

Rationnement, anticipations rationnelles et équilibres de Stackelberg

Marcel BOYER et Michel MOREAUX *

RÉSUMÉ. – On considère un duopole du type Stackelberg dans lequel l'espace des stratégies de chaque firme est un couple prix-quantité offerte, signifiant qu'à ce prix l'entreprise est prête à vendre toute quantité qui n'excède pas cette offre. On démontre qu'à l'équilibre le meneur fixera un prix inférieur à celui choisi par le suiveur, et rationnera la demande qui s'adresse à lui. On dispose alors d'une structure de marché dans laquelle les phénomènes de rigidité des prix et de persistance d'une demande excédentaire résultent directement du comportement non-concurrentiel de certains agents.

Rationing, Rational Expectations and Stackelberg Equilibria

ABSTRACT. – We consider a Stackelberg like duopoly in which the strategy space of the firms are price-quantity pairs, meaning that, at this price, a firm is willing to sell at most the supplied quantity. It is shown that, at the equilibrium, the leader will quote a price lower than the price quoted by the follower, and that, at the price he quotes, he will ration his demand. Hence we get a market structure in which price rigidities and persistent excess demand are immediate outcomes of the non-competitive behavior of some agents.

* M. BOYER: Département des Sciences Économiques, Université de Montréal, Canada.
M. MOREAUX: GREMAQ, Université des Sciences Sociales de Toulouse. Les auteurs remercient J. Frayssé, J. J. Laffont et les deux arbitres dont les commentaires leur ont permis d'améliorer une première version de ce travail.

1 Introduction

L'essai d'intégration des phénomènes de déséquilibre des marchés est l'un des efforts théoriques majeurs des vingt dernières années.¹ Cet effort a sans aucun doute permis une meilleure compréhension de certains types d'interdépendances et a contribué au comblement partiel du fossé méthodologique qui séparait traditionnellement micro-économie et macro-économie. Mais si une stratégie de recherche peut dans un premier temps considérer comme donnée l'existence de prix auxquels les marchés ne s'équilibrent pas, l'objectif théorique ultime doit cependant rester l'explication même de tels prix. A cette fin deux voies de recherche ont été explorées. La première insiste sur la nécessité de modéliser explicitement l'incertitude, la seconde essaie de fonder ces rigidités sur le comportement non concurrentiel de certains agents.

L'idée de base de la première est que ce qui peut apparaître *ex post* comme un phénomène de déséquilibre est en fait la réalisation d'un processus aléatoire en équilibre *ex ante*, si on tient compte de l'incertitude et des asymétries d'information. C'est l'approche suivie par exemple dans l'abondante littérature sur les contrats implicites (cf. AZARIADIS [1979]).

L'idée de base de la seconde approche est que l'imperfection de la concurrence est la cause essentielle du déséquilibre. L'incompatibilité entre déséquilibre et concurrence parfaite, comprise comme une situation dans laquelle les agents à certains prix donnés considèrent qu'ils sont face à une demande ou une offre parfaitement élastique, a été soulignée très tôt par ARROW [1959], et l'intégration des théories de la concurrence imparfaite et du déséquilibre est une voie de recherche qui a été abondamment explorée (cf. BENASSY [1976, 1978], GRANDMOND-LAROQUE [1976], HAHN [1978], NEGISHI [1978, 1979], HEAL [1981], HART [1982], WEITZMAN [1982], BÖHM-MASKIN-POLEMARCHAKIS-POSTLEWAITE [1983], D'ASPROMONT-DOS SANTOS FERREIRA-GERARD VARET [1984], DEHEZ [1985]). Un modèle intégrant déséquilibre et concurrence imparfaite n'est cependant pas nécessairement un modèle dans lequel des agents, en particulier des entreprises, ont intérêt à rationner leurs demandeurs. Une entreprise préférera généralement choisir un point sur sa fonction de demande perçue, puisqu'en se situant en deçà elle renonce, à quantités égales, à fixer un prix plus élevé qui lui permettrait des profits supérieurs comme le souligne très justement BENASSY [1976, p. 75]. L'un des rares exemples, à notre connaissance, où un monopoleur aurait intérêt à ne pas satisfaire la totalité de la demande qui s'adresse à lui a été construit par BÖHM-MASKIN-POLEMARCHAKIS-POSTLEWAITE [1983]. Ils montrent que dans une économie d'échanges où un agent a le monopole d'un certain bien, ce monopoleur pourra accroître ses profits (son utilité) en rationnant les autres agents qui prennent le prix qu'il fixe comme donné, à condition que ces agents, qui se comportent de façon concurrentielle, soient de différents types. Si au contraire les agents concurrentiels sont d'un seul type, le monopoleur n'aura jamais intérêt à rationner. Les rationnements apparaissent donc dans ce modèle comme un substitut à un système de discrimination par les prix lorsque celle-ci est impraticable.

C'est de cette approche que procède le présent article dont l'objet est de montrer la possibilité de rationnements endogènes dans un duopole du type meneur-suiveur où chaque entreprise vend le même bien à un seul type de consommateurs. Dans le modèle classique de VON STACKELBERG [1934] chaque firme décide de vendre une certaine quantité d'un bien, et le prix du marché est un prix d'équilibre en ce sens qu'à ce prix tout acheteur qui désire telle quantité du bien peut effectivement l'acquérir; il n'y a pas de rationnements. Dans le modèle présenté ici, chaque firme fixe un prix et décide d'offrir une certaine quantité, i. e. au prix qu'elle fixe elle est prête à vendre toute quantité qui n'excède pas cette offre. D'une certaine façon ce type d'espace de stratégies semble rendre mieux compte de la pratique des firmes. Rares sont en effet les firmes qui accepteraient de vendre une certaine quantité quel que soit le prix du marché, ce qu'implique finalement une stratégie en quantités, ou de vendre à un certain prix quelles que soient les quantités à produire, ce qu'implique finalement une stratégie en prix. Par ailleurs prendre comme espace de stratégies des fonctions d'offre quelconques, comme le suggère GROSSMAN [1981], suppose l'existence d'un mécanisme centralisé d'ajustement du marché dont la réalité fournit peu d'exemples.

