesquelles ils sont basés.

A partir des travaux sur la tarification non linéaire et la théorie plus abstraite des incitations, une telle théorie normative a récemment émergé. Dans cette approche le Planificateur peut être vu comme un statisticien bayésien qui a des connaissances *a priori* sur les conditions de l'offre et de la demande. Le problème d'optimisation du Planificateur est de maximiser le bien-être social espéré sous la contrainte de décentralisation de l'information. L'analyse fournit une caractérisation des mécanismes optimaux de régulation, étant données les fonctions objectifs du Planificateur et de ses partenaires sociaux et les observations que peut faire le Planificateur.

Dans cette note, à l'aide d'un modèle très simple exposé dans la section 2, nous développons progressivement cette théorie pour déboucher sur une théorie normative en présence de diverses asymétries d'information et d'incertitude, ce qui permet une confrontation éclairante avec les contrats typiques observés dans les relations État-entreprises privées.

2 Le modèle

Dans sa forme la plus simple, le modèle comprend une entreprise qui produit un seul output q avec une fonction de coût en monnaie que l'on notera :

$$C(q) = \beta q + \alpha$$

Le manager connaît les paramètres α et β. Son niveau d'utilité est défini par la quantité de monnaie qu'il obtient, t.

Nous supposerons pour simplifier les écritures que le produit n'est pas vendu par l'entreprise [2] mais qu'il s'agit d'un bien public qui procure aux consommateurs un surplus

$$S(q) \quad (S'>0,\ S''<0).$$

Le Planificateur fournit au manager une compensation globale t pour couvrir ses coûts et lui assurer un revenu. On normalisera le problème en supposant que les possibilités de revenu du manager extérieures à sa relation avec le Planificateur sont de 0.

Une contrainte pour le Planificateur, s'il veut que le manager livre le bien public, sera

$$t - C(q) \geqslant 0.$$

Nous appellerons cette contrainte, *la contrainte de rationalité individuelle* du manager.

Enfin, nous supposerons que le Planificateur ne peut obtenir le montant t que par un mécanisme impliquant des distorsions économiques (taxes par exemple) de sorte que le coût social d'une unité de monnaie est : $1+\lambda$, $\lambda \geqslant 0$. [3]

Le bien-être des consommateurs résultant de l'activité de l'entreprise régulée par le Planificateur est donc :

$$S(q) - (1+\lambda)t$$

En information parfaite, c'est-à-dire s'il connaît α, β, λ et $S(.)$, un Planificateur utilitariste doit résoudre le programme :

$$\underset{(t,\,q)}{\operatorname{Max}} \{S(q) - (1+\lambda)t + t - C\} \equiv \{S(q) - C - \lambda t\}$$

tel que

$$t - C \geqslant 0$$
$$C = \alpha + \beta q$$

d'où les conditions du premier ordre (ici suffisantes) :

$$t = C \ ^{4}$$
$$S'(q) = (1+\lambda)\beta$$

(nous supposons implicitement que le coût fixe est suffisamment faible pour que l'on veuille faire produire l'entreprise).

1. Par exemple DOMAR [1974], TAM [1979], [1980], FINSINGER et VOGELSANG [1982], VOGELSANG [1983], ELLMAN [1973], FAN [1975], WEITZMAN [1976], BONIN [1976], BONIN et MARCUS [1979], BERGSON [1978], la littérature sur la régulation par les taux de rendement, etc.

2. L'extension au cas d'un produit vendu sur le marché est immédiate. Soit $p(q)$ la fonction inverse de demande sur ce marché. Il suffit d'ajouter au revenu du manager le produit des ventes $p(q)q$ et retrancher ce terme du surplus brut pour obtenir le surplus net. Ceci permettra en particulier d'assurer la contrainte de rationalité individuelle à un moindre coût.

3. Le fait de choisir λ de façon exogène traduit le caractère d'équilibre partiel de notre analyse.

4. Bien sûr, si $\lambda=0$, cette condition devient $t \geqslant C$. Les calculs actuels de SHOVEN à partir d'un modèle d'équilibre général de l'économie américaine concluent à une valeur de λ de l'ordre de 0,3. Le Commissariat du Plan suggère d'utiliser $\lambda=0{,}5$.

L'utilité marginale du bien est égalée à son coût marginal *social* $(1+\lambda)\beta$. La contrainte de rationalité individuelle est saturée en raison du coût social des transferts.

Le contrat État-entreprise ainsi obtenu peut s'interpréter de diverses façons. En particulier, il peut être vu comme un *contrat à marge fixe* (cost plus) dans lequel on rembourse intégralement le coût et on donne un profit additionnel ici normalisé à zéro. Alternativement, on peut l'interpréter comme un *contrat à prix fixe*, $C(q^*)$, pour une production q^* en laissant supporter à l'entreprise les coûts.

De plus, le bien est implicitement tarifé à son coût marginal social.

Nous allons maintenant introduire diverses asymétries d'information auxquelles devra faire face le Planificateur et nous déterminerons chaque fois la forme des contrats optimaux pour le Planificateur. Nous supposerons qu'il connaît $S(.)$ et λ et peut observer q. Dans la section 3 nous supposerons qu'il ne connaît pas certains paramètres α, β de la fonction de coût du manager et qu'il n'observe pas *ex post* le coût de l'entreprise. Il s'agit d'un problème de *sélection adverse pur*. La section 4 introduira une variable d'effort qui permet au manager de modifier le coût marginal mais qui n'est pas observable par le Planificateur. Toutefois, dans cette section nous supposerons que le manager connaît α et β. Il s'agit alors d'un problème de *risque moral pur*. Les sections 5 et 6 étudient ce qu'apporte au Planificateur l'observabilité du coût respectivement dans les problèmes de sélection adverse pure et de risque moral pur des sections 4 et 5. La section 7 combinera les deux difficultés de risque moral et de sélection adverse. Enfin la section 8 ajoutera l'observabilité des coûts certains ou aléatoires au problème de la section 7. On obtiendra alors une théorie normative des contrats Planificateur-entreprise que l'on reliera brièvement aux contrats existants et aux observations empiriques effectuées par les spécialistes d'économie industrielle. La conclusion discutera l'introduction de l'aversion au risque.

3 Sélection adverse pure

Nous supposons tout d'abord que α est connaissance commune, mais que le Planificateur ne connaît pas la vraie valeur du paramètre β, notée $\hat{\beta}$, qui est une information privée du manager. Il a sur $\hat{\beta}$ des anticipations représentées par une distribution de probabilité uniforme sur $[\underline{\beta}, \bar{\beta}]$. [5] Pour alléger les notations nous posons la normalisation $\bar{\beta}-\underline{\beta}=1$.

D'après le principe de révélation, [6] nous savons que tout mécanisme de régulation est équivalent à un mécanisme de révélation basé sur les variables observables du Planificateur, ici le niveau de production q et le transfert monétaire éventuel, t, fait par le Planificateur au manager. [7] C'est pourquoi nous utiliserons le langage abstrait de la théorie des incitations et nous montrerons ensuite comment les mécanismes de révélation peuvent s'interpréter comme des prix non linéaires.

Soit $(q(\beta), t(\beta))$ le mécanisme de révélation qui spécifie, pour toute annonce β, la production $q(\beta)$ que doit réaliser l'agent et le transfert $t(\beta)$ qu'il reçoit. [8] L'annonce optimale de l'agent est solution du programme :

$$\underset{\beta}{\mathrm{Max}}\,\{\, t(\beta) - \hat{\beta}\, q(\beta) - \alpha \,\}$$

dont la condition du premier ordre est :

$$\frac{dt}{d\beta}(\beta) - \hat{\beta}\frac{dq}{d\beta}(\beta) = 0$$

Une condition nécessaire pour que l'annonce $\hat{\beta}$ soit la meilleure réponse est donc :

$$\frac{dt}{d\beta}(\hat{\beta}) - \hat{\beta}\frac{dq}{d\beta}(\hat{\beta}) = 0 \tag{1}$$

De plus (1) doit être vérifié pour tout $\hat{\beta}$ puisque l'agent doit être incité à annoncer la vérité en toutes circonstances. Nous réécrirons cette équation :

$$\frac{dt}{d\beta}(\beta) = \beta\frac{dq}{d\beta}(\beta), \qquad \forall\, \beta \in [\underline{\beta}, \bar{\beta}] \tag{2}$$

La condition nécessaire locale du second ordre s'écrit :

$$\left.\frac{d^2 t}{d\beta^2}\right|_{\beta=\hat{\beta}} - \hat{\beta}\left.\frac{d^2 q}{d\beta^2}\right|_{\beta=\hat{\beta}} \leqslant 0$$

d'où en utilisant (1)

$$\frac{dq}{d\beta}(\beta) \leqslant 0, \qquad \forall\, \beta \in [\underline{\beta}, \bar{\beta}] \tag{3}$$

On peut vérifier qu'en raison de la linéarité de la fonction de coût en β les conditions locales d'incitation (1) et (3) sont globalement suffisantes. Il faut montrer que :

$$t(\hat{\beta}) - \hat{\beta}\, q(\hat{\beta}) - \alpha \geqslant t(\beta) - \hat{\beta}\, q(\beta) - \alpha, \qquad \forall\, \beta \in [\underline{\beta}, \bar{\beta}]$$

d'où en utilisant (2) :

$$(\hat{\beta} - \beta)\, q(\beta) \geqslant \int_{\beta}^{\hat{\beta}} q(b)\, db$$

---

5. Nous obtiendrions des résultats analogues sous l'hypothèse plus générale d'une distribution de densité f et de fonction de répartition F telle que F/f est non décroissante.

6. Voir LAFFONT (1981) pour une démonstration et une discussion du principe de révélation.

7. Nous supposons dans cette section que le Planificateur n'observe pas le coût. Ceci sera le cas si le projet est une petite part de l'activité du manager qui peut aisément transférer de façon comptable des coûts d'un projet sur l'autre.

8. Nous supposerons sauf mention contraire que les mécanismes sont infiniment différentiables. En fait dans la plupart des problèmes étudiés ici, la différentiabilité des mécanismes incitatifs optimaux est un résultat de l'analyse [voir BARON et MYERSON (1982), LAFFONT et GUESNERIE (1984), LAFFONT et TIROLE (1984)].

ce qui est vrai à cause de la décroissance faible de $q(.)$.

L'intégration de (2) nous donne la forme que prend le transfert :

$$
\begin{aligned}
(4) \qquad t(\beta) &= -\int_{\beta}^{\bar{\beta}} b\frac{dq}{db}(b)\,db + \mathrm{K} \\
&= \beta q(\beta) + \int_{\beta}^{\bar{\beta}} q(b)\,db + \mathrm{K} - \bar{\beta} q(\bar{\beta})
\end{aligned}
$$

La contrainte de rationalité individuelle selon laquelle le profit de l'entreprise doit toujours être positif impose :

$$
(5) \qquad t(\beta) - \beta q(\beta) - \alpha \geqslant 0, \qquad \forall \beta \in [\underline{\beta}, \bar{\beta}]
$$

Le Planificateur utilitariste maximise l'espérance du bien-être social, $\mathrm{S} - \mathrm{C} - \lambda t$, sous les contraintes d'incitation et de rationalité individuelle, soit :

$$
(6) \qquad \underset{(\mathrm{K},\, q(.))}{\mathrm{Max}} \int_{\underline{\beta}}^{\bar{\beta}} \{ \mathrm{S}(q(\beta)) - \beta q(\beta) - \alpha - \lambda t(\beta) \}\, d\beta
$$

tel que
$$
\begin{gathered}
t(\beta) = \beta q(\beta) + \int_{\beta}^{\bar{\beta}} q(b)\,db + \mathrm{K} - \bar{\beta} q(\bar{\beta}) \\
\frac{dq}{d\beta} \leqslant 0 \\
t(\beta) - \beta q(\beta) - \alpha \geqslant 0, \qquad \forall \beta \in [\underline{\beta}, \bar{\beta}]
\end{gathered}
$$

Comme le bien-être social est décroissant en t, il est clair que (5) doit être saturé pour $\bar{\beta}$ [puisque d'après (2) et (3), le bien-être du manager $t(\beta) - \beta q(\beta) - \alpha$ est décroissant en β], d'où :

$$
\mathrm{K} = \alpha + \bar{\beta} q(\bar{\beta})
$$

et le programme (6) se simplifie en :

$$
\mathrm{Max} \int_{\underline{\beta}}^{\bar{\beta}} \left\{ \mathrm{S}(q(\beta)) - \beta q(\beta) - \alpha - \lambda \left(\beta q(\beta) + \int_{\beta}^{\bar{\beta}} q(b)\,db + \alpha \right) \right\} d\beta
$$

tel que
$$
\frac{dq}{d\beta} \leqslant 0
$$

ou encore

$$
\mathrm{Max} \int_{\underline{\beta}}^{\bar{\beta}} \{ \mathrm{S}(q(\beta)) - (1+\lambda)\beta q(\beta) - \lambda(\beta - \underline{\beta}) q(\beta) - (1+\lambda)\alpha \}\, d\beta
$$

tel que
$$
\frac{dq}{d\beta} \leqslant 0
$$

En négligeant provisoirement la contrainte $\frac{dq}{d\beta} \leqslant 0$ nous avons d'après la condition d'Euler :

$$S'(q) = (1+\lambda)\beta + \lambda(\beta - \underline{\beta}) \tag{7}$$

D'après (7), $\frac{dq}{d\beta} = \frac{1+2\lambda}{S''} < 0$ dès que S est concave comme nous l'avons supposé. La solution optimale de (6) est donc :

$$q^*(\beta) = (S')^{-1}((1+\lambda)\beta + \lambda(\beta - \underline{\beta}))$$

$$t^*(\beta) = \alpha + \beta q^*(\beta) + \int_{\beta}^{\bar{\beta}} q^*(b)\, db$$

D'après (7), $\beta = \frac{S'(q) + \lambda\underline{\beta}}{2+\lambda} \equiv \beta(q)$.

Le transfert peut s'interpréter comme le remboursement du coût fixe, α, plus un prix unitaire non linéaire

$$p(q) = \beta(q) + \frac{1}{q}\int_{\beta(q)}^{\bar{\beta}} q^*(b)\, db \tag{8}$$

d'où

$$p'(q) = -\frac{1}{q^2}\int_{\beta(q)}^{\bar{\beta}} q^*(b)\, db \leqslant 0$$

Le prix excède le coût marginal d'un montant fonction de q qui représente ce que le Planificateur doit abandonner au manager à cause de l'asymétrie d'information. Ce prix « non linéaire » comporte un escompte unitaire qui croît avec la quantité produite. Si le manager veut produire beaucoup parce qu'il a un coût marginal faible il doit se contenter d'un prix unitaire moindre.

Remarque 1 : La solution obtenue ci-dessus n'est valable que si à l'optimum on souhaite garder toutes les entreprises. Sinon, il faut maximiser simultanément par rapport à q et par rapport au domaine $(\underline{\beta}, \beta^*)$ dans lequel une production positive sera autorisée; d'où :

$$\underset{(\beta^*, q(\cdot))}{\text{Max}} \int_{\underline{\beta}}^{\beta^*} \{ S(q(\beta)) - [(1+\lambda)\beta + \lambda(\beta - \underline{\beta})]\, q(\beta) - (1+\lambda)\alpha \}\, d\beta$$

$$\frac{dq}{d\beta} \leqslant 0$$

d'où :

$$S'(q) = (1+\lambda)\beta + \lambda(\beta - \underline{\beta}) \tag{9}$$

$$S(q(\beta^*)) - [(1+\lambda)\beta^* + (\beta^* - \underline{\beta})]\, q(\beta^*) - (1+\lambda)\alpha = 0 \tag{10}$$

D'après (9), $S'(q(\beta^*)) = \beta^*(1+\lambda) + \lambda(\beta^* - \beta)$. On calcule $q(\beta^*)$ avec cette expression et en reportant dans (10) on obtient β^*.