Nous montrons qu'à l'équilibre dans ce modèle, le meneur fixera toujours un prix inférieur à celui du suiveur, et, qu'au prix qu'il fixe, il rationnera la demande qui s'adresse à lui. Cela ne signifie cependant pas nécessairement que certains acheteurs ne pourront pas acquérir le bien. Ils ont toujours la possibilité d'essayer de l'acquérir auprès du suiveur qui fixe un prix plus élevé. Il est alors utile de distinguer plusieurs cas, selon l'importance du coût de report d'une firme à l'autre, lorsqu'on n'a pas été servi par la première firme à laquelle on s'est adressé. Lorsque ce coût est nul tout acheteur a d'abord intérêt à s'adresser à la firme dont le prix est le plus faible, puis à se reporter vers celle dont le prix est le plus élevé s'il a été rationné par la première. Si néanmoins les coûts de report sont suffisamment importants, certains acheteurs, dont la stratégie consiste à s'adresser d'abord à l'une des firmes, sachant que la probabilité de ne pas y être servi n'est pas nulle, n'auront pas intérêt ensuite à supporter le coût de report et à essayer d'obtenir le bien auprès de la seconde firme en cas de rationnement par la première. Nous montrons que quel que soit ce coût de report, à l'équilibre, le meneur aura toujours intérêt à fixer un prix inférieur à celui choisi par le suiveur, et à rationner sa demande. Le modèle n'a évidemment de portée que si les anticipations des agents, relatives en particulier aux probabilités d'être rationné, sont rationnelles. C'est l'hypothèse retenue dans cette étude.

Le modèle de base est présenté à la section 2. Les deux cas extrêmes où le coût de report est nul d'une part, et où il est prohibitif d'autre part, font l'objet d'un examen particulier aux sections 3 et 4 respectivement. L'ensemble des types d'équilibres possibles ne se réduit cependant pas à ces deux cas extrêmes. La section 5 traite le cas général.

1. Voir par exemple BENASSY [1982], MALINVAUD [1977] pour un exposé théorique, et LAFFONT [1985] pour un compte rendu des travaux économétriques fondés sur cette approche.

2 Le modèle de base

Considérons un ensemble de consommateurs identiques ayant chacun la fonction d'utilité suivante :

$$(1) \quad U(q, z) = q - q^2/2 + z$$

où q est la quantité d'un certain bien, p son prix, $z = R - pq$ la quantité de monnaie disponible pour l'achat des autres biens et R le revenu. Si les coûts de transaction qu'implique l'acquisition du bien sont nuls, alors la fonction de demande, $D(p)$, a pour expression :

$$(2) \quad D(p) = 1 - p$$

Si l'ensemble des consommateurs est un continuum de support $[0, 1]$, ce que l'on supposera, la fonction de demande (2) est aussi la fonction de demande du marché.

Le marché est approvisionné par deux firmes $i = 1, 2$, produisant au même coût moyen constant $c < 1$. On conviendra d'attribuer l'indice $i = 1$ à celle qui agit comme meneur et l'indice $i = 2$ à celle qui agit comme suiveur. Chaque firme i fixe un prix de vente p_i et choisit d'offrir une certaine quantité q_i^0 . Dans la mesure où une firme choisit d'offrir une quantité inférieure à la demande qui s'adresse à elle, elle doit rationner sa clientèle. Plusieurs schémas de rationnement sont *a priori* possibles. On supposera ici que chaque firme sert la totalité de la demande exprimée par un sous-ensemble, choisi au hasard, des consommateurs qui se sont adressés à elle (rationnement stochastique). D'autres modes de rationnements pourraient être étudiés; celui-ci a pour mérite essentiel d'être simple. ²

Chaque acheteur doit déterminer une stratégie de visite des deux points de vente. La stratégie qu'il retiendra dépendra des prix qu'il prévoit que les firmes afficheront, des probabilités anticipées d'obtenir les quantités qu'il demande auprès de chacune des firmes et des coûts de transaction qu'il devra supporter. On supposera que le coût de la première visite est le même quel que soit le point de vente exploré, et pour simplifier on le posera nul. En d'autres termes, aucune des deux firmes ne bénéficie d'un avantage particulier de positionnement de son produit, ou de localisation, auprès des consommateurs. En ce sens, le marché du bien est celui d'un bien homogène. Dans le même esprit, on supposera que le coût de report d'une firme à l'autre est le même quel que soit le sens du parcours, et égal à t . Les seules caractéristiques pour lesquelles un acheteur préférerait s'adresser à une firme plutôt qu'à l'autre sont donc le prix et la probabilité d'obtenir la quantité demandée. Quant aux prévisions de l'acheteur, relatives à la probabilité d'obtenir la quantité qu'il demande, nous supposons qu'il les forme à partir d'un modèle reliant les prix à l'équilibre et les probabilités d'obtenir les biens en question auprès de chacune des firmes. Ce modèle ne pourrait de toute évidence être systématiquement infirmé par ses observations. Plutôt que de modéliser en détail l'acquisition d'information, par l'acheteur, sur le

mécanisme de détermination des prix et le traitement efficace de ces informations, nous poserons l'hypothèse d'anticipations rationnelles. Cette hypothèse consiste alors à supposer que chaque acheteur connaît le coût de report, les prix effectivement affichés par les firmes et le mode de rationnement qu'elles utilisent, et que les probabilités d'obtenir les quantités qu'il demande en chacun des points de vente, probabilités sur lesquelles il fonde sa stratégie d'achat, sont les probabilités objectives d'obtention des dites quantités.

3 Coût de report nul

Lorsque le coût de passage d'une firme à l'autre est nul chaque acheteur devrait d'abord s'adresser à la firme i qui affiche le prix le plus faible et lui demander la quantité $1 - p_i$, et s'il n'a pas pu obtenir cette quantité, c'est-à-dire, compte tenu du mode de rationnement supposé, s'il n'a rien obtenu, se reporter vers la firme dont le prix est le plus élevé, et ce quelles que soient les probabilités d'être servi par chacune des deux firmes.

Supposons alors que le meneur ait fixé un prix $p_1 > c$ et décidé d'offrir q_1^0 . Le suiveur a toujours la possibilité de fixer un prix légèrement plus faible, prendre tout le marché et réaliser ainsi un profit peu différent de $(p_1 - c)(1 - p_1)$. Si cependant $q_1^0 < 1 - p_1$ le suiveur a une autre option : proposer un prix $p_2 > p_1$ aux acheteurs que le meneur n'aurait pas servi dans ce cas. Quelle demande peut-il espérer en procédant ainsi, en supposant que les consommateurs n'ont pas la possibilité de se revendre entre eux le bien (billets d'avion par exemple)? La proportion des acheteurs qui n'ont pas été servis au prix p_1 par la firme $\neq 1$ est égale à $1 - (q_1^0 / (1 - p_1))$, et la demande qui s'adresse à lui, que l'on notera $\bar{D}_2(p_1, p_2; q_1^0)$ est :

$$(3) \quad \bar{D}_2(p_1, p_2; q_1^0) = (1 - p_2) \left(1 - \frac{q_1^0}{1 - p_1} \right)$$

Si $p_1 \geq (1 + c)/2$, le prix de monopole, cette seconde option ne peut jamais être plus intéressante que la première qui permet de réaliser le profit de monopole $(1 - c)^2/4$. Si $p_1 < (1 + c)/2$, le profit que peut réaliser le suiveur avec cette seconde option est maximal en $p_2 = (1 + c)/2$, s'il sert la totalité de la demande qui s'adresse à lui,³ ce qu'il a intérêt à faire. Ce profit s'élève à :

$$(4) \quad \frac{(1 - c)^2}{4} \left(1 - \frac{q_1^0}{1 - p_1} \right)$$

2. Qualitativement les conclusions de l'étude ne seraient pas changées si les firmes utilisaient d'autres modes de rationnement. Évidemment les valeurs d'équilibre des variables du modèle ne seraient pas les mêmes. Pour une revue des différents types de schémas de rationnement dans les modèles d'oligopole voir par exemple DIXON [1984].

et il est d'autant plus élevé que q_1^0 est faible, et égal au profit de monopole lorsque $q_1^0=0$. Il existe donc une quantité maximale, que l'on notera $\bar{q}_1^0(p_1)$, solution de l'équation :

$$(5) \quad \frac{(1-c)^2}{4} \left(1 - \frac{q_1^0}{1-p_1} \right) = (p_1 - c)(1-p_1)$$

que le meneur peut offrir au prix p_1 sans craindre de voir le suiveur fixer un prix $p_1 - \varepsilon$ et capter tout le marché : pour $p_1 \in (c, (1+c)/2)$,

$$(6) \quad \bar{q}_1^0(p_1) = \frac{(1-p_1)(1-c)^2 - 4(p_1-c)(1-p_1)^2}{(1-c)^2} < (1-p_1)$$

La fonction $\bar{q}_1^0(p_1)$ est décroissante et convexe, passant de $(1-c)$ quand $p_1=c$ à 0 quand $p_1=(1+c)/2$. Le problème du meneur est alors de maximiser son profit sachant que s'il fixe un prix $p_1 \in (c, (1+c)/2)$, la quantité qu'il peut offrir est au plus $\bar{q}_1^0(p_1)$ et que s'il fixe un prix $p_1 > (1+c)/2$ son marché disparaît. Le prix finalement choisi par le meneur sera donc :

$$(7) \quad \bar{p}_1^* = \arg \max \{ q^0(p_1)(p_1 - c) \mid p_1 \in (c, (1+c)/2) \}$$

et il offrira $\bar{q}_1^0(\bar{p}_1^*) < (1-\bar{p}_1^*)$; en ce sens à l'équilibre les consommateurs sont rationnés, la firme #1 ne satisfaisant pas la totalité de la demande qui s'adresse à elle. Le profit du suiveur à l'équilibre, $\bar{\pi}_2^*$, est toujours supérieur à celui du meneur, $\bar{\pi}_1^*$. Le profit du suiveur est en effet égal au profit qui ferait le meneur s'il satisfaisait la totalité de la demande au prix \bar{p}_1^* . Le rôle de suiveur est donc ici le rôle le plus avantageux, ce qui suggère que la firme dominante le cas échéant, pourrait se retrouver dans ce rôle plutôt que dans celui de meneur. Les valeurs d'équilibre des variables du modèle sont présentées au tableau 1 pour le cas $c=0$, cas auquel on peut toujours se ramener dans ce modèle linéaire en interprétant le prix comme la marge de profit par unité vendue.

TABLEAU 1

\bar{p}_1^* (× 100)	\bar{p}_2^* (× 100)	$\bar{q}_1^0(\bar{p}_1^*)$ (× 100)	\bar{q}_2^0 *	Rationnement ^a (× 100)	$\bar{\pi}_1^*$ (× 1 000)	$\bar{\pi}_2^*$ (× 1 000)
14,64	50	42,7	25	42,7	62,5	12,5

a. Rationnement : $(1-\bar{p}_1^*) - \bar{q}_1^0(\bar{p}_1^*)$.

A l'équilibre, le meneur doit rationner la moitié de la demande qui s'adresse à lui. La différence de prix entre le meneur et le suiveur est de l'ordre de un à plus trois. Enfin, les profits du suiveur sont le double de ceux du meneur. ⁴

4 Coût de report élevé

Supposons le coût de passage d'une entreprise à l'autre suffisamment élevé pour qu'un acheteur n'ait jamais intérêt à se reporter vers l'autre entreprise lorsqu'il n'a pas été servi par la première firme à laquelle il s'est adressé, ce qui sera le cas si $t > 1/2$. En effet, puisqu'un acheteur qui n'a pas été servi dispose encore de la totalité de son revenu, sa demande à la seconde firme i , s'il doit subir un coût fixe t pour s'y rendre, sera égale à :

$$(8) \quad D(p_i) = \begin{cases} 1 - p_i, & p_i \in [0, 1 - (2t)^{1/2}) \\ \{0, (2t)^{1/2}\}, & p_i = 1 - (2t)^{1/2} \\ 0, & p_i > 1 - (2t)^{1/2} \end{cases}$$

Par conséquent, quels que soient les prix fixés par les firmes, et quelles que soient les probabilités d'y être servi, il n'y aura aucun report si $t > 1/2$.

Comme dans le cas où le coût de report t était nul, quels que soient le prix et la quantité choisis par le meneur, le suiveur pourrait prendre tout le marché en fixant un prix légèrement inférieur à celui du meneur. Si le meneur fixe un prix au moins égal au prix de monopole, cette politique est toujours la meilleure pour le suiveur. Mais lorsque le meneur fixe un prix inférieur au prix de monopole, et décide de ne pas servir la totalité de la demande qui s'adresse à lui, la présence de coûts de transaction élevés modifie considérablement l'analyse.

Considérons un acheteur. Étant donné $t > 1/2$, il ne s'adressera qu'à une seule entreprise, et choisira celle pour laquelle son espérance d'utilité E_i , $i = 1, 2$, est la plus élevée. Compte tenu du mode de rationnement, (recevoir la totalité de la quantité si on est servi ou rien), l'espérance d'utilité E_i a pour expression :

$$(9) \quad E_i = \frac{1}{2} (1 - p_i)^2 \alpha_i + R$$

où α_i est la probabilité d'être servi par la firme i qu'anticipe l'acheteur. Soit n_i la mesure du sous-ensemble des acheteurs qui s'adressent à la firme i .