REMARQUE 2 : L'analyse peut être étendue au cas où α et β ne sont connus que de l'agent. Le même raisonnement que ci-dessus appliqué à α et β donne les conditions du premier ordre : [9]

$$\frac{\partial t}{\partial \beta}(\alpha, \beta) - \beta \frac{\partial q}{\partial \beta}(\alpha, \beta) = 0 \tag{11}$$

$$\frac{\partial t}{\partial \alpha}(\alpha, \beta) - \beta \frac{\partial q}{\partial \alpha}(\alpha, \beta) = 0 \tag{12}$$

L'intégrabilité de (11) et (12) requiert $\frac{\partial^2 t}{\partial \beta \, \partial \alpha} = \frac{\partial^2 t}{\partial \alpha \, \partial \beta}$ soit $\frac{\partial q}{\partial \alpha} \equiv 0$. La quantité produite et le transfert ne peuvent pas dépendre de l'annonce de α. L'idée économique derrière ce résultat est que le coût marginal de l'output est indépendant du coût fixe pour des outputs *strictement* positifs, et donc que le coût fixe ne doit pas affecter le *niveau* d'output (c'est-à-dire ne doit affecter que la décision de produire) tant d'un point de vue social que du point de vue des contraintes d'incitation. On est donc ramené à un problème très proche de celui que nous avons traité. La seule différence est que la condition de rationalité individuelle pour tout (α, β) conduit à :

$$t = \bar{\alpha} + \beta q(\beta) + \int_{\beta}^{\bar{\beta}} q(b) \, db$$

où $\bar{\alpha}$ est la borne supérieure des valeurs possibles de α.

REMARQUE 3 : En raison de la neutralité des agents envers le risque, les résultats sont inchangés si

$$C = \beta q(\beta) + \alpha + \varepsilon$$

où ε est une variable aléatoire de moyenne nulle.

REMARQUE 4 : Nous avons supposé ici que le manager peut rompre le contrat avec le Planificateur après avoir pris connaissance de la vraie valeur de β, $\hat{\beta}$, ou encore que connaissant $\hat{\beta}$ il peut choisir de ne pas s'engager avec le Planificateur, d'où la condition de rationalité individuelle (5).

Si le manager doit s'engager avec le Planificateur avant de connaître $\hat{\beta}$ et sans pouvoir rompre le contrat après connaissance de $\hat{\beta}$, et si le manager a les mêmes anticipations sur $\hat{\beta}$ que le Planificateur, la condition de rationalité individuelle doit s'écrire en espérance, soit :

$$E[t(\beta) - \beta q(\beta) - \alpha] = 0 \tag{13}$$

Le programme du Planificateur s'écrit alors :

$$\text{Max} \int_{\underline{\beta}}^{\bar{\beta}} \{ S(q(\beta)) - (1+\lambda) \beta q(\beta) - \alpha \} \, d\beta$$

tel que $$\frac{dq}{d\beta} \leqslant 0$$

Si la production optimale définie par $S'(q) = (1+\lambda)\beta$ est décroissante en β, ce qui est le cas ici, l'optimum est atteint. Ceci illustre un résultat général. En l'absence d'aversion au risque, si la condition de rationalité individuelle est écrite en moyenne, l'asymétrie d'information est surmontée sans coût, sauf problèmes créés par les conditions du second ordre. Pour ce faire, il suffit de donner pour transfert $t(q)=\dfrac{S(q)}{1+\lambda}+\text{Cte}$ où la constante est choisie de telle sorte que *l'espérance* d'utilité de l'entreprise soit nulle.

REMARQUE 5 : Sur la sélection adverse pure, voir BARON et MYERSON [1982], SAPPINGTON [1982], GUESNERIE et LAFFONT [1984].

En résumé, l'asymétrie d'information sur β conduit à modifier la règle de gestion en univers certain qui consiste à rembourser le coût fixe et à faire vendre au coût marginal. Cette règle n'est pas incitative car si le manager maximise

$$\alpha+\beta q(\beta)-\hat{\beta} q(\beta)-\alpha$$

on est conduit à la condition du premier ordre

$$(\beta-\hat{\beta})\frac{dq}{d\beta}+q=0$$

Si l'agent annonce la vérité $\beta=\hat{\beta}$, ceci n'est compatible qu'avec la production $q(\beta)=0$.

Il faut rembourser le coût fixe mais s'écarter du coût marginal d'un montant qui dépend de la quantité produite.

4 Risque moral pur

Supposons que le manager puisse maintenant affecter par son niveau d'effort, $e\geqslant 0$, le coût de production :

$$C=(\beta-e)q+\alpha$$

et soit $\psi(e)$ ($\psi'>0$, $\psi''>0$) sa désutilité de l'effort.

La fonction d'utilité du manager s'écrit donc :

$$t-(\beta-e)q-\alpha-\psi(e)$$

Le Planificateur connaît maintenant α et β et observe q, mais n'observe pas le niveau d'effort ni le coût réalisé. Le transfert sera donc fonction de q. [10]

9. Nous nous restreignons ici aux mécanismes différentiables déterministes. BARON et MYERSON [1982] ont montré que dans le cas bidimensionnel, il peut être optimal d'utiliser des mécanismes aléatoires.

10. Noter que nous utilisons ici directement un prix non linéaire $t(q)$ qui est destiné non à induire une autosélection mais à influencer le choix du niveau d'effort, variable que l'agent peut choisir.

Comme dans la section précédente, le Planificateur est utilitariste et il cherche à maximiser :

$$S(q)-(\beta-e)q-\alpha-\psi(e)-\lambda t(q) \tag{14}$$

sous la contrainte qu'il faut assurer au manager un niveau d'utilité positif :

$$t(q)-(\beta-e)q-\alpha-\psi(e)\geqslant 0 \tag{15}$$

et sous la contrainte que le manager choisit le niveau d'effort et le niveau de production qui lui conviennent le mieux, c'est-à-dire :

$$(e,\, q)\in \arg\max\{t(q)-(\beta-e)q-\alpha-\psi(e)\} \tag{16}$$

Pour trouver la rémunération $t(q)$ optimale pour le Planificateur, examinons tout d'abord le problème en information parfaite pour le Planificateur, c'est-à-dire dans le cas où il observe aussi e.

Le programme d'optimisation du Planificateur s'écrit

$$\underset{(q,\,e,\,t)}{\text{Max}}\{S(q)-(\beta-e)q-\alpha-\psi(e)-\lambda t\}$$

$$t-(\beta-e)q-\alpha-\psi(e)\geqslant 0$$

dont la solution est donnée par les conditions du premier ordre :

$$t=\psi(e)+(\beta-e)q+\alpha \tag{17}$$

$$S'(q)=(1+\lambda)(\beta-e) \tag{18}$$

$$\psi'(e)=q \tag{19}$$

si l'hypothèse suivante qui assure existence et unicité de la solution optimale est satisfaite

$$\begin{cases} S'(0)\geqslant(1+\lambda)(\beta-\psi'^{-1}(0)) \\ \psi'(\beta)>\bar{q} \text{ où } \bar{q} \text{ est défini par } S'(\bar{q})=0 \\ -S''\psi''q>1+\lambda \end{cases}$$

Soit e^*, q^*, t^* la solution de (17), (18) et (19).

Supposons maintenant que le Planificateur n'observe pas e.

Pour faire réaliser l'optimum d'information parfaite, il suffit de donner au manager la valeur sociale du produit $\frac{S(q)}{1+\lambda}$ calculée pour tenir compte du coût social des transferts et de l'ajuster par une constante qui permet de satisfaire la contrainte de rationalité individuelle au moindre coût :

$$t(q)=\frac{S(q)}{1+\lambda}-k$$

avec

$$k=\frac{S(q^*)}{1+\lambda}-(\beta-e^*)q^*-\psi(e^*)-\alpha$$

La contrainte de rationalité individuelle est saturée et les conditions du premier ordre de la maximisation du manager :

$$\frac{S'(q)}{1+\lambda}=\beta-e$$

$$\psi'(e)=q$$

coïncident avec (18) et (19).

Ce mécanisme très simple peut être étendu immédiatement au cas où C est aléatoire :

$$C=(\beta-e)q+\alpha+\varepsilon$$

où ε est une variable aléatoire de moyenne nulle qui n'est connue ni du manager, ni du Planificateur.

Si la contrainte de rationalité individuelle est écrite en espérance :

$$E(t-C-\psi(e))\geqslant 0$$

dans la mesure où le Planificateur et le manager sont neutres envers le risque, il suit immédiatement que le mécanisme précédemment défini permet de réaliser l'optimum d'information parfaite.

Une autre façon plus simple d'obtenir l'optimum d'information parfaite est d'imposer la quantité optimale $q=q^*$ (qui est connue car il n'y a pas de sélection adverse) et $t=t^*$ (ou Et^* si le coût est aléatoire), où q^* et t^* correspondent à la solution en information complète. L'entreprise choisit alors le bon niveau d'effort e^*, car elle supporte la totalité du coût.