4. Notons que les consommateurs rationnés ont la possibilité d'acquérir le bien au prix plus élevé proposé par le suiveur. Le même modèle formel peut cependant être interprété comme un modèle dans lequel chaque consommateur n'acquiert qu'une unité du bien, $1 - p$ représentant alors la mesure de l'ensemble des consommateurs dont le prix de réservation est au moins égal à p . Si par ailleurs le schéma de rationnement est un schéma aléatoire, les consommateurs servis constituant un échantillon sans biais de l'ensemble des consommateurs, alors la mesure de l'ensemble des consommateurs qui désirent acheter le bien au prix \bar{p}_1^* , qui sont rationnés, et qui ne l'achèteront pas au prix p_2 plus élevé, est égale à :

$$\left(1 - \frac{q^0(\bar{p}_1^*)}{1 - \bar{p}_1^*}\right) \bar{p}_2^*$$

Si $c = 0$ cette situation est celle d'un quart des consommateurs.

L'hypothèse de rationalité des anticipations implique que α_i soit la probabilité effective d'être servi, c'est-à-dire que :

$$(10) \quad \alpha_i = \min \{ q_i^0 / (1 - p_i) n_i, 1 \}$$

Si $p_2 > p_1$, $1 - p_1 > q_1^0 > 0$, et si la firme #2 décide d'offrir une quantité suffisamment élevée pour que tout acheteur qui s'adresserait à elle soit sûr d'être servi, ce qu'elle a toujours intérêt à faire si le prix qu'elle choisit est supérieur au coût moyen, la condition de rationalité des anticipations implique que les acheteurs se répartiront entre les deux firmes de telle sorte que :

ou bien :

$$(11) \quad E_1 = E_2 \quad \text{et} \quad n_i \leq 1 - n_j, \quad i = 1, 2; \quad i \neq j$$

ou bien :

$$(12) \quad E_1 > E_2 \quad \text{et} \quad n_1 = 1$$

Le cas $E_2 > E_1$ est exclu. En effet, $E_2 > E_1$ implique que tous les acheteurs s'adressent à la seule firme #2, i.e. $n_1 = 0$. Mais, $n_1 = 0$, $p_1 < p_2$ et $q_1^0 > 0$ impliquent qu'un individu peut toujours acquérir la quantité qu'il désire auprès de la firme #1 avec certitude à un prix inférieur à celui de la firme #2, et donc $E_2 < E_1$, d'où une contradiction.

On sera dans la situation (11) si le prix p_2 n'est pas trop élevé. De (9), (10) et (12) on déduit alors que la mesure du sous-ensemble des consommateurs qui s'adressent à la firme #1, que l'on notera $\hat{n}_1(p_1, p_2; q_1^0)$, a pour expression :

$$(13) \quad \hat{n}_1(p_1, p_2; q_1^0) = \frac{(1 - p_1) q_1^0}{(1 - p_2)^2}$$

et celle de ceux qui s'adressent à la firme #2, $\hat{n}_2(p_1, p_2; q_1^0)$, est :

$$(14) \quad \hat{n}_2(p_1, p_2; q_1^0) = \frac{(1 - p_2)^2 - (1 - p_1) q_1^0}{(1 - p_2)^2}$$

La demande maximale que la firme #2 peut capter en fixant un prix supérieur à celui choisi par la firme #1 et en s'engageant à servir la totalité de la demande qui se dirigerait éventuellement vers elle, que l'on notera $\hat{D}_2(p_1, p_2; q_1^0)$, est donc :

$$(15) \quad \hat{D}_2(p_1, p_2; q_1^0) = (1 - p_2) - \left(\frac{1 - p_1}{1 - p_2} q_1^0 \right)$$

qu'on peut lire comme la demande walrasienne $1 - p_2$, corrigée du terme $-(1 - p_1) q_1^0 / (1 - p_2)$. Cette demande s'annule lorsque $\hat{n}_1(p_1, p_2; q_1^0)$ est égal à 1, i.e. pour la valeur suivante de p_2 , que l'on notera \hat{p}_2 :

$$(16) \quad \hat{p}_2 = 1 - ((1 - p_1) q_1^0)^{1/2} < 1$$

Notons que pour $p_2 \in (p_1, \hat{p}_2)$, $q_1^0 < 1 - p_1$ et p_1 donnés, cette demande est inférieure à la demande $\bar{D}_2(p_1, p_2; q_1^0)$ définie en (3), qu'on peut réécrire :

$$(17) \quad \bar{D}_2(p_1, p_2; q_1^0) = (1 - p_2) - \left(\frac{1 - p_2}{1 - p_1} q_1^0 \right)$$

que pour tout $p_1 < (1+c)/2$ (le prix de monopole) il existe une valeur critique de q_1^0 pour laquelle le suiveur pourra obtenir le même profit s'il choisit un certain prix $p_2 > p_1$ que s'il choisit un prix légèrement inférieur à p_1 . Notons $\hat{q}_1^0(p_1)$ cette valeur critique de l'offre du meneur. $\hat{q}_1^0(p_1)$ est décroissante et convexe, passant de $(1-c)$, quand $p_1 = c$, à 0 quand $p_1 = (1+c)/2$, le prix de monopole. Puisque $\hat{D}_2 < \bar{D}_2$, l'offre maximale à laquelle peut prétendre le meneur sans redouter que le suiveur prenne la totalité du marché est plus faible qu'en l'absence de coûts de report, i.e. $\hat{q}_1^0(p_1) < \bar{q}_1^0(p_1)$. Le meneur fixera un prix \hat{p}_1^* :

$$(22) \quad \hat{p}_1^* = \arg \max \{ \hat{q}_1^0(p_1)(p_1 - c) \mid p_1 \in (c, (1+c)/2) \}$$

L'offre du meneur sera égale à $\hat{q}_1^0(\hat{p}_1^*) < 1 - \hat{p}_1^*$. Cependant ici le rationnement n'est pas égal à $(1 - \hat{p}_1^*) - \hat{q}_1^0(\hat{p}_1^*)$ puisque tous les acheteurs ne se présentent pas à la firme #1 annonçant le prix le plus faible. Le rationnement effectif, c'est-à-dire la demande qu'a décidé de ne pas servir le meneur, est égale à :

$$(23) \quad \hat{n}_1(\hat{p}_1^*, \hat{p}_2^*; \hat{q}_1^0(\hat{p}_1^*)) D(\hat{p}_1^*) - \hat{q}_1^0(\hat{p}_1^*) = \left(\frac{(1 - \hat{p}_1^*)^2}{(1 - \hat{p}_2^*)^2} - 1 \right) \hat{q}_1^0(\hat{p}_1^*) > 0$$

Il faut noter qu'ici, les consommateurs qui se sont adressés à la firme #1 et qui n'ont pas été servis n'obtiendront finalement aucune quantité du bien. La mesure de l'ensemble des consommateurs dans cette situation est égale à :

$$(24) \quad 1 - \frac{(1 - \hat{p}_2^*)^2}{(1 - \hat{p}_1^*)^2}$$

Comme dans le cas où le coût de report est nul, et pour les mêmes raisons, les profits du suiveur sont toujours supérieurs à ceux du meneur.

Le tableau 2 donne les valeurs d'équilibre des variables du modèle pour la forme canonique $c=0$.

TABLEAU 2

\hat{p}_1^* ($\times 100$)	\hat{p}_2^* ($\times 100$)	$\hat{q}_1^0(\hat{p}_1^*)$ ($\times 100$)	$\hat{n}_1(\hat{p}_1^*, \hat{p}_2^*; \hat{q}_1^0(\hat{p}_1^*))$ ($\times 100$)	\hat{q}_2^*	Rationnement ($\times 100$)	$\hat{\pi}_1^*$ ($\times 1000$)	$\hat{\pi}_2^*$ ($\times 1000$)
15	30,5	22,5	39,6	42	11,2	33,75	128

Le prix fixé par le suiveur est maintenant deux fois plus élevé que celui fixé par le meneur, l'écart de prix est donc plus faible qu'en l'absence de coûts de transaction. 39,6 % des consommateurs s'adressent à la firme #1, parmi ceux-ci un tiers sont rationnés; 11,2 % de l'ensemble des demandeurs n'obtient finalement pas le bien. Les profits du meneur ne représentent plus qu'un quart des profits du suiveur.

5 Cas général

Considérons enfin le cas $0 < t < 1/2$, dans lequel le coût de passage d'une firme à l'autre est tel qu'un acheteur n'ayant pas été servi par une première firme aurait intérêt à s'adresser à la seconde pourvu que le prix fixé par cette dernière soit suffisamment faible et/ou la probabilité d'y acquérir le bien suffisamment élevée.

Comme dans le cas précédent le suiveur a toujours la possibilité de prendre tout le marché en fixant un prix inférieur à celui choisi par le meneur, ce qui sera toujours dans son intérêt si le meneur fixe un prix égal ou supérieur au prix de monopole. Déterminons alors la demande que peut espérer le suiveur lorsqu'il fixe un prix supérieur à celui du meneur et s'engage à servir tout acheteur qui se présente à lui, le meneur ayant lui-même fixé un prix inférieur au prix de monopole et choisi d'offrir une quantité inférieure à la demande $(1-p_1)$ qui s'adresserait à lui si chaque acheteur était sûr d'être servi.

Quatre scénarii de base sont *a priori* concevables :

a. Certains acheteurs vont d'abord à la firme #1 et se reportent vers la firme #2 s'ils n'ont pas été servis; d'autres vont directement à la firme #2.

b. Tous les acheteurs s'adressent à la firme #1, ceux qui n'y ont pas été servis se reportent vers la firme #2, aucun consommateur ne va directement à la firme #2.

c. Certains acheteurs s'adressent à la firme #1, ceux qui n'ont pas été servis ne se reportent pas vers la firme #2; d'autres consommateurs vont directement à la firme #2.

d. Tous les consommateurs s'adressent à la firme #1, ceux qui n'ont pas été servis ne se reportent pas vers la firme #2; aucun consommateur ne va directement à la firme #2.

Puisque tout client qui s'adresse à la firme #2 est servi, aucun acheteur n'ira à la firme #1 après avoir essayé d'obtenir le bien auprès de la firme #2, et ces quatre scénarii sont donc les seuls possibles.

Notons :

E_0 , l'espérance d'utilité d'un acheteur qui décide de ne pas acheter le bien;

E_2 , l'espérance d'utilité d'un acheteur qui décide de s'adresser directement à la firme #2;

E_{10} , l'espérance d'utilité d'un acheteur qui décide de s'adresser à la firme #1 et de ne pas se reporter vers la firme #2 s'il n'a pas été servi par la firme #1;

E_{12} , l'espérance d'utilité d'un acheteur qui décide de s'adresser à la firme #1, puis de s'adresser à la firme #2 s'il n'a pas été servi par la firme #1;

$E_{2/1}$, l'espérance d'utilité que permet un report vers la firme #2, pour un acheteur qui n'a pas été servi par la firme #1, sachant qu'il n'a pas été servi.

La probabilité d'être servi par la firme #1 étant α_1 , celle d'être servi par la firme #2, $\alpha_2 = 1$, ces différentes espérances prennent les valeurs suivantes :

$$(25) \quad \left\{ \begin{array}{l} E_0 = R, \quad E_2 = \frac{1}{2}(1-p_2)^2 + R \\ E_{2/1} = \frac{1}{2}(1-p_2)^2 + R - t, \quad E_{10} = \frac{1}{2}(1-p_1)^2 \alpha_1 + R \\ E_{12} = \frac{1}{2}(1-p_1)^2 \alpha_1 + \left(\frac{1}{2}(1-p_2)^2 - t \right) (1-\alpha_1) + R. \end{array} \right.$$

a. Pour que le scénario a se réalise il faut que :

$$(26) \quad E_{2/1} \geq E_0, \quad E_{12} = E_2, \quad n_1 < 1.$$

La condition $E_{12} = E_2$ implique :

$$(27) \quad \frac{\alpha_1}{1-\alpha_1} = \frac{2t}{(1-p_1)^2 - (1-p_2)^2}.$$

La condition de rationalité des anticipations suppose que :

$$(28) \quad \alpha_1 = \frac{q_1^0}{(1-p_1)n_1}$$

d'où après substitution de α_1 dans (27) :

$$(29) \quad n_1 = \frac{((1-p_1)^2 - (1-p_2)^2 + 2t) q_1^0}{(1-p_1) 2t}.$$

La probabilité d'être servi par la firme #1 est alors :

$$(30) \quad \alpha_1 = \frac{2t}{(1-p_1)^2 - (1-p_2)^2 + 2t}.$$

De la condition $n_1 < 1$, et de l'égalité (29) on déduit que :

$$(31) \quad q_1^0 < \frac{(1-p_1) 2t}{(1-p_1)^2 - (1-p_2)^2 + 2t}.$$

Enfin $E_{2/1} \geq E_0$ implique que le prix p_2 ne soit pas trop élevé :

$$(32) \quad p_2 \leq 1 - \sqrt{2t}.$$

b. Les conditions qui doivent être vérifiées pour que le scénario b se réalise sont :

$$(33) \quad E_{2/1} \geq E_0, \quad E_{12} \geq E_2, \quad n_1 = 1.$$

La condition $E_{12} \geq E_2$ et la condition d'anticipations rationnelles impliquent :

$$(34) \quad n_1 \geq \frac{((1-p_1)^2 - (1-p_2)^2 + 2t) q_1^0}{(1-p_1) 2t}$$

et puisque dans ce scénario $n_1 = 1$:

$$(35) \quad q_1^0 \geq \frac{(1-p_1)2t}{(1-p_1)^2 - (1-p_2)^2 + 2t}.$$

La probabilité d'être servi par la firme #1 est alors :

$$(36) \quad \alpha_1 = \frac{q_1^0}{1-p_1}.$$

Enfin la condition (32), i. e. $E_{2/1} \geq E_0$, doit être également vérifiée.