REMARQUE 6 : Sur le risque moral pur avec aversion pour le risque, voir SHAVELL [1979], HOLMSTRÖM [1979], GROSSMAN et HART [1982].

5 Sélection adverse et observabilité du coût

Revenons au cadre informationnel de la section 2 en ajoutant l'observabilité *ex post* du coût.

Supposons maintenant que la fonction de coût soit :

$$C=\beta q+\alpha+\varepsilon$$

où ε est une variable aléatoire [11] normale de moyenne 0 et de variance 1 [12]

11. Si le coût n'était pas aléatoire, l'observabilité du coût serait équivalente à l'observabilité de β si α est connu du Planificateur. Si α, β ne sont pas connus, l'observabilité de C ramène le problème à un problème de sélection adverse à une dimension.

12. Cette loi doit être vue ici comme une approximation commode car les coûts ne peuvent pas être négatifs. Ce qui est plus important ici pour l'analyse c'est que le support de C soit indépendant de β. Si ce n'était pas le cas, certaines observations de C seraient équivalentes à l'observabilité parfaite de β d'où la possibilité de réaliser l'optimum de premier rang avec des pénalités potentielles assez grandes (voir MIRRLEES [1974], [1975]).

($\mathcal{N}(0, 1)$). ε n'est pas observée ni de l'agent ni du principal. Seule son influence *ex post* sur le coût peut être observée.

Le mécanisme de régulation se compose maintenant d'un transfert *ex ante* $s(\beta)$, fonction de l'annonce de l'agent, et d'une pénalité $Z(\beta, C)$ [13] qui pour des raisons de banqueroute doit être inférieure à $\bar{Z} \geqslant 0$. [14]

La loi de C est donc une loi $\mathcal{N}(\hat{\beta} q(\beta) + \alpha, 1)$. L'agent détermine sa réponse en maximisant son espérance d'utilité :

$$s(\beta) - \hat{\beta} q(\beta) - \alpha - \int_{-\infty}^{+\infty} Z(\beta, C) \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-1/2\,(C - \hat{\beta} q(\beta) - \alpha)^2} dC$$

d'où la condition du premier ordre, en un point différentiable :

$$\text{(20)} \quad \frac{ds}{d\beta}(\beta) = \beta \frac{dq}{d\beta}(\beta) + \frac{\partial}{\partial \beta} \int_{-\infty}^{+\infty} Z(\beta, C) \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-(1/2)\,(C - \beta q(\beta) - \alpha)^2} dC$$
$$- \int_{-\infty}^{+\infty} Z q (C - \beta q(\beta) - \alpha) \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-(1/2)\,(C - \beta q(\beta) - \alpha)^2} dC$$

soit

$$s(\beta) = - \int_{\beta}^{\bar{\beta}} b \frac{dq}{db}(b)\, db + EZ + \int_{\beta}^{\bar{\beta}} E(Z q (C - b q(b) - \alpha))\, db + K$$

où E désigne l'opérateur espérance pris par rapport à la vraie distribution de C.

La dérivée du produit espéré, $\pi(\beta) = s(\beta) - \beta q(\beta) - \alpha - EZ$, s'écrit alors :

$$\frac{d\pi}{d\beta} = \frac{ds}{d\beta} - \beta \frac{dq}{d\beta} - q - \frac{\partial}{\partial \beta} EZ(\beta, C)$$
$$= -q - E\{q(C - \beta q - \alpha) Z\}$$

en utilisant (20).

Nous faisons pour l'instant l'hypothèse que :

$$\text{(21)} \qquad |E\{(C - \beta q - \alpha) Z\}| < 1$$

ce qui implique que π est une fonction décroissante. La condition de rationalité individuelle ne doit alors être imposée qu'en $\bar{\beta}$ d'où :

$$K = \bar{\beta} q(\bar{\beta}) + \alpha$$

Nous verrons ci-après que (21) découle d'une hypothèse sur $\bar{Z}$.

En ignorant pour l'instant les conditions du second ordre, le problème d'optimisation du Planificateur s'écrit :

$$\text{Max} \int_{\underline{\beta}}^{\bar{\beta}} [S(q) - \beta q - \alpha - \lambda(\pi + \beta q + \alpha)]\, d\beta$$

tel que $\qquad \dfrac{d\pi}{d\beta} = -q - E\{q(C - \beta q - \alpha) Z\}$

Soit $\mu(\beta)$ le multiplicateur associé à la contrainte. L'hamiltonien s'écrit :

$$H = S(q) - \beta q - \alpha - \lambda(\pi + \beta q + \alpha) - \mu(\beta)[q + E(q(C - \beta q - \alpha) Z)]$$

Les conditions du premier ordre sont :

$$\dot{\mu} = -\frac{\partial H}{\partial \pi} = \lambda \tag{22}$$

$$S'(q) = (1+\lambda)\beta + \mu(1 + EZ[C - 2\beta q - \alpha)] + EZ\beta q(C - \beta q - \alpha)^2) \tag{23}$$

En intégrant (23) et en utilisant la condition de transversalité $\mu(\underline{\beta}) = 0$, nous avons

$$\mu(\beta) = \lambda(\beta - \underline{\beta}) \geqslant 0$$

La maximisation par rapport à Z dans $[0, \bar{Z}]$ donne, puisque le programme est linéaire en Z :

$$\begin{aligned} Z &= 0 \quad \text{si} \quad C \geqslant \beta q + \alpha \\ &= \bar{Z} \qquad\quad\; C < \beta q + \alpha \end{aligned}$$

La condition (21) est donc vérifiée si $\bar{Z} < \sqrt{2\pi}$.

Comme la loi de C est symétrique, la probabilité qu'une pénalité soit appliquée est $\frac{1}{2}$.

$$EZ = \frac{\bar{Z}}{2}$$

La fonction q est obtenue par :

$$\begin{aligned} S'(q) = (1+\lambda)\beta &+ \lambda(\beta - \underline{\beta}) \\ &\times [1 + E\{Z(C - 2\beta q - \alpha) + Z\beta q(C - \beta q - \alpha)^2\}] \end{aligned} \tag{24}$$

Mais

$$E\{Z(C - 2\beta q - \alpha) + Z\beta q(C - \beta q - \alpha)^2\} = EZ(C - \beta q - \alpha) = -\frac{\bar{Z}}{\sqrt{2\pi}} < 0$$

13. Nous supposons que $\bar{Z}(\beta, C)$ est différentiable par morceaux.

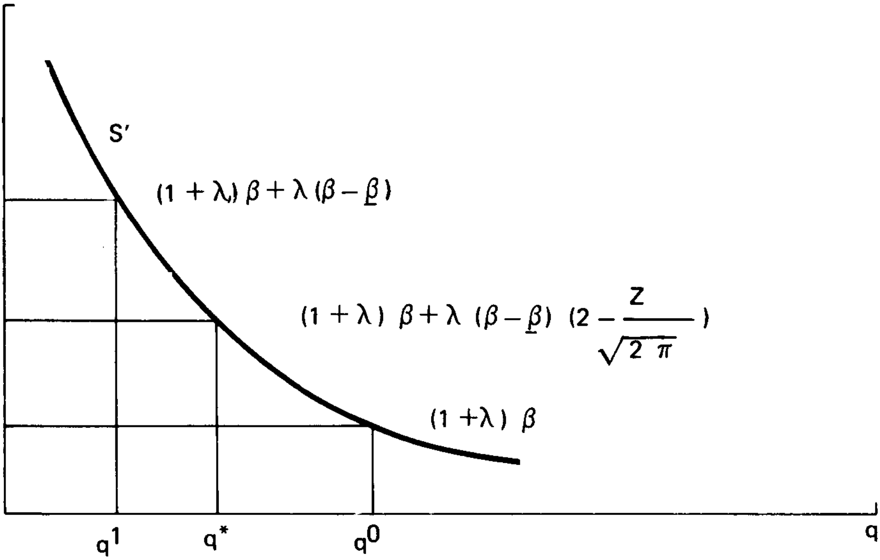
14. Prendre $\bar{Z}$ exogène n'est pas tout à fait satisfaisant, car lorsque les coûts sont observés, la richesse totale du manager $S(\beta) - C$ au-delà de laquelle la pénalité ne peut aller sous peine de banqueroute est une fonction de β. Nous suivons ici l'analyse de Baron et Besanko [1983] qui structurent les paiements de cette façon très particulière. Nous avons simplifié l'exposition de Baron-Besanko en supposant que le coût de l'audit est nul. Il est possible d'obtenir la solution de premier rang en structurant les paiements différemment de ceux considérés ici : supposons tout d'abord que $\varepsilon \equiv 0$. L'observabilité de C supprime le problème de sélection adverse. Le Planificateur peut imposer la production optimale d'information parfaite en remboursant intégralement le coût. Le fait que C soit aléatoire ne modifie pas la possibilité de réaliser la production optimale d'information parfaite car les agents sont neutres envers le risque. Comme on leur rembourse le vrai coût, ils sont indifférents au niveau de production et veulent bien réaliser ce que souhaite le Planificateur (voir Melumad et Reichelstein [1984]).

Donc l'hypothèse (21) assure que le coefficient de $\lambda(\beta-\underline{\beta})$ dans la formule (24) est positif. De plus il est facile de vérifier que la fonction $q^*(\beta)$ définie par (24) est décroissante en β. La condition locale du second ordre est alors vérifiée. Nous avons donc l'optimum sous réserve que la compatibilité incitative globale soit satisfaite. Malheureusement et contrairement à la section 2 où on avait pu exploiter la linéarité du problème, la compatibilité incitative globale ne peut être ici vérifiée que numériquement. [15]

Quel est l'apport de l'observabilité du coût?

L'agent annonce son vrai β et réalise la production $q^*(\beta)$ qui est plus proche de la production de l'optimum (voir figure 1).

FIGURE 1



En moyenne, le manager reçoit un transfert

$$s(\beta)+\mathrm{EZ}=\beta q(\beta)+\alpha+\int_{\beta}^{\bar{\beta}}\frac{dq}{db}(b)\,db+\frac{\bar{Z}}{2}-[\beta q(\beta)-\bar{\beta}(q(\bar{\beta})]\frac{\bar{Z}}{\sqrt{2\pi}}$$

De plus, si par malchance $\varepsilon<0$, c'est-à-dire son coût *ex post* est inférieur au coût annoncé, il paye une pénalité de $\frac{\bar{Z}}{2}$; si au contraire, $\varepsilon>0$, il reçoit un bonus de $\frac{\bar{Z}}{2}$.

L'observabilité des coûts et la pénalité qui leur est associée ne servent ici qu'à faciliter la transmission de l'information, ce qui permet au Planificateur de réaliser une meilleure allocation des ressources. C'est pour cela qu'on obtient le résultat apparemment un peu contre-intuitif selon lequel l'agent est pénalisé si son coût de production est faible. Si la pénalité peut être choisie assez grande $\bar{Z} = \sqrt{2\pi}$, l'optimum d'information parfaite est obtenue grâce à l'observabilité *ex post* du coût bien qu'il soit aléatoire.

En conclusion, nous noterons à nouveau deux difficultés techniques apparues dans cette section. D'une part l'impossibilité de s'assurer des conditions incitatives globales, d'autre part le fait qu'en général la condition de rationalité individuelle sera contraignante sur un domaine défini par l'optimum. Nous avons simplifié ici l'analyse en donnant des conditions suffisantes assurant que, si la rationalité individuelle est vérifiée en $\underline{\beta}$, elle est vérifiée partout. (Voir Baron et Besanko [1983] pour un cas plus général.)

6 Risque moral pur et observabilité du coût

Si le coût n'est pas aléatoire, l'observabilité du coût et de la production implique l'observabilité de l'effort et donc une situation d'information parfaite. Si le coût est aléatoire nous avons vu (section 3) qu'en raison de la neutralité envers le risque on pouvait déjà réaliser l'optimum en l'absence d'observabilité du coût. Cette observabilité n'a donc ici aucune valeur. Holmström [1979] et Shavell [1979] ont montré au contraire qu'en cas d'aversion au risque du manager l'observabilité du coût a de la valeur pour le Planificateur.

7 Sélection adverse et risque moral

Supposons maintenant que le Planificateur fait face simultanément à un problème de sélection adverse, il ne connaît pas β, et à un problème de risque moral, il n'observe pas e.

Comme le Planificateur n'observe pas les coûts, il utilise (d'après le principe de révélation) un mécanisme $q(\beta)$, $t(\beta)$ basé sur les annonces du manager.

15. Si elle ne l'est pas, la méthode proposée ici qui consiste à utiliser uniquement les conditions incitatives locales n'est pas valable. On ne sait dans ce cas que résoudre les problèmes où l'ensemble des valeurs possibles de β est discret ce qui conduit à un nombre fini de contraintes incitatives.

Le manager résoud le programme :

$$\underset{(\beta,\, e)}{\text{Max}} \{ t(\beta) - (\hat{\beta} - e) q(\beta) - \alpha - \psi(e) \}$$

d'où les conditions du premier ordre :

$$\psi'(e) = q(\beta) \tag{25}$$

$$\frac{dt}{d\beta} = (\hat{\beta} - e)\frac{dq(\beta)}{d\beta} \tag{26}$$

De (25) on tire $e^*(\beta)$ qui est l'effort optimal de l'agent s'il annonce β et qu'il fait face au mécanisme $q(\beta)$, $t(\beta)$.

Le mécanisme est incitatif si le manager annonce le vrai $\hat{\beta}$, d'où l'identité

$$\frac{dt}{d\beta} = (\beta - e)\frac{d}{d\beta} q(\beta) \tag{27}$$

avec la condition $\psi'(e) = q(\beta)$ et la condition du second ordre :

$$\frac{dq}{d\beta} \leqslant 0 \tag{28}$$

Le problème du Planificateur s'écrit alors :

$$\text{Max} \int_{\underline{\beta}}^{\bar{\beta}} [S(q(\beta)) - (\beta - e) q(\beta) - \alpha - \psi(e) - \lambda t(\beta)] \, d\beta \tag{29}$$

$$\frac{dt}{d\beta} = (\beta - e)\frac{dq}{d\beta} \tag{30}$$

$$\frac{dq}{d\beta} \leqslant 0 \tag{31}$$

$$\psi'(e) = q \tag{32}$$

$$t - (\beta - e) q - \alpha - \psi(e) \geqslant 0, \qquad \forall \beta \tag{33}$$

La condition de rationalité individuelle doit être vérifiée pour toute valeur de $\beta \in [\underline{\beta}, \bar{\beta}]$. Toutefois, l'utilité du manager est décroissante en β; en effet

$$\frac{dt}{d\beta} - (\beta - e)\frac{dq}{d\beta} - q \leqslant 0 \tag{34}$$

d'après (30), (31) et (32).

Nous pouvons donc réécrire (33) sous la forme

$$t(\bar{\beta}) - (\bar{\beta} - e(\bar{\beta})) q(\bar{\beta}) - \alpha - \psi(e(\bar{\beta})) = 0 \tag{35}$$

car la contrainte sera saturée en $\bar{\beta}$ puisque la fonction d'utilité du Planificateur est décroissante en t.

Nous transformons le problème en un problème de contrôle optimal en posant $\dfrac{dq}{d\beta} = u$, en considérant t et q comme variables d'état et u comme variable de contrôle.