On sera dans l'un des deux cas **a** ou **b** si

$$p_1 < p_2 < 1 - \sqrt{2t}, q_1^0 < 1 - p_1.$$

Dans ces cas le suiveur voit s'adresser à lui une fraction des acheteurs égale à $1 - (q_1^0 / (1 - p_1))$, puisque tout acheteur qui n'a pas été servi par le meneur s'adresse finalement à lui. Si q_1^0 est élevé ($\geq 2t(1-p_1) / ((1-p_1)^2 - (1-p_2)^2 + 2t)$) tous les acheteurs passent d'abord par la firme #1, et ceux qui ne sont pas servis vont ensuite vers la firme #2. Si q_1^0 est faible une partie des acheteurs s'adresse directement à la firme #2, l'autre partie à la firme #1, et, parmi ces derniers ceux qui n'ont pas été servis se reportent alors vers la firme #2. La demande que peut capter le suiveur en s'engageant à servir tout client qui se présenterait à lui est la même que dans le cas où les coûts de report sont nuls, étudié à la section 3, i. e. $\bar{D}_2(p_1, p_2; q_1^0)$ défini par (3).

c. Les conditions de réalisation du scénario **c** sont les suivantes :

$$(37) \quad E_{2/1} \leq E_0, \quad E_{10} = E_2, \quad n_1 < 1.$$

La condition $E_{10} = E_2$ et la condition d'anticipations rationnelles impliquent [cf. (12)] que :

$$(38) \quad n_1 = \frac{(1-p_1)q_1^0}{(1-p_2)^2}$$

auquel cas :

$$(39) \quad \alpha_1 = \frac{(1-p_2)^2}{(1-p_1)^2}.$$

La condition $n_1 < 1$ impose [cf. (15)] :

$$(40) \quad p_2 < 1 - ((1-p_1)q_1^0)^{1/2}.$$

Enfin $E_{2/1} \leq E_0$ suppose que p_2 soit suffisamment élevé :

$$(41) \quad p_2 \geq 1 - \sqrt{2t}.$$

d. Le scénario **d** ne se réalisera que si les conditions suivantes sont vérifiées :

$$(42) \quad E_{2/1} \leq E_0, \quad E_{10} \geq E_2, \quad n_1 = 1$$

c'est-à-dire si :

$$(43) \quad p_2 \geq 1 - ((1-p_1)q_1^0)^{1/2}$$

et si (41) est vérifiée.

On sera dans l'un des cas **c** ou **d** si

$$p_1 < p_2, 1 - \sqrt{2t} < p_2, q_1^0 < (1 - p_1).$$

La demande que peut espérer la firme #2 en s'engageant à servir tous ceux qui s'adresseraient à elle, est la même que dans le cas des coûts de report élevés, étudié à la section 4, i. e. $\hat{D}_2(p_1, p_2; q_1^0)$ [cf. (21)].

Les différentes formes de la fonction de demande à la firme #2 que l'on notera que dans le cas général $\hat{D}_2(p_1, p_2; q_1^0)$ sont représentées aux figures (2a)-(2b) pour $p_1 < 1 - \sqrt{2t}$, et (2c) pour $p_1 > 1 - \sqrt{2t}$. Notons que, si $p_2 = 1 - \sqrt{2t}$, les clients non servis par la firme #1 sont indifférents entre se reporter ou non vers la firme #2. Le seul comportement cohérent avec l'hypothèse d'homogénéité du bien est que chaque consommateur choisit au hasard de se reporter vers la firme #2 ou de sortir du marché, chacune des possibilités ayant la probabilité 1/2.

A tout couple (p_1, q_1^0) est associé une borne supérieure du profit du suiveur s'il se contraint à fixer un prix supérieur à p_1 , que l'on notera $\tilde{\pi}_2(p_1, q_1^0)$. La quantité maximale que le meneur peut offrir au prix p_1 sans risquer de voir le meneur prendre le marché en fixant un prix légèrement inférieur, est alors la quantité $\tilde{q}_1^0(p_1)$ définie par :

$$(44) \quad \tilde{q}_1^0(p_1) = \sup \{ q_1^0 \mid \tilde{\pi}_2(p_1, q_1^0) \geq (1 - p_1)(p_1 - c) \}.$$

Le prix choisi par le meneur sera donc finalement le prix \tilde{p}_1^*

$$(45) \quad \tilde{p}_1^* = \arg \max \{ \tilde{q}_1^0(p_1)(p_1 - c) \mid p_1 \in (c, (1+c)/2) \}$$

ou un prix légèrement inférieur; il offrira la quantité $\tilde{q}_1^0(\tilde{p}_1^*)$, ou une quantité légèrement plus faible. Le suiveur fixe alors le prix \tilde{p}_2 solution de $\max \{ D_2(\tilde{p}_1^*, p_2; \tilde{q}_1^0(\tilde{p}_1^*)) (p_2 - c) \mid p_2 \in (\tilde{p}_1^*, 1] \}$ ou un prix légèrement inférieur si la borne supérieure n'est pas atteinte sur le domaine $\{ p_2 : p_2 \in (\tilde{p}_1^*, 1] \}$.

L'équilibre peut d'abord être de l'un des deux types déjà étudiés, mais un troisième type d'équilibre apparaît, selon l'importance du coût de report.

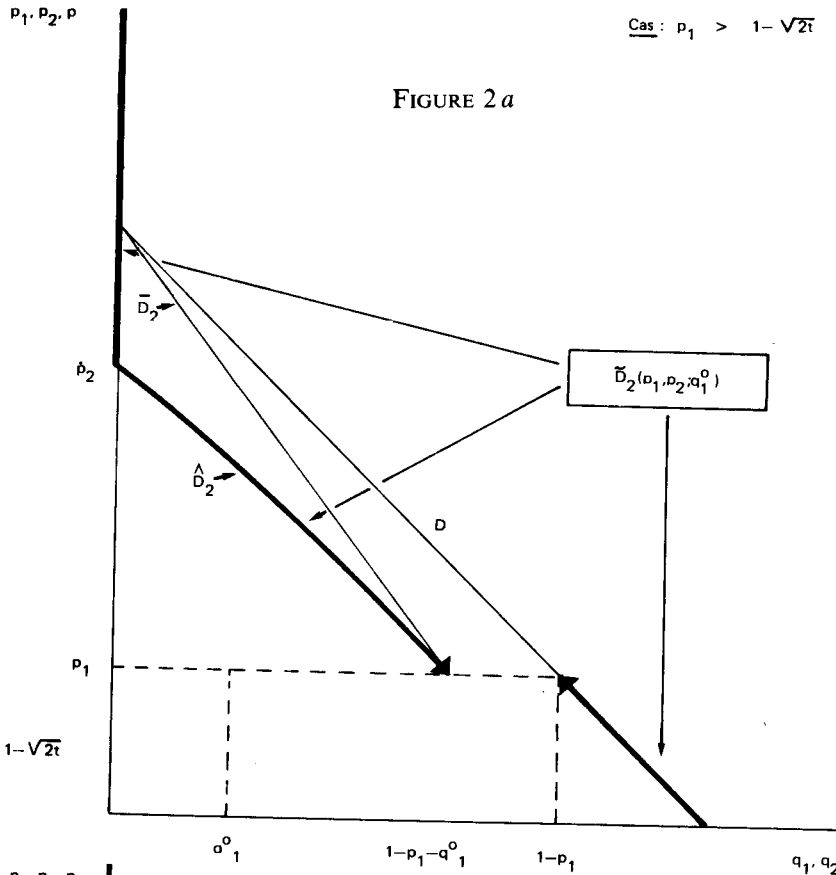
Si le coût de report d'une firme à l'autre est suffisamment faible, de telle sorte que $1 - \sqrt{2t} \geq (1+c)/2$, les prix fixés par le meneur et par le suiveur seront les mêmes qu'en cas de coût de passage nul. On est alors, à l'équilibre, dans une situation soit du genre de celle illustrée à la figure 2a, soit du genre de celle illustrée à la figure 2b. Dans les deux cas, au prix $(1+c)/2$, la demande à la firme #2 se confond avec la droite \hat{D}_2 . Notons que bien que les prix soient les mêmes, la situation des acheteurs n'est évidemment pas équivalente puisque ceux d'entre eux qui se sont d'abord adressés à la firme #1 et n'ont pas été servis, devront supporter le coût de report.

Si le coût de report est suffisamment élevé, l'équilibre est du type de celui étudié à la section 4. On est alors, à l'équilibre, dans une situation soit du genre de celle illustrée à la figure 2a, soit du genre de celle illustrée à la figure 2b. Dans les deux cas au prix qu'il fixe, le suiveur se trouve sur la portion de sa demande qui se confond avec la courbe \hat{D}_2 .

p_1, p_2, p

Cas : $p_1 > 1 - \sqrt{2t}$

FIGURE 2a

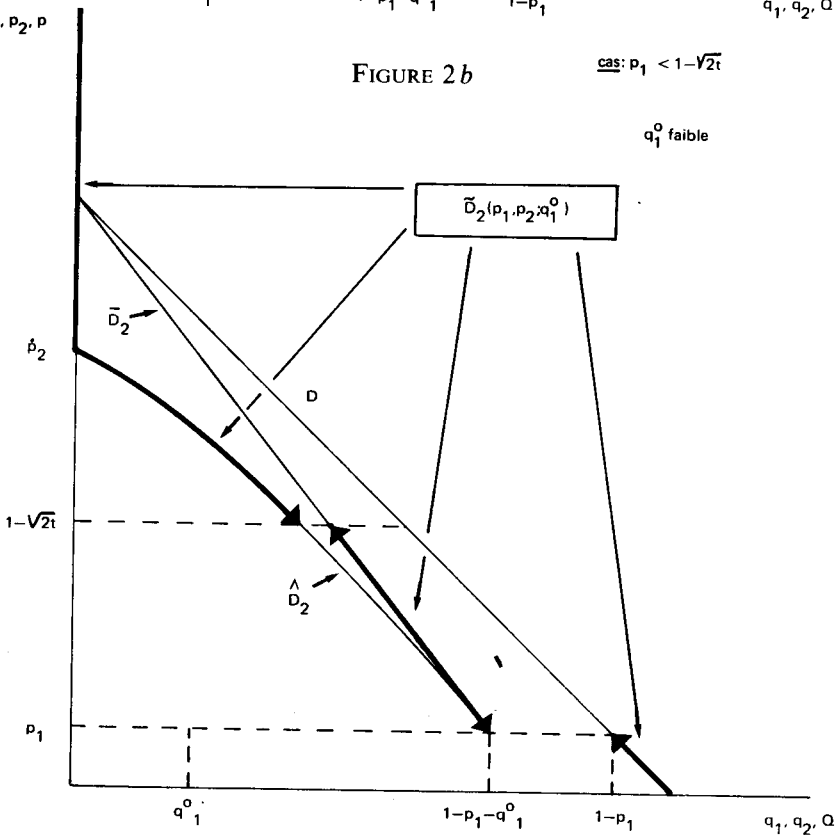


p_1, p_2, p

Cas : $p_1 < 1 - \sqrt{2t}$

FIGURE 2b

q_1^0 faible



Conclusion

Nous avons montré que la théorie du duopole de Stackelberg fournissait une structure de marché dans laquelle, à l'équilibre, certains agents ont intérêt à rationner la demande qui s'adresse à eux, pourvu que la compétition soit une compétition en prix et en quantités, et ce, même si les acheteurs potentiels sont d'un seul type. Le marché étudié est initialement celui d'un bien homogène, mais, à l'équilibre, les biens vendus sont différenciés si on tient compte du fait qu'une des caractéristiques du bien est la probabilité de pouvoir l'acquérir : à l'équilibre en effet cette probabilité n'est pas la même pour les deux firmes. Les biens sont alors des substituts, plus ou moins éloignés selon que la différence entre les deux probabilités est plus ou moins grande; et la différenciation effective est déterminée de façon endogène.⁵

La plupart des études d'économie industrielle appliquée supposent que chaque firme répond à la totalité de la demande qui s'adresse à elle, tout au moins en longue période. (A court terme les problèmes de lissage des niveaux de production, de minimisation des coûts de stockage et des coûts d'ajustement, et de non-réponse totale aux fluctuations de la demande sont généralement intégrés; cf. sur ce point, par exemple, ENCAOUA-MICHEL [1985].) Cependant tout test de structure de marché, qui n'excluerait pas systématiquement une structure de type Stackelberg, devrait tenir compte explicitement, du fait qu'à l'équilibre, le meneur peut ne pas être sur sa fonction de demande.

Enfin il faut noter que dans ce modèle le rôle intéressant est celui de suiveur, pas celui du meneur.⁶ Ceci incite à se garder de certains réflexes tendant à associer un peu trop rapidement position dominante et rôle de meneur, coïncidence qui ne tient qu'à certains types d'espaces de stratégies, et en particulier celui du modèle de Stackelberg stricto-sensu.