L'hamiltonien du système est

$$H = S(q) - (\beta - e)q - \alpha - \lambda t - \psi(e) + \mu(\beta - e)u + \nu u$$

Les conditions du premier ordre sont :

$$\dot{\mu} = \lambda \tag{36}$$

$$\dot{\nu} = S'(q) + (\beta - e) \tag{37}$$

$$\mu(\beta - e) + \nu = 0 \tag{38}$$

$$\psi'(e) = q \tag{39}$$

avec les conditions de transversalité :

$$\mu(\underline{\beta}) = \nu(\underline{\beta}) = 0 \tag{40}$$

D'après (36) et (40), $\mu(\beta) = \lambda(\beta - \underline{\beta})$ et en utilisant (37), (38) et (39) nous obtenons

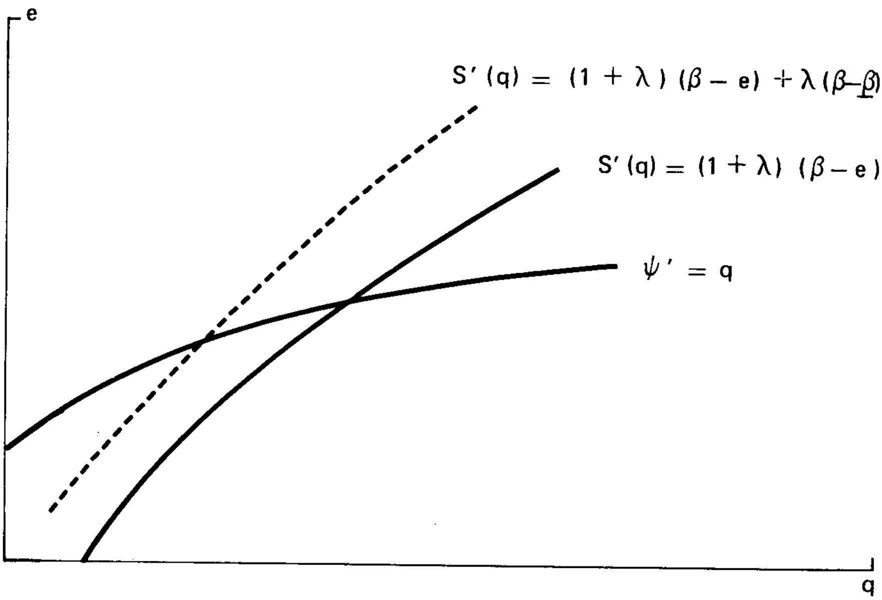
$$S'(q) = (1 + \lambda)(\beta - e) + \lambda(\beta - \underline{\beta}) \tag{41}$$

$$\psi'(e) = q \tag{42}$$

Nous pouvons comparer la solution obtenue avec les résultats en information parfaite, équations (17), (18) et (19) et le résultat obtenu en l'absence de risque moral.

Par rapport à l'optimum d'information parfaite le terme $\lambda(\beta - \beta)$ dans (41) conduit à un niveau de production et à un niveau d'effort plus faible (figure 2). Toutefois, conditionnellement au niveau de production, le niveau d'effort est bon car le manager bénéficie de tout l'effet de son effort sur le coût.

FIGURE 2



L'équation (41) est analogue à l'équation (7) obtenue en l'absence d'effort. L'inefficacité provient de la nécessité d'obtenir l'information sur β, l'effort ne posant pas de problème nouveau. En quelque sorte on a la combinaison pure et simple des sections 2 et 5.

8 Sélection adverse, risque moral et observabilité du coût

Nous supposons tout d'abord que le coût n'est pas aléatoire, c'est-à-dire

$$C=(\beta-e)q+\alpha.$$

Seuls C, q et α sont observables par le Planificateur.

L'observabilité de C limite les possibilités qu'a le manager de déguiser un faible niveau d'effort derrière une fausse annonce de β.

S'il annonce β alors que le vrai paramètre de productivité est $\hat{\beta}$, le manager doit fournir pour ne pas être découvert un niveau d'effort $e(\beta/\hat{\beta})$ défini par

$$(\hat{\beta}-e)q(\beta)+\alpha=(\beta-e(\beta))q(\beta)+\alpha$$

où $e(\beta)$ désigne le niveau d'effort optimal spécifié par le mécanisme [16]

$$e(\beta/\hat{\beta})=e(\beta)+(\hat{\beta}-\beta)$$

Le problème est ainsi ramené à un pur problème de transmission d'information dans lequel le manager a une fonction d'utilité :

$$\begin{aligned}U(\beta,\hat{\beta})&=t(\beta)-(\beta-e(\beta))q(\beta)-\alpha-\psi(e(\beta/\hat{\beta}))\\&=s(\beta)-\psi(e(\beta/\hat{\beta}))\end{aligned}$$

où s désigne le transfert net versé au manager en plus du remboursement du coût observable.

La condition du premier ordre du manager s'écrit

$$\frac{ds}{d\beta}=\psi'(e(\beta))\left(\frac{de}{d\beta}-1\right)$$

avec la condition du second ordre

$$\frac{de}{d\beta}\leqslant 1$$

Prenons s et e comme variables d'état et q et $u=\dfrac{de}{d\beta}$ comme variables de contrôle. Le problème du Planificateur s'écrit alors :

$$\max \int_{\underline{\beta}}^{\bar{\beta}} [S(q) - ((\beta - e(\beta))\, q(\beta) + \alpha)(1+\lambda) - \psi(e(\beta)) - \lambda s]\, d\beta$$

$$\frac{ds}{d\beta}(\beta) = \psi'(e(\beta))(u-1)$$

$$u \leqslant 1$$

$$\frac{de}{d\beta} = u$$

$$s - \psi \geqslant 0, \qquad \forall \beta$$

En raison de la monotonicité de $s-\psi$ la condition de rationalité individuelle se réduit à :

$$s(\bar{\beta}) - \psi(e(\bar{\beta})) = 0$$

L'hamiltonien est ici :

$$S(q) - ((\beta - e(\beta))\, q(\beta) + \alpha)(1+\lambda) - \psi(e(\beta)) - \lambda s + \mu \psi'(e(\beta))(u-1) + \nu u.$$

Le principe de Pontryagin donne :

(43) $$\dot{\mu} = \lambda$$

(44) $$\dot{\nu} = -(1+\lambda)\, q + \psi'(e) - \mu \psi''(e)(u-1)$$

(45) $$S'(q) = (1+\lambda)(\beta - e)$$

(46) $$\mu \psi'(e) + \nu = 0$$

avec les conditions de transversalité :

(47) $$\mu(\underline{\beta}) = \nu(\underline{\beta}) = 0$$

(43) et (47) donnent $\mu(\beta) = \lambda(\beta - \underline{\beta})$.

En dérivant (46) et en utilisant (44) et (45) nous obtenons :

(48) $$\psi'(e) = q - \frac{\lambda}{(1+\lambda)}(\beta - \underline{\beta})\, \psi''(e) < q$$

Les équations (45) et (48) permettent d'étudier les niveaux d'effort et de production obtenus. L'observabilité du coût permet d'avoir le bon prix implicite du produit. Toutefois, conditionnellement au niveau de production le niveau d'effort est trop faible comme cela est indiqué par l'équation (48).

Par intégration on obtient le transfert net et par suite le transfert global :

$$t(\beta, C) = C + \psi(e^*(\beta)) + \int_{\beta}^{\bar{\beta}} \psi'(e^*(b))\, db$$

16. Comme le Planificateur observe q et C il peut associer à toute annonce de β un niveau de production $q(\beta)$, un niveau d'effort $e(\beta)$, qui devront vérifier la relation

$$C = (\beta - e(\beta))\, q(\beta) + \alpha.$$

si (β, C) sont tels que

$$C = (\beta - e^*(\beta))\, q^*(\beta) + \alpha$$

où $e^*(\beta)$, $q^*(\beta)$ est la solution de (45) et (48).

Implicitement le transfert est $-\infty$ si (β, C) ne satisfait pas la relation ci-dessus. [17]

Supposons maintenant que le coût est aléatoire ; le raisonnement précédent ne s'applique plus car l'observation de C contraint moins le niveau d'effort du manager.

S'il annonce β le manager devra produire $q(\beta)$ et recevra un transfert net aléatoire $s(\beta, C)$ fonction de l'annonce et de la valeur observée *ex post* de C.

Il résoud donc le programme :

$$\underset{(\beta, e)}{\mathrm{Max}} \{ \mathrm{E}\, s(\beta, (\hat{\beta} - e)\, q(\beta) + \alpha + \varepsilon) - \psi(e) \}$$

d'où les conditions du premier ordre

(49) $$\mathrm{E}\frac{\partial s}{\partial \beta} + \mathrm{E}\frac{\partial s}{\partial C}(\hat{\beta} - e)\frac{dq}{d\beta} = 0$$

(50) $$-\mathrm{E}\frac{\partial s}{\partial C} q - \psi'(e) = 0$$

(49) et (50) impliquent

$$\mathrm{E}\frac{ds}{d\beta} = \psi'(e)\left(\frac{de}{d\beta} - 1\right)$$

avec une condition du second ordre $\frac{dq}{d\beta} \leqslant 0$.