5. Ces résultats sont robustes à d'autres spécifications de la substituabilité. BOYER et MOREAUX [1985 a] ont montré que dans un modèle de biens substitués dont la demande est linéaire on obtient le même type de résultats pour un ensemble de valeurs des paramètres, de mesure non nulle. Par ailleurs l'hypothèse de coûts identiques pour le meneur et le suiveur peut également être partiellement levée (cf. sur ce point BOYER et MOREAUX [1984]).

6. ONO [1978] a présenté un modèle de type meneur-suiveur où le rôle le plus intéressant est également celui du suiveur. Ce modèle est cependant assez différent de celui étudié ici. En particulier dans le modèle d'Ono aucune firme ne rationne jamais la demande qui s'adresse à elle. Pour une comparaison des deux modèles voir BOYER-MOREAUX [1984]. En l'absence de rationnements l'intérêt à être meneur ou suiveur dépend du fait que les biens sont des substituts ou des compléments, ainsi que de l'espace des stratégies, prix ou quantités, choisis par les duopoleurs (cf. sur ce point BOYER-MOREAUX [1985 b] et GAL-OR [1985]). Enfin il faut remarquer que dans ce modèle linéaire, bien que le rôle le plus intéressant soit celui du suiveur, il n'y a pas nécessairement lutte pour le second coup au sens de MOULIN [1981]: par exemple dans le cas où les coûts de report sont nuls la collusion entre les deux duopoleurs pourrait leur garantir, à chacun, un gain égal à leur gain de suiveur.

● Références bibliographiques

- ABRAMOWITZ, M. (1959). — *The Allocation of Economic Resources*, Stanford University Press, Stanford.
- ARROW, K. J. (1959). — « Toward a Theory of Price Adjustment », dans ABRAMOWITZ, *The Allocation of Economic Resources*, Stanford University Press, Stanford.
- ARROW, K. J. et HONKAPOHJA, S. (1985). — *Frontiers in Economics*, Basil Blackwell, Oxford.
- D'ASPREMONT, C., DOS SANTOS FERREIRA, R., et GÉRARD-VARET, L. A. (1984). — Oligopoly and Involuntary Unemployment, Core, *Discussion Paper 8408*, Université Catholique de Louvain.
- AZARIADIS, C. (1979). — « Implicit Contracts and Related Topics : A Survey », dans HORNSTEIN, *The Economy of Labour Markets*, HSMO, Londres.
- BENASSY, J. P. (1976). — « The Disequilibrium Approach to Monopolistic Price Setting and General Monopolistic Equilibrium », *Review of Economic Studies*, 43, p. 69-81.
- BENASSY, J. P. (1978). — « A Neokenesian Model of Price and Quantity Determination in Disequilibrium », dans G. SCHWÖDIAUER, *Equilibrium and Disequilibrium in Economic Theory*, Reidel, Boston.
- BENASSY, J. P. (1982). — *The Economy of Market Disequilibrium*, Academic Press, New York.
- BÖHM, V., MASKIN, E., POLEMARCHAKIS, H. et POSTLEWAITE, A. (1982). — Monopolistic Quantity Rationing, *The Quarterly Journal of Economics*, 98, supplément, p. 189-197.
- BOYER, M. et MOREAUX, M. (1984). — « Being a Leader or a Follower: Reflections on Von Stackelberg », version révisée, *document de travail*, GREMAQ, Université des Sciences Sociales de Toulouse.
- BOYER, M. et MOREAUX, M. (1985 a). — « Rational Rationing with Differentiated Products », *Cahier 8507*, GREMAQ, Université des Sciences Sociales de Toulouse.
- BOYER, M. et MOREAUX, M. (1985 b). — « On Stackelberg Equilibria with Differentiated Products: The Critical Role of the Strategy Space », *Cahier 8508*, GREMAQ, Université des Sciences Sociales de Toulouse.
- DEHEZ, P. (1985). — « Monopolistic Equilibrium and Involuntary Unemployment », *Journal of Economic Theory*, 30, p. 160-165.
- DIXON, H. (1984). — « The General Theory of Household and Market Contingent Demand », *Birckbeck DP 153*, Birckbeck College, University of London.
- ENCAOUA, D. et MICHEL, P. (1985). — « Dynamique des prix industriels en France, *mimeo*, Centre de Mathématiques Économiques, Université de Paris-I.
- GAL-OR, E. (1985). — « First Mover and Second Mover Advantage », *International Economic Review*, 26, p. 649-653.
- GRANDMONT, J. M. et LAROQUE, G. (1976). — « On Kenesian Temporary Equilibria », *Review of Economic Studies*, 63, p. 53-67.
- GROSSMAN, S. (1981). — « Nash Equilibrium and Industrial Organization of Markets with Large Fixed Costs », *Econometrica*, 49, p. 1149-1172.
- HAHN, F. H. (1978). — « On Non-Walrasian Equilibria », *Review of Economic Studies*, 45, p. 1-17.

- HART, O. (1982). — « A Model of Imperfect Competition with Keynesian Features », *The Quarterly Journal of Economics*, 97, p. 109-138.
- HEAL, G. (1981). — « Rational Rationing and Increasing Returns », *Economic Letters*, 8, p. 19-27.
- HORNSTEIN, Z. (1979). — *The Economy of Labour Markets*, HSMO, Londres.
- LAFFONT, J. J. (1985). — « Fix-Price Models: A Survey of Recent Empirical Work », dans ARROW, K. J. et HONKAPOHJA, S, *Frontiers in Economics*, Basil Blackwell, Oxford.
- MALINVAUD, E. (1977). — *The Theory of Unemployment Reconsidered*, Basil Blackwell, Oxford.
- MOULIN, H. (1981). — *Théorie des jeux pour l'économie et la politique*, Hermann, Paris.
- NEGISHI, T. (1978). — « Existence of an Underemployment Equilibrium », dans G. SCHWÖDIAUER, *Equilibrium and Disequilibrium in Economic Theory*, Reidel, Berlin.
- NEGISHI, T. (1979). — *Microeconomic Foundations of Keynesian Microeconomics*, North-Holland, Amsterdam.
- ONO, Y. (1978). — « The Equilibrium of Duopoly in a Market of Homogenous Goods », *Economica*, 45, p. 287-295.
- STACKELBERG, H. VON (1934). — *Marktform und Gleichgewicht*, Julius Springer, Berlin; repris dans « Grundlagen der theoretischen Volkswirtschaftslehre (1948). Traduction anglaise : *The Theory of Market Economy* (1952), William Hodge, Londres.
- SCHWÖDIAUER, G. (1978). — *Equilibrium and Disequilibrium in Economy Theory*, Reidel, Boston.
- WEITZMAN, M. (1982). — « Increasing Returns and the Foundation of Unemployment Theory », *Economic Journal*, 92, p. 787-804.