Considérons le programme fictif du Planificateur :

$$\mathrm{Max} \int_{\underline{\beta}}^{\bar{\beta}} [S(q) - (1+\lambda)((\beta - e)\, q + \alpha) - \psi(e) - \lambda\, \mathrm{E}\, s]\, d\beta$$

tel que $$\frac{d}{ds}(\mathrm{E}\, s) = \psi'(e)(u - 1)$$

$$\frac{de}{d\beta} = u$$

$$\mathrm{E}\, s - \psi \geqslant 0, \qquad \forall \beta$$

Nous sommes conduits par analogie avec le début de la section à :

$$\mathrm{E}\, s = \psi(e^*(\beta)) + \int_{\beta}^{\bar{\beta}} \psi'(e(b))\, db$$

(45) $$S'(q) = (1+\lambda)(\beta - e)$$

(48) $$\psi'(e) = q - \frac{\lambda}{1+\lambda}(\beta - \underline{\beta})\, \psi''(e)$$

Il reste à savoir si on peut écrire la fonction $s(\beta, C)$ d'une manière qui conduise le manager à choisir le niveau d'effort $e^*(\beta)$ correspondant à l'optimum de ce programme.

Noter que l'on ne peut pas prendre simplement comme transfert total :

$$t(\beta, C)=C+\psi(e^*(\beta))+\int_{\beta}^{\bar{\beta}}\psi'(e(b))\,db$$

En effet dans ce cas l'agent choisirait un niveau d'effort nul puisqu'il ne supporterait pas le coût.

Puisqu'on doit avoir :

$$E\frac{\partial}{\partial C}s(\beta, C)=-\frac{\psi'(e^*(\beta))}{q^*(\beta)}=-K(\beta)$$

avec $E(s(\beta, C))\equiv Es$ une solution est de choisir :

$$s(\beta, C)=-K(\beta)C+F(\beta) \qquad \text{avec} \quad K(\beta)=\frac{\psi'(e^*(\beta))}{q^*(\beta)}$$

où

$$\begin{aligned}F(\beta)&=E(s)+K(\beta)\,EC\\&=\psi(e^*(\beta))+\int_{\beta}^{\bar{\beta}}\psi'(e(b))\,db\\&\quad+K(\beta)\,[(\beta-e^*(\beta))\,q(\beta)+\alpha]\end{aligned}$$

d'où un transfert global

(51) $$t(\beta, C)=(1-K(\beta))\,C+F(\beta)$$

Il ne reste plus qu'à vérifier que les conditions du second ordre du manager sont effectivement satisfaites.

Le problème du manager s'écrit

$$\underset{(\beta,\,e)}{\mathrm{Max}}\left\{-\frac{\psi'(e^*(\beta))}{q^*(\beta)}[(\hat{\beta}-e)\,q^*(\beta)+\alpha]+F(\beta)-\psi(e)\right\}$$

dont les conditions du premier ordre sont :

$$\frac{\partial U}{\partial e}=0 \iff e=e^*(\beta)$$

$$\frac{\partial U}{\partial \beta}=0 \iff \beta=\hat{\beta}$$

17. Si la pénalité que l'on peut imposer quand la relation $C=(\beta-e(\beta))\,q(\beta)+\alpha$ n'est pas vérifiée, est trop faible, on ne peut opérer avec des transferts aussi discontinus. Toutefois comme le montre la suite de l'analyse, on peut obtenir le même résultat avec une classe des transferts différentiables qui ne soulèvent pas cette objection lorsque le domaine de ε est assez limité.

avec comme condition du second ordre $\frac{dq}{d\beta} \leqslant 0$ qui est bien vérifiée d'après (47).

Ainsi, l'introduction de l'aléa dans le coût ne modifie pas l'allocation obtenue dans le cas où le coût n'était pas aléatoire. Toutefois, la dépendance de t en β et C qui était complètement arbitraire dans le cas précédent est ici beaucoup plus contrainte puisqu'elle doit vérifier :

$$\text{(52)} \qquad \mathrm{E}\frac{\partial}{\partial \mathrm{C}} s(\beta, \mathrm{C}) = -\mathrm{K}(\beta)$$

En particulier si la distribution de ε n'est pas connue, la validité de (50) pour toute distribution implique que l'on doive avoir

$$\frac{\partial s}{\partial \mathrm{C}}(\beta, \mathrm{C}) = -\mathrm{K}(\beta)$$

pour tout C d'où

$$s(\beta, \mathrm{C}) = -\mathrm{K}(\beta)\,\mathrm{C} + \mathrm{F}(\beta)$$

et

$$t(\beta, \mathrm{C}) = [1 - \mathrm{K}(\beta)]\,\mathrm{C} + \mathrm{F}(\beta)$$

Il nous reste à discuter les propriétés de ce mécanisme.

Le transfert est composé d'une partie $\mathrm{F}(\beta)$ qui est payée au moment où l'entreprise révèle son paramètre β et d'un remboursement d'une fraction $(1 - \mathrm{K}(\beta))$ des coûts réalisés. On comprend la nature de l'allocation obtenue ci-dessus. L'observabilité de C permet en faisant supporter une part des coûts au manager de lui faire révéler plus facilement son paramètre $\hat{\beta}$. Toutefois comme il ne supporte plus qu'une partie du coût, il va fournir un niveau d'effort plus faible comme le montre l'équation (48) et la figure 3.

Une autre interprétation de (48) permet une comparaison avec la section 3 :

$$\begin{aligned} t(\beta, \mathrm{C}) &= [1 - \mathrm{K}(\beta)]\,[[(\beta - e(\beta)]\,q(\beta) + \alpha] + \mathrm{F}(\beta) + (1 - \mathrm{K}(\beta))\,\varepsilon \\ &= \mathrm{C} + \varphi(\beta) - \mathrm{K}(\beta)\,\varepsilon \end{aligned}$$

Le transfert net se compose d'une partie $\varphi(\beta)$ fonction uniquement de l'annonce comparable à $s(\beta)$ dans la section 3 et d'une pénalité (ou bonus)

$$-\mathrm{K}(\beta)\,\varepsilon$$

lorsque le niveau du coût est supérieur (resp. inférieur) au coût annoncé.

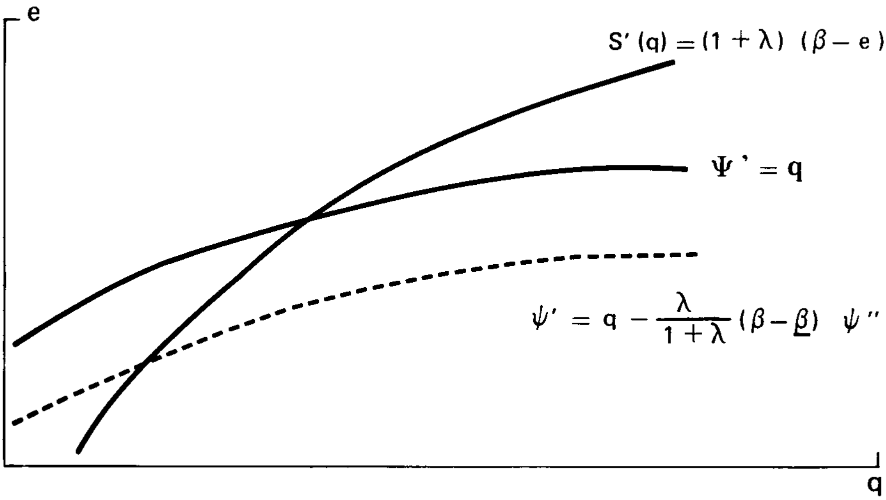
Contrairement au cas où il n'y avait pas d'effort (section 4), ce sont les coûts élevés qui sont pénalisés.

Une autre écriture qui nous permet de retrouver la forme typique des contrats est la suivante :

Soit $\mathrm{C}^a = (\beta - e^*(\beta))\,q^*(\beta) + \alpha$ le coût annoncé

$$t(\mathrm{C}^a, \mathrm{C}) = \tilde{s}(\mathrm{C}^a) + (1 - \tilde{\mathrm{K}}(\mathrm{C}^a)) \, . \, (\mathrm{C}^a - \mathrm{C})$$

FIGURE 3



La rémunération est composée d'une partie fonction du coût annoncé et d'un partage entre le manager et la Planificateur de toute déviation entre coût annoncé et coût observé *ex post*.

Si $\tilde{K}(C^a)=1$, il s'agit d'un contrat à prix fixe dans lequel le manager supporte tout le coût.

Si $\tilde{K}(C^a)=0$, il s'agit d'un contrat à marge fixe (cost plus contrat) dans lequel le manager est remboursé intégralement du coût observé *ex post*.

On s'aperçoit que dans le contrat optimal $\dfrac{d\tilde{s}}{dC^a}<0$ et $\dfrac{d\tilde{K}}{dC^a}>0$, lorsque le coût annoncé s'accroît, la rémunération *ex ante* diminue et le manager doit partager une part moins importante des risques d'écarts entre coût *ex post* et coût annoncé (cf. SCHERER [1964], p. 260).

Lorsque $\underline{\beta}$ s'accroît, l'incertitude du Planificateur décroît et $\tilde{K}$ s'accroît vers 1; le contrat ressemble de plus en plus à un contrat à prix fixe. Ce phénomène a été observé par PONSSARD et POUVOURVILLE [1982], p. 55, dans l'évolution dynamique des contrats de l'État avec l'industrie de l'armement.

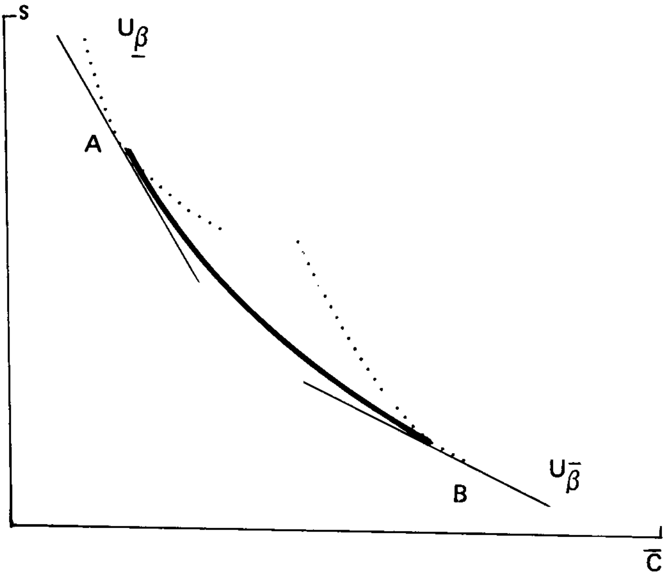
Enfin, nous donnons ci-après une explication graphique de la possibilité de décentraliser l'optimum par des mécanismes linéaires dans l'« overrun » $C-C^a$.

La fonction d'utilité du manager β s'écrit en fonction du coût moyen et du transfert net s :

$$s-\psi(\beta-\bar{C})$$

Le mécanisme optimal est équivalent au prix « non linéaire » $s^*(\bar{C})$ (courbe AB sur la figure 4). Lorsque $s^*(.)$ est convexe, il est possible de décentraliser la même allocation en remplaçant $s^*(.)$ par la famille de droites dont AB est l'enveloppe.

FIGURE 4



Conclusion

A l'issue d'une présentation progressive que nous a permis d'introduire successivement la sélection adverse, le risque moral et l'aléatoire nous avons débouché sur une théorie normative des contrats État-entreprises qui permet de retrouver la forme usuelle que prennent ces contrats.

Une explication des propriétés qualitatives de ces contrats est avancée, avec comme fondement la double asymétrie d'information à laquelle fait face le Planificateur.

Pour avoir une image plus complète des diverses motivations économiques de ces contrats il aurait fallu introduire l'aversion au risque des agents. Des considérations de partage des risques auraient alors dû être combinées aux explications fournies ici. Les difficultés ne sont pas conceptuelles mais analytiques. Il existe d'ailleurs une littérature qui recherche dans le partage du risque, et en l'absence d'asymétrie d'information, la justification de ces contrats. La combinaison de l'asymétrie d'information et de l'aversion au risque rend l'analyse très difficile. En général les contrats ne seront plus linéaires dans les coûts. Si on s'en tient à la classe « simple » de contrats linéaires obtenus ici en l'absence d'aversion au risque, il est facile de voir que l'introduction de l'aversion au risque décroît $\tilde{K}$. Une proportion plus forte des coûts est remboursée pour atténuer les effets de l'aversion au risque.

Dans de prochains travaux nous exposerons comment on peut généraliser notre approche au cas dynamique et au cas de la concurrence entre les entreprises.

• Références bibliographiques

BARON, D. et MYERSON, R. (1982). – « Regulating a Monopolist with Unknown Costs », *Econometrica*, 50, p. 911-930.

BARON, D. et BESANKO, D. (1983). – « Regulation, Asymmetric Information and Auditing », *RP* 692, 6SB Stanford.

BERGSON, A. (1978). – « Managerial Risks and Rewards in Public Enterprises », *Journal of Comparative Economics*, 2, p. 211-225.

BONIN, J. (1976). – « On the Design of Managerial Incentive Structures in a Decentralized Planning Environment », *American Economic Review*, 66, p. 682-687.

BONIN, J. et MARCUS, A. (1979). – « Information, Motivation and Control in Decentralized Planning: The Case of Discretionary Managerial Behavior », *Journal of Comparative Economics*, 3, p. 235-252.

DOMAR, E. (1974). – « On the Optimal Compensation of a Socialist Manager », *Quarterly Journal of Economics*, 88, p. 1-18.

ELLMAN, M. (1973). – « Bonus Formulae and Soviet Managerial Performance: a Further Comment », *Southern Economic Journal*, 39, p. 652-653.

FAN, LIANG-SHIN (1975). – « On the Reward System », *American Economic Review*, 65, p. 226-229.

FINSINGER, J. et VOGELSANG, I. (1981). – « Alternative Institutional Frameworks for Price Incentive Mechanisms », *Kyklos*, 34, p. 388-404.

FINSINGER, J. et VOGELSANG, I. (1982). – « Performance Indices for Public Enterprises », in L. P. JONES éd., *Public Enterprise in Less Developed Countries*, Cambridge University Press, NY, p. 281-296.

GROSSMAN, S. et HART, O. (1982). – « An Analysis of the Principal-Agent Problem », *Econometrica*, 50, p. 7-46.

GUESNERIE, R. et LAFFONT J. J. (1984). – « Control of Public Firms under Incomplete Information », *Journal of Public Economics*, 25, p. 329-369.

HOLMSTRÖM, B. (1979). – « Moral Hazard and Observability », *Bell Journal of Economics*, p. 74-91.

LAFFONT, J. J. et TIROLE, J. (1984). – « Using Cost Observation to Regulate Firms », GREMAQ, à paraître dans *Journal of Political Economy*.

LAFFONT, J. J. (1981). – « Information imparfaite et économie publique », *Revue Économique*, 33, p. 5-29.

MELUMAD N. et REICHELSTEIN, S. (1984). – « Value of Communication in Principal Agent Relationship », *mimeo*.

MIRRLEES, J. (1974). — « Notes on Welfare Economics, Information and Uncertainty », in BALCH, MCFADDEN and WIR eds., *Essays on Economic Behavior under Uncertainty*, Amsterdam, North-Holland Publishing Co.

MIRRLEES, J. (1975). — « The Optimal Structure of Incentives and Authority within an Organization », *The Bell Journal of Economics*, 7, p. 105-131.

PONSSARD, J. P. et DE POUVOURVILLE, G. (1982). — « *Marchés Publics et Politique Industrielle* », Economica, Paris.

SAPPINGTON, D. (1982). — « Optimal Regulation of Research and Development under Imperfect Information », *Bell Journal of Economics*, Autumn, p. 354-368.

SCHERER, F. (1964). — « The Theory of Contractual Incentives for Cost Reduction », *Quarterly Journal of Economics*, 78, p. 257-280.

SHAVELL, S. (1979). — « Risk Sharing and Incentive in the Principal and Agent Relationship », *Bell Journal of Economics*, 10, p. 55-73.

TAM, MO-YIN, S. (1979). — « On Incentive Structures of a Socialist Economy », *Journal of Comparative Economics*, 3, p. 277-284.

TAM, MO-YIN, S. (1981). — « Reward Structures in a Planned Economy: the Problem on Incentives and Efficient Allocation of Resources », *Quarterly Journal of Economics*, 96, p. 111-128.

VOGELSANG, I. (1983). — « Effort Rewarding Incentive Mechanism for Public Enterprise Managers », *International Journal of Industrial Organization*, 1, p. 253-273.

WEITZMAN, M. (1976). — « The New Soviet Incentive Model », *The Bell Journal of Economics*, 7, p. 251-257.